

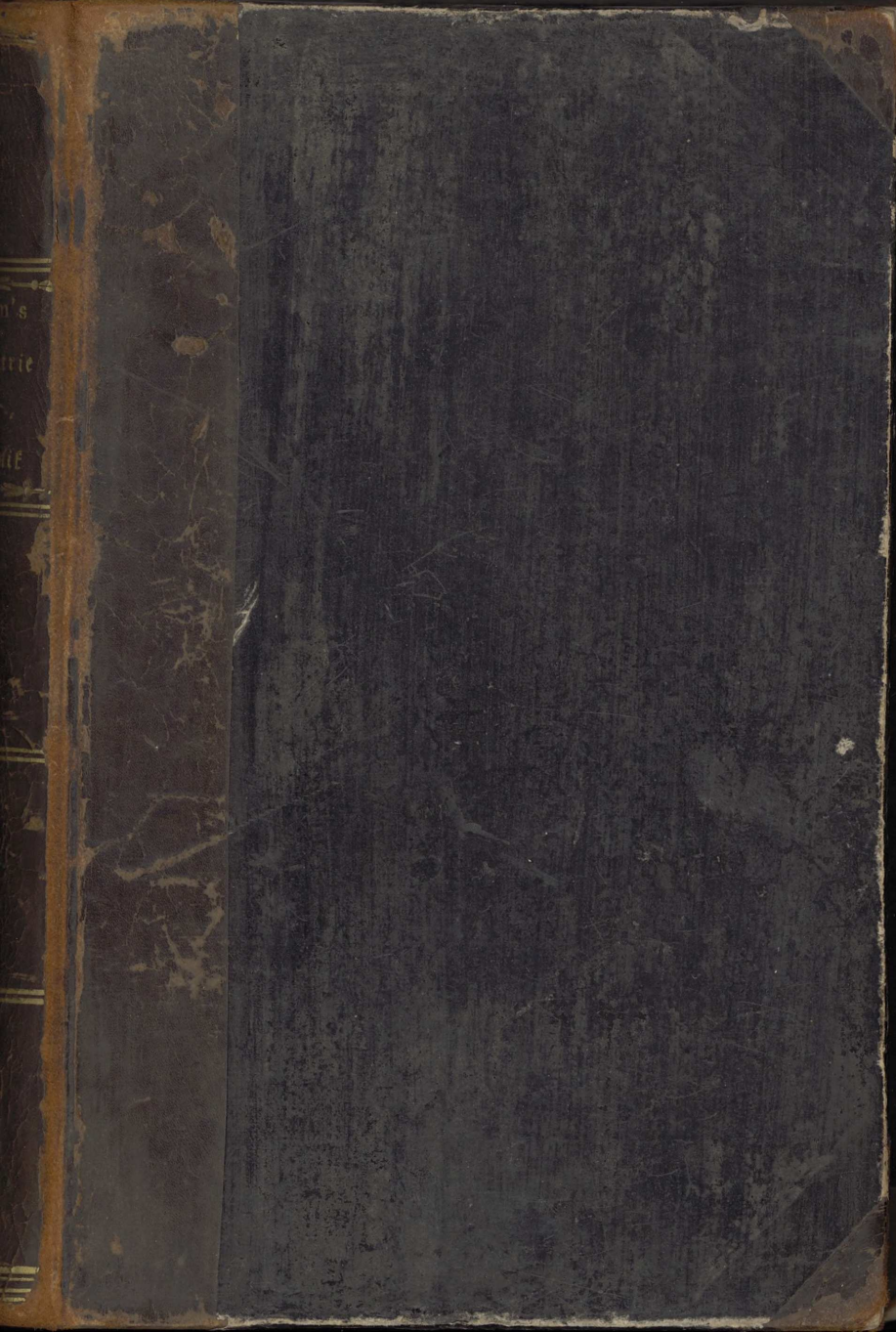
Denne fil er downloadet fra
Danmarks Tekniske Kulturarv
www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på
www.tekniskkulturarv.dk/about

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*



5/13
gl.

513-16

Dansk Ingeniørforening
Bogsamling

Dansk Ingeniørforening
Bogsamling



Dansk Ingeniørforenings
Bogsamling

513-16

Dansk Ingeniørforening

Bogsamling

Geometri og Mechanik

for

Kunstnere og Haandværkere

ved

Baron Charles Dupin.

Udgivet paa Dansk

af

C. P. Tscherning,

Oberst af Armeen, Ridder af Dannebrog og Dannebrogsmænd, Inspecteur paa Frederiksværk.

Første Deel. — Geometri.

Med XV Zinktavler.

Kjöbenhavn.

Paa Universitetsboghandler C. A. Reitzels Forlag.

Trykt i Fabricius de Tegnagels Bogtrykkeri.

1829.

275

Dansk Ingeniørforening
Bogsamling

Den danske Indemortalskildes
Bogsendling.

Til Kongen!

Den Naade, hvormed Deres Majestæt, som
uafbrudt stræber at fremme Kunstfliden i Deres
Stater, har understøttet Udgivelsen af dette
Værk, giver mig Driftighed til, med den var-

ikke sjelden bruger Igjentagelse som en Beviisgrund. Løke og flere dybtænkende Mænd, der have skrevet for at overtøye Almuen, have kjendt og benyttet denne Erfaring. Mig maa det tjene til Undskyldning for, at jeg i Oversættelsen ikke har bortskaaet Det, som mange Dplyste maaſkee vilde kalde overflødigt.

Forelæſningerne, hvoraf dette første Hefte beſtaaer, ere de korteste, og udfylde derfor mindre deres Rum, end de følgende; diſſe vilſe fuldkommen erſtatte Savnet i dette.

Oversætteren.

Første Forelæsning.

Den lige Linie, Vinklerne, de lodrette og
skraae Linier.

Geometrien har til Formaal at maale Udstrækninger og finde deres Forhold.

En Udstrækning kan tages i tre Retninger: efter Længden, Bredden og Høiden, eller Tykkelsen.

Alle Legemer, som findes i Naturen, saavel som de, Kunsten frembringer, have disse tre Udstrækninger.

Enhvert Rum, hvad enten det er tomt, eller indtaget af et Legeme, frembyder ogsaa disse tre Udstrækninger.

Et Legemes Overflade dannes af alle de Puncter, som adskille den Deel af Rummet, Legemet indtager, fra det Øvrige af Rummet.

Følgelig har en Flade nødvendigvis baade Længde og Brede, men den har ingen Tykkelse; thi de i Le-

gemets Tykkelse liggende Puncter kunne ikke tillige være i dets Overflade.

Linie kaldes en sammenhængende Følge af Puncter, som adskille to Dele af et Legemes Overflade. En geometrisk Linie har hverken Tykkelse eller Brede, den har kun Længde.

Rummet, som et Legeme indtager i et bestemt Sted, har alle dette Legemes Udstrækninger. Man kan gjøre sig et fuldstændigt Begreb herom, ved at forme dette Legeme, og tage det ud af sin Form. Ved den simple Beskuelse af Formen danner Stet sig da et meget nøagtigt Billede af det Rum, Legemet indtog. En tom Kasse indslutter en Deel af Rummet, og Skikkelsen af denne Deel er netop Skikkelsen af det Indvendige af Kassen. Alle de geometriske Egenskaber ved et Legemes Udstrækninger tilhøre selgeligen de samme Udstrækninger af Rummet, som dette Legeme indtager. Paa samme Maade har det sig med Egenskaberne ved Legemernes Flader, og ved den Deel af Rummet, som en Flade i et givet Sted har indtaget.

Derfor betragter den blot theoretiske Geometer hverken dette, eller hiint Legeme i Særdeleshed, eller dets individuelle*) Overflade, for at undersøge Forholdene, som Udstrækningerne af dette Legeme, eller denne Flade have; han forestiller sig i Rummet selv Formerne af Legemet, eller

*) Som tilhører det alene, særskildt fra andre.

Glæden, og disse Former ere ham nok. — En saadan Abstraction*) frembyder i Begyndelsen nogle Vanskeligheder; men den øver Forstanden og styrker Indbildningskraften; den ender med at give store Hjælpe midler til Frembringelser i den rene og anvendte Geometri. Det er derfor vigtigt, at vænne sig lidt efter lidt dertil. Vi ville nu antyde den væsentlige Forskjel mellem Legemerne, saaledes, som Geometeren betragter dem, og, saaledes, som Kunstneren bearbejder dem.

I Geometrien hindrer Intet vor Indbildningskraft fra, at forestille sig Legemer, som saaledes gaae ind i hverandre, at de ganske, eller tildeels indtage den samme Deel af Rummet. I Kunsterne kan dette ikke være saaledes. De materielle Dele af to Legemer kunne aldrig paa eensgang indtage det samme Rum. Naar dette synes at finde Sted, bør man alene slutte deraf, at de materielle Dele af det ene tage Plads i Aabningerne af det andet, hvilket skeer, naar Vand indsuges i en Svamp. Man vil see, hvor væsentlige disse Betragtninger ere, for at fatte Maskiners Virkning og Gang.

Antager man, at et Legeme efterhaanden tager af i Længde, Brede og Tykkelse, vil det meer og meer

*) Afsondring i Tankerne, f. Ex. naar jeg tænker paa Hvidheden ved en Ting, uden at tænke paa Tingens selv.

nærme sig en idealfø Grændse. Dette er Geometriens Punct, hvis Udstrækninger allerede ere bragte til 0.

I Kunsten kalder man ofte et Punct, hvad man altid burde kalde en Prik, naar man med Blyant, Pen, eller Puncteermaal gjør det synligt; thi, ihvor lidet, har det dog Udstrækninger, og dette er ikke Tilfældet med det geometriske Punct, saaledes, som vi forestille os det i Tænkerne. Saadanne Prikker forekomme i Skrift, i geometriske Tegninger, i Kridt-Maneer, i Miniatur, i Kobberstik.

For*) at lette Geometriens Studium, behandler man først Linier, derpaa Flader, og tilsidst Legemer, som man kalder Omfang (Indhold, volumen) med Hensyn til Rummet, de indtage, og faste Legemer (solides), naar deres Dannelses kan blive uforandret ved deres egen Sammenhængskraft, uden at indslutte dem i Kar, eller ved Bredder, som gjøre Modstand, saasom Viin i Glasfer, Vandet i Flodsfengen etc. etc.

Geometrien antager, at Legemerne ere faste, eller idetmindste, at deres Dannelses ikke er underkastet uvilkaarlig Forandring, uden Regel og Grændse, paa den Tid, de ere Gjenstand for vor Undersøgelse.

Den simpleste af alle Linier, og den, som oftest anvendes i Kunsterne, er den lige (rette) Linie.

*) Det er væsentligt, at Lærningen vænnes til, vel at skjelne imellem disse forskellige Maader at betragte Punctet i den rene Geometri og i dens Anvendelse.

Den lige Linie gaaer altid i samme Retning, det er: den korteste Vej fra et Punct til et andet.

Ligesom der imellem to Puncter ikke kan gives to Veie, som begge ere de korteste, saaledes kan man imellem 2 Puncter ikke drage 2 forskjellige rette Linier. Naar altsaa to forskjellige lige Linier gaae ud fra, og ende i, de samme Puncter, blive de kun een Linie. Ere disse to Linier dragne paa to forskjellige Legemer, og disse to Legemer bringes saaledes sammen, at to Puncter af den ene rette Linie træffe ind med to Puncter af den anden, saa ville begge Linier nøiagtigen dække hinanden, som om de kun udgjorde een eneste. Industrien benytter denne Eenskab ved den rette Linie:

1. Til at forviis sig om, at en dragen Linie er lige, ved Hjælp af en anden Linie, som man veed at være fuldkommen lige. I Udvøvelsen er det tilstræffeligt, at anbringe to Puncter af den sidste over to Puncter af den første, for at see, om den ogsaa ligger paa alle andre Puncter; i modsat Tilfælde er den undersøgte Linie ikke lige, men kan gøres saadan, det vil sige, rettes.

2. At drage lige Linier. Man drager saadanne kun ved Hjælp af Legemer, som have een eller flere retlinede Kanter, saasom Linealer, Triangler, Vinkler. Man lægger da Linealen eller Vinklen paa en Flade, der nøiagtigen berøres af alle Puncter i den lige Linie, som Linealen eller Trianglen frembyder; thi uden dette,

er det umuligt, at drage en lige Linie paa en Glade. Derpaa drager man med en Tegnepen, eller Stift, eller ethvert andet Redskab, som endes i en Spidse eller Snide (Eg), en Linie, som overalt berører Linealen. Dette er en lige Linie. Saaledes tilfjærer Glarmesteren Muderne, han skal indsætte, ved Hjælp af sin Lineal og Diamant.

Vil man drage en Linie igiennem to givne Puncter, maa man bringe Linealen lige nær til disse to Puncter, og saa nær, som Tykkelsen af Tegnepenen eller Stiftten, hvormed man skal slaae Linien, vil tillade; derpaa holde Linealen under Trækket i en uforandret Stilling, og tillige passe paa, at Pennen eller Stiftten altid berører Linealen.

Naar Lærlingerne begynde at tegne geometriske Figurer, maae de anvende særdeles Tid og Flid paa at slaae en simpel lige Linie meget nøiagtig, endog med Blyant. Naar de trække den op med Tuss, have de endnu een Vanskelighed meer at overvinde, den, at give Linierne samme Brede heelt igiennem. Bliver denne Brede for betydelig, er dette nok til at skade Tegningens Nøiagtighed. Lærlingerne bør derfor efterhaanden vænne sig til, kun at give Linierne den Jørlighed, som er nødvendig, for at gjøre dem tydelige.

Vi tale her om Bredden af de Linier, som udføres i Kunstene. Om den rette Linie gjælder ellers, hvad vi have sagt om Punctet; Geometeren antager, at den

kun har Længde, uden Brede. Tvertimod have alle i Kunsterne udførte Linier Brede, endog de, som forestille Geometerens ideale Linier.

I Kunstfliden giver man ofte Navnet Linie til smalle, ubetydeligt dybe og meget lange Huulheder, eller Ophøjninger, som derved synes at nærme sig til den geometriske Linie. Saadanne ere Feltbefæstningslinier, hvormed Beleirerne, eller de Beleirede omgive en Fæstning.

Vi nævne ogsaa en Armees Opstilling i een, to, tre Linier, fordi man, strengt taget, fordrer, at Tropperne skulle staae i lige Linier.

I Skrift og Tryk kalder man Linie en Række af Ord, opførte i samme Retning.

Linie — maaskee bedre Line — kalde Kæbslaggerne et Toug, som har ringe Tykkelse i Sammenligning med dets Længde. Denne Linie, eller Snor, har Plads iblandt de Redskaber, som den practiske Geometri anvender i Kunsterne. En Snor, strakt fra dens to Ender, faaer Skikkelsen af en lige Linie, naar man ikke tager dens Tyngde i Betragtning, hvis Virkning dog i en vis Længde kan overvindes ved fornøden Kraftanvendelse. Hvis Snoren, vel strakt fra Enderne, lægges paa den Flade, hvorpaa man vil frembringe Indtrykket af en lige Linie, efterat den først vel er indgnedet med Hvidt, Rødt eller Sort, vil den derpaa staae den forlangte lige Linie, naar man kniber den op i Midten, og lader den rask staae an.

Det er nødvendigt, baade i Henseende til den rette Linie og Punctet, at skjelne nøiagtigt imellem Geometriens tænkte og Kunstnerens udførte Nids. Man vil sfinde, at Kunsternes Fremsskridt i mange Tilfælde beroer paa, at nærme sig meer og meer i Industriens Foretagender den Fuldkommenhed, Geometeren har tænkt, hvis Natur og Egenstaber vi bør søge at indprente os.

Men først ville vi søge at forskaffe os Begreb om den Glade, som man kan frembringe ved en ret Linie, nemlig: den lige og jævne Glade, eller Planet.

I hvilken Retning man lægger en lige Linie paa et Plan, eller en Glade, maae, dersom to Puncter af den lige Linie ere i Berørelse med Planet, alle de andre Puncter i den lige Linie ligeledes berøre det.

I Kunsten kan Planet tjene til at frembringe den lige Linie, og denne til at forarbeide Planet. I sjette Forelæsning, hvor der i Særdeleshed handles om Glader (Planer), findes en omstændeligere Forflaring herover.

Den største Deel af de for Kunstneren nødvendige Tegninger (Nids) udføres paa et forud i denne Hensigt tilberedt Plan. For de mindre Tegninger er det et Blad Papiir, Pergament, endog Elphenbeen; for de mere udstrakte bereder man ofte et stort Gulv, som Skibsbyggerne indrette Gulvet i deres Modelsal, eller Chablonhuus. Huustømmermænd og Polerere gjøre ofte deres Nids paa den plane Side af en Muur. Bygmestere affætte deres Tegninger af Broer i det

Store paa en jævnet Plads i Gips. De kunne ikke vente nogen Nøjagtighed heri, hvis Gladens Plan ikke er bleven foreløbigen berigtiget paa en Maade, der kan sikre for, at en lige Linie, lagt paa Planet efter enhver Retning, møder det overalt i sin hele Længde, fra det ene Endepunct til det andet.

At maale Længden. Da den lige Linie er den korteste Vej fra et Punct til et andet, benyttes den meget passeligt til at maale den korteste Afstand imellem to Puncter.

De almindelige Udstrækninger af et Legeme maales med den lige Linie; saaledes maaler man Længden, Bredden og Høiden af en Brændestabel, et Huus, et Skib etc.

For at sammenligne disse forskjellige Maal, maa man henholde sig til en Eenhed, og see, hvormange Gange den er igjendaget i den maalte Gjenstand. Indeholdes den nøjagtigen 1, 2, 3...., kort et bestemt Antal Gange deri, har det ingen Vanskelighed; denne møder derimod, om der bliver en Ende tilovers, som ei er saa lang, som en heel Eenhed. Man deler da Længde:Eenheden i et vist Antal ligestore Dele, saasom i 10, i 100, i 1000; derpaa undersøger man, hvormange af disse ti, hundrede, tusinde Dele den overblevne Ende af den lige Linie indeholder.

Maalestok. Det er en lige Linie AB. Fig. 1, paa hvilken man antyder et vist Antal Maals: Eenheder,

og Underdelinger af disse Eenheder. Geometrien lærer Mådlerne til at drage og inddele Linierne paa Maalestokken med stor Nøjagtighed. Det er eet af de vigtigste Foretagender i Kunstslidens Arbejder, hvori et godt Udfald beroer ganske paa Nøjagtigheden. Vi komme dertil i 5te Forelæsning.

Det er meget bekvemt for Kunstnerne at have hos dem en lige Linie, fuldkommen inddelt efter den almindelig antagne Maaalbestemmelse, saaledes som Tommestokken.

Ofte kjøbe Haandværkerne, af en misforstaaet Besparelse, for lav Priis Maalestokke, som ere slet inddelte, eller som faste sig, forandres af Tidens Virkning, eller slides i Enderne. Enhver Kunstner bør tværtimod, om Udgiften endog trykker ham, kjøbe gode Maalestokke og gode Redskaber; den Fuldkommenhed, deres Arbejde ville erholde ved saadanne Maal og Redskaber, vil betale med Renter det første Udlæg. Denne Sandhed kan ei siges for ofte.

Efter at have betragtet den lige Linie, affondret for sig, ville vi betragte flere Uge Linier under deres Forhold i forskjellige Stillinger til hverandre.

Vi ville forestille os, at den lige Linie ABX , Fig. 2, søres omkring det faste Punct A , og tager efterhaanden Stillingerne AC , AD , AE , etc. Under denne Bevægelse fjerner den sig meer og meer fra den oprindelige Stilling, ABX . Denne Afvægelse BAC ,

eller **BAD**, eller **BAE** etc., af denne ene Linie med Hensyn til den anden, kalder man en Vinkel. Punctet **A**, hvorfra begge Linierne **AB** og **AC** gaae ud, er Vinklens Toppunct; Linierne selv **AB** og **AC** ere Vinklens Been.

For at betegne, eller angive Vinklen, dannet af Siderne **AB** og **AC**, siger man undertiden Vinklen **A**, oftest Vinklen **BAC**, sættende Bogstavet **A**, som betegner Toppunctet, imellem **B** og **C**, som høre ethvert til sit Been.

Naar Linien **AX** bestandigen føres i den begyndte Retning om Toppunctet **A**, vil den tilsidst komme i Stillingen **AM**, lige imod **AB**. Vedbliver man at føre den omkring, vil den nærme sig **AB** paa den modsatte Side, indtil den falder paa **AB** selv, efter at have gjort en fuldstændig Omgang.

Det er tydeligt, at den lige Linie **AX** har gjort en halv Omgang fra **AB**, naar den kommer i Stillingen **AM**. Bakkede man den Deel af Papiret, hvori Linien havde beskrevet **BCDEM**, sammen efter Stregen **BAM** over den Deel, som Linien havde beskrevet under Stregen fra **M** til **B**, saa vilde den første nœagtigen dække den sidste, eller falde ind med den.

I militaire Bevægelser, naar man har rettet Tropperne, det vil sige, stillet dem i lige Linie med Front mod een Side, behøver man ofte at lade dem gjøre Front mod den modsatte Side. Paa Befaling: omkring! dreier hver Mand sig strax en halv Bending høire omkring paa den venstre Hæl, hvorved den venstre Fod

gjør en halv Bending om Hælen; gjorde Soldaten endnu en halv Bending, befandt han sig i sin forrige Stilling Fig. 3, 4. Paa samme Maade gjør ogsaa den enkelte Soldat Fjerdedeels Bendinger ved: høre om! og, vensire om!

Betragte vi Vinklerne, som den lige Linie AC danner med den lige Linie DAB i Fig. 7, saa finde vi to: en mindre BAC , og en større CAD ; deres Sum er altid liig en halv Omdreining af AC fra AB til AD .

Vinklen BAC er saaledes det, som mangler Vinklen DAC , for at udgjøre en fuldstændig halv Omdreining, eller Halvkreds; ligeledes er DAC det, som heri mangler Vinklen BAC . Derfor siger man, at BAC er Udfyldningen, Udfyldningsvinklen til DAC , ligesom DAC bliver det Samme for BAC .

Antage vi, at Vinklen BAC forstørres, fordi AC fjernes fra AB , saa vil Udfyldningsvinklen DAC formindskes. Diebliffet vil komme, da den mindre Vinkel BAC , ved bestandigen at vore, og den større DAC , ved bestandigen at aftage, ville blive ligestore, Fig. 8. Enhver af disse ligestore Vinkler er det, man kalder en ret Vinkel. Den rette Vinkel er da Halvdelen af en halv Kreds, eller Fjerdedelen af en fuldstændig Omdreining, d. e. en Fjerdedeels Kreds.

Den rette Vinkel behøver man hvert Diebliff at frembringe eller maale, for at udføre en Mængde Arbejder i Kunsterne.

I Troppe-Bevægelserne bruger man ofte en Fjerdedeels: Kreds, som man kalder en Fjerdedeels: Bending eller Svingning, eftersom den skeer af enkelt Mand, eller flere tillige om samme Punct. Naar et Peloton, rettet efter AB Fig. 8, skal gaae over fra denne Stilling i den derpaa retvinklede Stilling AC, svinger det om Punctet A. Det maa gjøre en heel Svingning for at komme i sin første Stilling, om det altid svinger i samme Retning; det gjør kun en Fjerdedeels: Svingning for at komme i den vinkelrette Stilling. Man bestemmer Svingningens Retning ved at befale til Høire, eller til Venstre.

Vi ville nu antage to andre lige Linier MON og LO, Fig. 9 og 10, hvorved man har fundet Stillingen OL til MON saaledes, at Vinklerne NOL og MOL ere ligestore; vi kunne da sige, at disse to Vinkler ere ligestore med de to forhen omtalte Vinkler BAC og CAD, Fig. 8, som vi have kaldt rette Vinkler.

For at bevise dette, lægge vi den rette Linie DAB Fig. 8 paa MON Fig. 9, saaledes, at de falde sammen i alle deres Puncter, som to lige Linier ere istand til, og at Punctet A falder paa Punctet O; deraf skal følge, at Linien AC dækker nøiagtigen OL. Vi ville antage det muligt, at AC Fig. 9 har en anden Stilling, og falder til Venstre af OL. Det er da klart, at Vinklerne CAB og CAD, som ere ligestore indbyrdes, maae, da Vinklen MOL er saameget mindre

end den første **CAB**, som Vinklen **COL** udgjør, og saameget større end den sidste **CAD**, som den samme Vinkel **COL** er stor, ikke meer kunne være ligestore indbyrdes. Beviset blev det samme, kun i omvendt Form, om man antog, at **AC** Fig. 10 faldt til højre Side af **OL**. Følgelig kan **AC** hverken falde til Højre eller Venstre, men maa falde nøagtigen paa **OL**. Altsaa ere de rette Vinkler, som de to lige Linier **AC** og **BD** danne for sig, og de to lige Linier **OL** og **MN** for sig, altid ligestore indbyrdes.

Det er den første Grundsætning, hvorpaa Brugen af Vinkelmaaleren (vi kalde den ligesvem Vinkel) grunder sig. En Vinkel kan dannes af to lige Linealer, Fig. 11, som uroffkeligt ere saaledes sammensøiede (samlede) i **A**, at de gjøre en ret Vinkel med hinanden. Vil man fra Punctet **O** Fig. 12 drage en Linie **OL**, som gjør to rette Vinkler med **MON**, lægger man Siden **AC** af Vinklen langs med **ON**, saaledes, at Punctet **A** kommer saa nær som muligt ved Punctet **O**; derpaa drager man den lige Linie **OL** ved de almindelige Midler: det er den søgte Linie.

Hvis Kunstnerne anvende en Vinkelmaaler, som ikke er yderst nøagtig, ville Følgerne deraf vise sig i deres Arbejde; de maae derfor med megen Omhyggelighed berigtige de Vinkelmaalere, hvoraf de betjene sig. Intet er lettere.

Vinklers Berigtigelse. For at berigtige Vinklen BAC Fig. 11, begynder man med at drage paa det Omhyggeligste en lige Linie MON Fig. 13 paa en meget jævn Glade; derpaa lægger man Siden AC saa nær som muligt til og langs med ON , og drager OL langs med AB . Er dette skeet, vender man Vinklen om til $B'A'C'$, lægger $A'C'$ langs med OM , og vil da kunne bemærke Stillingen af Siden $A'B'$; falder den nøie ind med OL , saa er Vinklen nøiagtig, hvis ikke, saa er: 1. Vinklen enten for liden, om B' ei naaer L , eller 2. for stor, om B' gaaer ud over L .

Vi vilde lære at kjende de Midler, ved hvilke Kunstneren kan rette en unøiagtig (falsk) Vinkel.

Skibstømmermændene have et Redskab XYZ Fig. 14, som kaldes Smigstok, og hvormed de meget beqvemt kunne tage og overføre alle Slags Vinkler. Dette Redskab er sammensat af to Linealer, som dreie sig om den samme Stift, hvormed de ere samlede, saaledes, at de kunne danne alle Vinkler fra den mindste til den største. Man sørger for at trække de to Linealer saa tæt sammen, at de gaae trangt ved Modstand af Gnidningen, for at beholde deres indbyrdes Stilling, naar man har aabnet dem til en bestemt Vinkel. Man vil af denne Forklaring see, hvor let det er at overføre en hvilken som helst Vinkel BAC , Fig. 14, ved at gaae ud fra Punctet O , Fig. 15, naar man antager en Side OL

af den nye Vinkel **LOM**, som man vil have ligestor med **BAC**.

Man stiller Smigstokken saaledes, at de to Sider **XY** og **YZ** følge hver for sig Retningerne **AB** og **AC** Fig. 14. Derpaa bringer man Smigstokken paa Fig. 15, og vogter sig vel for, at Vinkelaabningen ikke forandres. Man lægger **XY** paa **OL**. Drager man nu med et Blyant, en Stift, eller en Snor, den lige Linie **OM** efter Siden **YZ**, saa vil Vinklen **MOL** være ligestor med **BAC**.

Paalægning (Dækning). Vi maae noie lægge Mærke til det Middel, vi her anvende, baade for at danne Vinkler og for at forsikre os om, at de ere lige store, ved at lægge Vinkelmaaleren paa Figurerne, og den ene Figur paa den anden. Dette samme Middel anvendes i en Mængde af Kunstslidens Grene og i mange geometriske Beviser. Naar to Figurer, lagte paa hinanden, passe sammen, falde sammen i alle deres Dele, dække hinanden fuldkommen, saa have de samme Skikkelse og samme Størrelse; de ere fuldkommen ligestore og ligedannede. Ligeledes gjør man en Figur ligestor med en anden, naar man udfører den saaledes, at den opfylder dette Vilkaar. Saaledes lægge Skrædere og Pyntemagerne deres Mønster paa Tøiet, som de ville skjære nøiagtigen efter Omridset af disse Mønstre, der forestille de Former, som de skulle danne, eller overlade.

Naar Linien **AC** Fig. 16 gjør to rette Vinkler **BAC** og **CAD** med **DAB**, siger man, at **AC** er Lodret (perpendiculair, vinkelret*) paa **DAB**. Følgelig drager man en Lodret **AC** til den lige Linie **DAB**, naar man lægger en Vinkel **XYZ** med en Side **YZ** langs med **AB**, og drager en lige Linie **AC** langs med Siden **XY**. Vi ville endnu finde andre Midler til at drage lodrette Linier.

Lad os lægge den 17de Figur saaledes sammen, at den lige Linie **ABE** er i selve Folden, saa vil, da Vinklerne **ABC** og **ABD** ere ligestore, den lige Linie **BC** falde paa **BD**. Vinklen **CBE** vil derved nøagtigen dække **DBE**; disse to Vinkler ere altsaa ligestore, saavelsom de forrige to. Naar to lige Linier saaledes skjære hinanden, at een eneste af de fire Vinkler, de derved danne, er en ret Vinkel, ere de tre andre det ligeledes; deraf følger igjen, at enhver Deel **AB**, **BE** af den ene lige Linie er vinkelret til den anden lige Linie.

Det er vigtigt at bevise, at man fra et Punct **B**, Fig. 18, ikkun kan drage een Perpendiculair (Lodret) **BA** til en given lige Linie **DAC**.

*) Jeg skjælnet mellem Benævnelserne: Lodret og vinkelret, saaledes: Lodret kaldes den Linie, som falder i Lod paa en anden Linie eller Flade; vinkelret kaldes den, som under enhver Omstændighed gjør en ret Vinkel dermed. Fransmanden kalder begge Arter uden Forskjel *perpendiculaires*.

For at overtøye os derom, ville vi antage, at man fra Punctet **B** kunde drage to Perpendicularirer **BA** og **BD** til den samme Linie **DAC**. Vi forlænge nu **BA** saaledes, at **Ab** bliver ligestor med **AB**, og drage den lige Linie **Db**; derpaa ombuiffe vi Delen **DACb** paa **DACB**. Da Vinklerne **bAC** og **BAC** ere ligestore, falder **Ab** paa **AB** og Punctet **b** paa Punctet **B**. **Db** falder da ogsaa paa **DB**: Vinklen **ADb** er altsaa ligestor med den rette Vinkel **ADB**. **Db** vilde saaledes udgjøre en Deel af Perpendiculariren **DB**, og man skulde kunne drage to forskjellige lige Linier **bAB** og **bDB** imellem Puncterne **b** og **B**, som er urimeligt.

Efter disse forudskiftede Bestemmelser for de rette Vinkler, maae vi tale om de skjæve.

Naar den lige Linie **CD** Fig. 19 danner to uligestore Vinkler med den lige Linie **ACB**, er den ene af dem mindre og den anden større end en ret Vinkel. Den mindre kaldes en spids og den større en stump Vinkel.

Det er tydeligt, at disse 2 Vinkler indtage det samme Rum omkring **C** paa den ene Side af **AB**, som de 2 rette Vinkler **ACE** og **BCE**; Summen af den spidse Vinkel **BCD** og den stumppe **ACD** er derfor ligestor med 2 rette Vinkler.

Det falder i Sinene, at den spidse Vinkel **BCD** er ligestor med en ret Vinkel mindre end **DCE**, og, at den stumppe Vinkel **ACD** er ligestor med en ret Vin-

fel tillagt DCE; deres Sum er altsaa ligestor med 2 rette Vinkler.

Vi ville nu antage, at man forlænger DC til CF, og sammenligne de 2 nye Vinkler ACF og BCF med de foregaaende.

1. Vinklen ACD tillagt Vinklen BCD, dannede ved CD og den lige Linie AB, ere ligestore med 2 rette Vinkler; følgelig er BCD ligestor med 2 rette Vinkler mindre end ACD. 2. Vinklen ACD tillagt Vinklen ACF, dannede ved AC og den lige Linie DCF, ere ogsaa ligestore med 2 rette Vinkler; følgelig vil BCD og ACF, da de hver for sig ere ligestore med to rette Vinkler mindre end ACD, være ligestore indbyrdes. Man beviser paa samme Maade Ligestorheden af Vinklerne ACD og BCF, hvilke ligesom de foregaaende støde mod hinanden i Toppunctet.

Altsaa, naar 2 rette Linier skjære hinanden, danne de fire Vinkler; deraf udgjøre: 1. 2 og 2 Jærnsides- eller Nabovinkler tilsammen en Sum af 2 rette Vinkler, 2. ere de modsatte Topvinkler ligestore.

Nu kunne vi sammenligne lodrette og skjævsstaaende (sfræge) Linier med hverandre.

Drager man fra hvilket som helst Punct D, Fig. 20, en lige Linie DE indtil den lige Linie AB, saaledes, at Vinklerne AED og DEB ikke blive rette, saa er Linien DE ikke lodret paa AB, den er skjævsstaaende. Drager man endvidere DC lodret til AB, saa vil den af de 2

Vinkler AED og BED , som vende mod DC , være spids, den anden stump.

Man forlænger man DC indtil d , saaledes, at Cd bliver ligestor med CD . Man drager en lige Linie Ed ; derpaa ombgier man den nederste Del af Figuren, ved at bukke den om AB som Falskant Cd falder da paa CD , og d paa D , fordi Vinklerne BCD og BCd ere ligestore. Ed er ligestor med ED . Endvidere er den brækkede Linie DEd længere end den lige Linie Dd , dragen mellem de samme Yderpunter D og d . Altsaa er Halvdelen af DEd , det vil sige den skjævstaaende Linie DE , længere end Halvdelen af DCd , det vil sige den lodrette Linie DC .

Det er da en almindelig Egenskab hos en lige Linie DC Fig. 20, der er lodret paa en anden lige Linie AB , at være kortere end enhver skraa, drages fra sammes Endepunct D til denne Linie AB . Da de lige Linier DC og DE ere Maal for Afstande af Punctet D fra den lige Linie AB , saa følger deraf: at den korteste Vej fra et Punct til en lige Linie er den lodrette Linie fra dette Punct ned paa Linien.

Dette er een af den elementaire Geometries mærkværdige og høist fordeelagtige Skatte, formedelsf dens Anvendelse i Kunsten.

Vi ville ofte finde Anledning til at søge de korteste Afstande, de mindst udstrakte Glader, de mindst betragtede lige Omfang, hvorved man naaer sit Hiemed under be-

stemte Vilkaar; men det vil ikke altid blive saa let at finde dem. Opgaver af denne Art, hvorpaa al Besparelse i Industriens Udøvelse beroer, ville beskæftige os meget, og vi ville søge med al Flid at trænge ind i deres Nand.

Lad os antage, at man, efter at have draget DB, Fig. 21, lodret paa AC, har gjort BA ligestor med BC; vi finde da, at de sraae Linier, dragne fra D til A, og fra D til C, ere ligestore. Virkeligen, om vi folde Delen BCD paa BDA, medens Perpendiculairen BD bliver i Løget, saa vil, da de 2 rette Vinkler ABD og CBD ere ligestore, BC falde paa BA, og C paa A; altsaa er DC ligestor med DA. Heraf følger, at 2 skjævvstaaende Linier, lige langt fjernede fra Perpendiculairen, ere ligestore.

Anvendelse heraf paa lodrette Linier. Tegnere, Snekere, Tømmermænd, Polerere etc. gjøre hyppigen Brug af denne væsentlige Beskaffenhed, naar de uden at bruge Vinklen ville forvisse sig om, at en Linie er lodret paa en anden. De affætte meget nøagtigt de 2 Dele BA og BC ligestore indbyrdes, ved at gaae ud fra Linien BD, hvis Stilling de ville berigtige; de maale derpaa med en Linial, eller ethvert andet passende Redskab, Afstanden af Puncterne A og D, det vil sige Længden af den sraae Linie AD; denne Længde afsette de fra D paa DC; slaar den nøagtigen ind i

C, saa ere de 2 skraae Linier AD og DC ligestore, og Linien BD er lodret paa AC.

Derksom man vil berigtige Stillingen af en lodret Linie BD mod ABC, maa man ikke tage den skraae Linie Da for nær ved den lodrette; thi var den meget nær ved B, vilde endog en temmelig mærkelig Urigtighed i Stillingen af denne lodrette Linie ikke frembringe uden en megen liden Forskjel i Længden af den skraae Db, og man vilde udsætte sig for Feil. Ligesaa stor Usikkerhed er forbunden med at sjerne Skraalinterne altfor langt fra Perpendiculatren. De bedste Stillinger ere de, hvorved AB, BC og BD blive ligestore.

Slige Forsigtigheder, anvendte i samme Aand paa ethvert enkelt Tilfælde, sætte Kunstnerne istand til at give deres Tegninger, deres Forbindelser, deres Maskiner den Grad af Nøjagtighed, som Kunstfædelsens meget fuldkomne Tilstand fordrer.

Det er ikke nok at have beviist, at de skraae Linier altid ere længere end den lodrette Linie; vi maae bevise, at de skraae ere saa meget længere, som de sjerne sig meer fra den lodrette.

Lad Fig. 22, OD være lodret paa OB, saa bliver af de 2 skraae Linier DC og DB, den korteste den, som er nærmest ved den lodrette Linie. Vi ville drage CK vinkelret til CD; derved faae vi DC endog kortere end DK, og ere altsaa mere overtydede om, at den maa være kortere end DB.

Vi ville see denne Beskaffenhed frembyde hyppige Anvendelser i Mechaniken. Lad os antage, at vi ville bringe et Legeme B, Fig. 23, imod Stillingen AC efter Linien BM, der er lodret paa AC. Lad os antage, at vi have bundet 2 Snore BA og BC til dette Legeme; dernæst, at man drager den første Snor fra Punctet A, den anden fra Punctet C, for at forringe disse Puncters Afstand fra Legemet. Legemet maa saaledes skride længere og længere frem, ligesom Linierne AB', AB'', CB' og CB'' blive mindre og mindre skraae, og derved kortere. Skulde man derimod fjerne B fra AC efter Linien MB, og man anvendte ubøielige Jern- eller Træstokke til at skyde det, ved at lade disse Stokke virke fra A og C, maatte man indrette det saaledes, at Stokkene efterhaanden og samtidigen toge en skraaere Stilling, altsaa fik en større Længde, saavel mellem B og A, som mellem B og C.

Anden Forelæsning.

Parallellinier og deres Forbindelse med lodrette og Særaae eller Sjevstaaende Linier.

To lige Linier ere parallelle (med hinanden ligeløbende), naar de aldrig støde sammen, hvor langt man end forlænger dem til begge Sider.

Igjennem et Punct A, Fig. 1 og 2, kan man drage en lige Linie AB, som forlænget fra dens to Ender aldrig møder en anden lige Linie CD; men man kan kun drage een eneste Linie af denne Beskaffenhed igjennem det samme Punct A.

For at finde AB, maa man fra Punctet A drage AC lodret til CD, derpaa AB lodret paa AC; AB vil da være parallel (ligeløbende) med CD. Dersom de to Linier AB og CD mødte hinanden i et Punct, maatte man fra dette Punct kunne drage to lodrette Linier til den samme lige Linie AC, hvilket vi i første Forelæsning have bevist at være en Umulighed.

Nu ville vi bevise, at enhver anden Linie AE, Fig. 2, skjærer CD. Hvor liden end Vinklen BAE er, indseer man, at dreies AE om A, for at fjernes fra AB, maa Vinklen BAE igjentages et temmeligt stort Antal Gange, for at dække hele Rummet, indtaget af Fjerdedeels-Vendingen BAC. Tager man nok saa mange Puncter C_1, C_2, C_3, C_4 , etc. i samme Afstand fra hinanden, som C fra A, og derpaa opreiser Perpendicularerne $C_1 D_1, C_2 D_2, C_3 D_3$, etc. ville disse dele Rummet BACC₁ ... C₅ D₅ i parallelle Striber, der hver har samme Flade som BACD. Men man er altid istand til at danne et langt større Antal Striber, end der ere smaae Vinkler BAE, EAE₁, E₁ A E₂, E₂ A E₃, indeholdte i den rette Vinkel BACC₁. Altsaa er Rummet, som een eneste Stribe BACD indtager, altid mindre end Rummet indsluttet af en Vinkel BAE, hvor liden end denne Vinkel er. En saadan Betingelse fordrer, at Linien AE forlænget skjærer CD; thi ellers vilde det af BAE indsluttede Rum, kun blive en Deel af Striben BACD, og dog være større end selve BACD, hvilket er umuligt.

Naar altsaa to rette Linier AB og CD ere parallelle, og den ene af dem er lodret paa en tredie Linie AC, er den anden ogsaa lodret paa denne tredie Linie.

I Tegnekunsten og i adskillige af de Professioner, som arbeide i Træ, benytter man denne Egenskab ved Parallelerne. Man forfærdiger et Redskab af to lige

afrettede Stykker MN og OP, Fig. 3, som samles i Skikkelse af Bogstavet T. Hovedet MN, der er tykkere og springer frem under Armen OP, lægger man langs med den afrettede Side AD af et Brædt ABCD, saaledes, at Armen ligger paa Brættet. Da OP er lodret paa MN, saa følger deraf, at alle lige Linier AB, FE etc. slagne efter OP, ere Paralleler. Dette Redskab kaldes en Hovedlineal, og kan have Hovedet af to samlede Stykker, som kunne stilles ved en Skrue til hvilken Smig (stærk Vinkel), man ønsker. Strikmaaslene, og det største af disse, kaldet Ko, grunder sig ogsaa paa Parallelerne. Istedetfor et T bruge vore Snedkere et L, og prøve Linien, ved at vende det om.

Bil man stille Tropper i Colonne med parallelle Pelotoner AB, CD, EF etc., Fig. 4, udstiller man Mænd paa ligestor Afstand i den lige Linie ACEG. Retter man derpaa hvert Peloton lodret paa Linien ACEG, er man sikker paa, at Pelotonerne ere parallelle indbyrdes.

Kunsterne anvende ofte rette Linier, som have samme Afstand fra hinanden.

I Haandskrift og trykte Bøger stilles Bogstaverne i Linier, som overalt bør staae lige langt fra hinanden, og altsaa være parallelle. Selv disse Bogstaver bør have deres ligestaaende Dele, saasom Stregerne af m og n, lige vidt fra hinanden oven og neden. Ved de latinske Bogstaver er den Forskjel: at Stregerne staae lodrette i romerske Bogstaver, hælde til Høire i italienske, og til Venstre i Bastardskrift eller Tryk.

Tonekunsten (Musiken) bruger parallelle Linier med ligestor Afstand indbyrdes, Fig. 5, for derpaa at skrive fulde eller aabne Nodehoveder, enkelte eller udmærkede ved Haler, parallelle indbyrdes. Man samler disse Noder saaledes, at der udfordres den samme bestemte Tid, for at synge eller udføre Tonerne i enhver Samling; denne Tid kalder man en Takt, og disse adskilles ved lige Linier, som staae lodrette paa de før ommældte Paralleler. Følgelig ere disse lodrette Linier parallelle indbyrdes.

Oftest slaaer man alle fem Streger paa eengang med en Nodepen (Mastral), der har sine Fjederspidser i lige Linie med lige Afstand indbyrdes. Man fører denne langs Linealen saaledes, at Linien imellem de fem Spidser er lodret paa Linealen. Det falder let i Minde, at man paa denne Maade drager fem Linier, der overalt staae lige vidt fra hinanden, og følgelig ere parallelle.

Anvendelsen af de lige vidt fra hinanden staaende Linier eller Paralleler er meget hyppig i Kunsterne. Jorddyrkere danner sine Plovsurer efter saaledes dannede Linier. Naar han harvet Jorden, og kører Harven efter en lige Linie, beskrive Tænderne, som ere indslagne i lige Afstand fra hinanden, lige parallelle Linier. Følgelig virker dette Redskab overalt ligeligen til at dele Jordklumperne, som Plovskjæren har løsnet og opkastet i større eller mindre Stykker. Riven virker

efter Spaden paa samme Maade, som Harven efter Ploven.

Naar en Kobberstikker vil forestille jævne og flette Flader, fremstiller han deres mere eller mindre skyggede Dele ved svagere eller stærkere parallelle Strøg eller Stik. Han kan give disse Strøg samme Afstand indbyrdes, naar han iagttager at gjøre dem, som skulle synes nærmest, dybere eller bredere end de andre. Han kan ogsaa gjøre alle Strøgene lige dybe, lige brede, naar han fjerner dem meer og meer fra hinanden, eftersom de kræve mindre Skygge, for at synes i fjernere Afstand fra Beskueren.

Aftagelserne deri ere endog underkastede geometriske Regler, og de Kunstnere, som ville have Lys i deres Fremgangsmaade, kunne danne sig et bestemt Begreb derom.

Man kan nu bevise, at to lige, parallelle Linier have i deres hele Længde ligestor Afstand fra hinanden.

Efter at have draget de to Paralleler AB og CD , Fig. 6, og de lige Linier AC og MN lodrette paa disse to Linier, ville vi antyde H midt paa AM , og drage HK lodret paa de to Paralleler. Vi ville dernæst om HK , som om en Fals, bukke den venstre Deel af Figuren over den høire. Da de rette Vinkler KHA og KHM paa den ene Side, og HKC og HKN paa den anden Side ere ligestore indbyrdes, isaa vil HA falde paa HM , og KC paa KN . Endvidere, da Vinklerne HAC og HMN ,

som rette Vinkler, ere ligestore, vil AC falde paa MN , og Punctet C paa Punctet N ; altsaa er Perpendiculairen AC saa stor som Perpendiculairen MN .

Alle lodrette Linier, saasom AC , MN etc. Fig. 6, som paa forskjellige Puncter angive Afstanden mellem to Paralleler, ere saaledes ligestore indbyrdes; de ere til lige de korteste Afstande mellem disse Paralleler.

Linierne AC og MN , som ere lodrette paa samme lige Linie AB , ere parallele, altsaa ere de lige Linier AM og CN , som igjen ere lodrette paa dem, ligeledes ligestore indbyrdes.

Altsaa ere de imellem to og to Paralleler, som ere lodrette paa hinanden, affaarne to og to Stykker lige store indbyrdes.

Anvendelse paa Jern- eller Sporvei. Saaledes kaldes Veie, i hvilke man forud anbringer fordybede eller ophøjede, fuldkommen lige og fuldkommen jævne Spor, i eller paa hvilke de fire Hjul paa Vognene kunne bevæge sig med Nøiagtighed, to paa det høire og to paa det venstre Spor. Naar eet af de to Spor er lige, bør det andet i ethvert Punct af sin hele Længde, være lige vidt fjernet fra det efter den Afstand, hvori to og to Hjul ere satte fra hinanden paa den samme Ase. De to Spor ere saaledes parallele. Netop, fordi Sporene ere frie for Ujævnheder, og ere nøiagtigen ligelinede Paralleler, finder man saa stor

Fordeel og herlig Besparelse ved Førseler paa disse Veie, fremfor paa de almindelige.

Vi ville nu forestille os, at Linien CD , Fig. 6, nærmer sig mod AB , uden at ophøre at være lodret paa AC ; den vil derved heller ikke ophøre at være parallel med AB , som den vil nærme sig meer og meer, men ligemeget i ethvert Punct.

Denne Bevægelse af Parallellinier mod hinanden, med bestandig ligestor Afstand overalt mellem dem, er af stor Vigtighed i Mechaniken.

Anvendelse af Paralleler paa Spindemaskiner. Man forestiller sig en Vogn, hvis Hjul ere i Retningen CD , Fig. 6, og som kan gaae frem og tilbage parallel med AB ved Hjælp af Ruller, som løbe i parallelle Spor AC og MN . Bomuldsstraadene gaae ud fra AM , hvor de ere ordnede med lige Afstande, saaledes, at de kunne løbe ind paa Tene, som ere anbragte i Linien CN , ogsaa med ligestore Mellemrum. Naar Vognen NC nærmer sig AM , aftager Afstanden af Puncterne i NC fra den lige Linie AM alle ligemeget; følgerigen løbe Traadene ligeligen ind paa Tenene, uden at den ene rækkes meer end den anden. Naar Vognen fjerner sig fra AM , for at gaae tilbage til CN , udtrækkes Traadene ligemeget. Ved at benytte Ligestorheden af Paralleler mellem Paralleler er man saaledes bleven istand til at forfærdige disse Spindemaskiner, hvorved man ikke alene har den Fordeel at trække, ved een eneste Bevægelse

af Bognen, 40, 50, 60, ja flere Graade, men endog at give disse en Jævnhed og lige Tykkelse, som man aldrig har funnet naae, ved at spinde hver for sig, uden geometriske Midler.

Hidtil have vi ikke sammenlignet Paralleler uden med lodrette Linier, nu ville vi sammenligne dem med skraae eller skjævtstaaende. Lad os forestille os, at vi drage de to lige Linier AB og CD skraae mod EACF, Fig. 7. Dersom da de to Vinkler EAB og ECD, vi kalde tilsvarende, ere ligestore, saa ere Linierne AB og CD parallelle.

Omvendt er det ligesaa sandt, at naar disse Linier ere parallelle, vil enhver skraa Linie skjære dem saaledes, at der dannes med dem fire spidse og fire stumpe Vinkler, der ere ligestore indbyrdes*).

Ved Fig. 7 maae vi lægge Mærke til nogle Betænelser af de Vinkler, som fremkomme, naar 2 Paralleler overskjæres i skraa Retning af en lige Linie, og til disse Vinklers Egenskaber.

a, o, a'', o'' kaldes udvendige Vinkler; a', o', a'', o'' indvendige Vinkler; a', a'' og o', o'' Vexelvinkler. Deraf ere

1. Vexelvinkler ligestore;

*) Beviserne ere i den samme Form, som ved den lodrette Overskjæring af Paralleler. Overs. Anm.

2. en udvendig Vinkel ligestor med den modstaaende indvendige Vinkel;
3. to indvendige Vinkler tilsammen liig Summen af 2 rette Vinkler.

Beskuelsen af Figuren, i Forening med det, vi i første Forelæsning have lært om Vinkler, gjør dette tydeligt, og vi ville ofte faae Leilighed til at benytte os af disse Sætninger i Udøvelsen.

Naar man i Kunsterne behøver at drage en lige Linie parallel med en anden, gjør man ofte Brug af ovennævnte Egenskab ved Parallelerne.

Man betjener sig dertil af en Lineal og en retvinklet Triangel, eller og alene af en Vinkel af Træ, Glas eller Messing.

Forlanger man nu igjennem Punctet A at føre en lige Linie parallel med CD, Fig. 8, saa begynder man med at lægge Trianglen xyz saaledes, at een af dens Sider følge nøiagtigen Linien CD. Derpaa lægger man Linealen mod Siden xz af Trianglen, trykker Linealen med Haanden, eller holder den ubevægelig ved Bægter til Planet. Med den anden Haand fører man Trianglen langs med Linealen, indtil Punctet x af Siden xy kommer Punctet A saa nær, som Beskaffenheden af det Medskab, hvormed man vil slaae Linien AB, tillader. Denne langs xy dragne Linie maa nødvendigen blive parallel med CD; thi de spidse tilsvarende Vinkler, dannede af Linealen og de to Linier AB og CD, ere ligestore indbyrdes.

Ved Siden yz af Trianglen kan man overalt drage lodrette Linier til Linealen, og meget hastigere end ved Hjælp af ligeligen hældende skraae Linier; men man maa have meget rigtige Triangler, og Intet er sjældnere. Endog i de Stæder, hvor man har bragt det vidt i Kunsterne, findes kun et ringe Antal Kunstnere, som forfærdige Triangler og Linealer, hvis Nøiagtighed kan tilfredsstille gode Tegnere.

Vi ville nu undersøge Anvendelsen af de Egenskaber, vi have angivet, paa Forbindelser og paa Legemers Bevægelse.

Naar man fører en Figur af uforanderlig Dannelse ABCD, Fig. 10, saaledes frem, at alle dens Puncter i den lige Linie Amnp... bevæge sig paa samme lige Linie Amnp...; saa vil ethvert andet Punct B, eller C, D etc. af Figuren ABCD gennemløbe en lige Linie Bb, Cc, Dd etc. parallel med Aa. Da Figuren ikke forandrer Dannelse under sin Bevægelse, vil virkeligen ethvert Punct B, C, D, altid blive i samme Afstand fra den lige Linie Aa, og altsaa beskrive en lige Linie parallel med Amnpa.

Kunstfliden benytter ofte denne skjønne Beskaffenhed, som Geometeren har skjænket den.

Anvendelse paa Skuffers Gang i deres Salsler. Bord:, Commode: og Skabskuffer, Fig. 9, blive indsluttede og dragne i en Omsatning, hvis retlineede Dele fremstille ligesaa mange lige, parallelle Linier Aa, Bb,

Dd og Cc. Naar Skuffen drages ud eller skydes ind, vil den slutte i sin Omfatning, dersom Bøhavet er godt forarbejdet, det vil sige, dersom Parallelismen er nøie iagttaget. Den vil paa intet Punct hindres i sine Bevægelser, fordi Parallelerne, altid indsluttede mellem de samme Paralleler, følgerigen ligestore, afgive Afstanden af de forskjellige Puncter i denne Skuffe, betragtede i deres forskjellige Stillinger.

Anvendelse paa Pumpestøens Gang i Pumper. Den samme Forklaring gjør os det begribeligt, at en Stø, som passer nøiagtigen i et Pumpetræ, hvis Boring bestaaer af lige Parallellinier efter Længden, kan vandre sluttende, uden at finde Hindring, eller have Spil, naar kun Pumpen er vel boret og Støen nøiagtig. Naar Støen gaaer op og ned, beskriver ethvert Punct i dens Omkreds en lige Linie parallel med Pumpetræets Ase; alle disse Paralleler bør nøiagtigen glide op og ned paa Pumpetræets indvendige Hulhed. For nemmeligen i Dampmaskiner kan den mindste Feil i Parallelismen, og den ringeste Afvigelse forårsage de største Uleiligheder og et betydeligt Tab af Kraft.

Anvendelse paa Tøiers Rending og Vævning. For at rende et Stykke Tøi (af den skaarne Rjæde) udstrækker man først en Mængde Træde parallelle, hvis ene Ende man befæster i en Lisse (Løbebaand); fra den anden Ende opruller man dem paa Vommen. Disse Træde strammer man saaledes, at den ei oprullede

Deel frembyder en Række af lige parallelle Linier i een og samme Glade. For at Tøiet, som man vil forarbejde, ikke skal blive slapt paa nogle Steder og stramt paa andre, betjener man sig af et Redskab, som kaldes Kam. Denne bestaaer af meget tynde lige Klinger, som holdes parallelle, i lige Afstand fra hinanden, ved en passende Ramme. Igjennem ethvert Mellemrum i Kammen bringer man en Traad af Kjæden, hvorved Traadens Afstand bestemmes. Er Kammen kun forarbejdet med yderste Nøiagtighed, saa bliver man ved denne dobbelte Anvendelse af lige, parallelle Linier, hvoraf den ene styrer den anden, istand til at væve meget brede og lange Tøier meget jævnt i alle deres Dele.

Det er bekjendt, til hvilken Grad af Fiinhed og Skjønhed Indianerne have bragt Vævningen af deres berømte Caschemir-Shawler. Da de imidlertid ikke besidde Midler, som i Nøiagtighed kunne sammenlignes med Europæernes, til at sikre Traadens Parallelisme og ligestore Afstand, er det dem umuligt at udføre Shawls: grunde, som med Hensyn til Jævnhed kunne lignedes med dem, Europæerne frembringe, endskiøndt vore Fabrikanter neppe tælle tyve Aar fra den Tid, de gik ind i denne Green.

Her maae vi lægge særdeles Mærke til, at den Overvægt, vi have erhvervet i en Kunst, der allerede hos Andre var bragt til en høi Grad af Fuldkommenhed, blot skyldes de Midler til at naae Nøiagtighed, som den rene

Geometri har udfundet i lige Liniers Parallelisme, hvilke her forestilles ved meget fine Traade.

Vi ville ofte støde paa lignende Virkninger, og overalt vil man see, hvor bydende Kunstslidens Fremgang fordrer, at bringe streng Nøagtighed i de geometriske Begreber og deres Forbindelser, under Udførelsen i Værkstederne. Vi kunne ikke overtyde os stærkt nok om, at Kundskab i Geometrien, anvendt paa Kunsterne, derved bliver meer og meer nødvendig for vore Kunstnere.

De parallelle Liniers Egenskaber benyttes ofte til at udføre en Figur, eller et Legeme, nøagtigen ligestor med en anden Figur, eller et andet Legeme.

Skulle vi f. Ex. tegne en Figur abcd ligestor med en allerede afflagen Figur ABCD, Fig. 11, maae vi først drage Linierne Bb, Cc, Dd ligestore og parallelle med Aa, og dernæst Linierne ab, bc, cd, da; disse ville da nødvendigen blive ligestore og parallelle med AB, BC, CD, DA, og altsaa de 2 Figurer være ligestore.

Anvendelse paa Afslagninger (Afstikninger, Afsetninger) i den borgerlige Bygningskunst og Stibsbyggeriet. Naar man vil give et Stykke Træ, Jern eller Steen, en Ophængning, som skal passe nøie i en Huling eller Jordybning, hvori det ophængede Stykke skal slutte, benytter man den omhandlede Egenskab ved Parallelerne. Vilde vi for Exempel nøagtigen afrette et Stykke passelig tilskaaren Træ XY, til at passe i For-

Fordybningen ABCDEF, Fig. 12, behøve vi kun at drage Linierne Aa, Bb, Cc, Dd, Ee og Ff, ligestore og parallelle indbyrdes, derpaa drage Omridset abedef, og danne Stykket XY efter dette Omrids.

Dette Middel anvender man til, af tynde Bræder at skjære Mønstre eller Chabloner af de fornemste Linier, efter hvilke et Skib skal bygges overeensstemmende med Tegningen dertil. Skibstømmermændene kalde denne Anvendelse af Parallelerne Egenfæber Chablone-ring (trriage). Paa dens Nøiagtighed berouer den troe og fuldkomne Udførelse af den forelagte Tegning.

Paa den Nøiagtighed, hvormed man efter denne Maade passer ophøjede og fordybede Stykker i hinanden, Fig. 13, berouer endog Skibets Fasthed, og den Modstand, hvormed det kan hindre, at dets Dele ikke faae Spil, naar det arbejder stærkt i Søen. Dette Spil ville vi siden lære at kjende, som een af de farligste Aarsager til et Skibs Fordærv.

Anvendelse af Paralleler paa Tegning i den beskrivende Geometri (Maaden at forfærdige Udkast og Tegninger). Vi have sagt Noget om Midlet, til at affætte en Figur ligestor med en anden ved Hjælp af Paralleler. Man har brugt dette Middel som en almindelig Maade at fremstille og afskrive Legeomter; dette er Hensigten af den geometriske Tegning. Paa en jævn Glade, kaldet Tegneplanet, saasom et Bord, et Gulv, et lige Blad Papiir, overfører man

den Gjenstand, man vil fremstille. Fra ethvert Punct i Gjenstanden drager man en lige Linie parallel til en Retning, som man forud har bestemt efter passende Omstændigheder. Man forestiller sig, at ethvert Punct af Legemet, som skal fremstilles, forlader sit oprindelige Sted, og føres paa Tegneplanet efter den parallelle Retning, man har valgt. Punctets nye Stilling paa Tegneplanet er Punctets Oversførelse.

Overfører man saaledes alle Puncter af en lige eller krum Linie, ville de danne paa Tegneplanet en ny lige eller krum Linie, som bliver Oversførelsen af den oprindelige, rette eller krumme Linie.

Det er denne Art Tegning, man bruger til at fremstille Gjenstande i den borgerlige og militaire Bygningskunst, i Skibsbyggeriet, i Tømmer- og Steenhugning, i Maskinbygning etc.

En eneste Fremstilling af Gjenstanden er ikke tilstrækkelig; der behøves to til ngenagtigem at bestemme dens Stikkelse og Størrelse, og derfor gjør man to Ridses, hvoraf man finder det beqvemt at forestille det ene vertikalt (sænkret), det andet horizontalt (vandret). Paa den sænkrette Tegning overfører man Gjenstanden, man vil fremstille, med vandrette Paralleler; paa den vandrette Tegning med sænkrette Paralleler.

Den vandrette Oversførelse kalder man egentligen Grundtegning (Plan), den sænkrette, Opstalt (Profil).

Vi maae i dette Øieblik føle os gjenneintrængte af Vigtigheden, og den uomgængelige Nødvendighed af, at kunne forstaae, og med Nøiagtighed udføre baade Grundridse og Opstalte af alle de Gjenstande, vi ville fremstille og udføre i enhver Kunst, hvori man bør give Frembringelserne en meget nøiagtig Dannelse, enten efter Mønstre, eller efter forud bestemte Maal og Forfrister.

Det Følgende af denne Forelæsning vil give os Midler til at arbejde i de fornemste Tilfælde, som kunne frembyde sig; men dette er ikke tilstrækkeligt. Man maa desuden søge at lære de forskjellige Maader og Hjælpemidler i denne Art Tegning, og — for Alting øve sig.

Anvendelse af Overførelses-Maaden i Mekaniken. Tegning med Paralleler og Perpendicularer ved Overførelse (Projection) kan ikke alene tjene til at fremstille Stikkelsen af et Legeme, som man antager for ubevægeligt i et givet Tidspunct, men ogsaa til at fremstille Veien, som Legemet har fulgt, eller skal følge i ethvert af dets Puncter, naar det faaer nogensomhelst Bevægelse. Denne nye Anvendelse af Geometrien er af højeste Vigtighed for Mekaniken. Den tillader at fremstille ved Linier det, som ikke er virkeligen dannet uden i Rummet; den tillader at fæste varigen de Spor, som efter deres Natur forsvinde i Øieblikket efter deres Frembringelse.

Vi vilde til Exempel antage, at man udskyder en Gevær: eller Kanonkugle mod et givet Maal. Midtpunctet af denne Kugle gennemløber da en vis Linie, som Intet i Rummet antyder, hverken før eller efter Skuddet. Imidlertid kan man paa en Glade fremstille denne Linie, saaledes, som den var, eller som den skulde være. Denne Fremstilling vil kunne nytte os i mange Tilfælde, f. Ex. til at gjøre os Regnskab for Virkningen af et Skud fra et Batteri mod en Fæstning. Eftersom denne Linie, ført mod den øverste Kant af Forstandsningerne, falder ind i det Rum, hvor Forsvarerne befinde sig, eller gaaer derover i en saadan Afstand, at den ikke kan naae Forsvarerne, vil Batteriet være fordeelagtigt eller ufordeelagtigt for Angriberne, vil der være Fare eller ikke for de Beleirede, der staae bag Volden. (See 14de Forelæsning).

Man fremstiller da den Linie, Kuglens Midtpunct skal gennemløbe, paa Tegneplaneet, som antyder de indbyrdes Beliggenheder og Ophøininger af Batteriet og Fæstningsværkerne, for at bedømme, hvad man kan haabe, eller befrygte af dette Batteries Virkning.

Man fremstiller ligeledes ved Linier den Følge af Puncter, som Maanens Midtpunct gennemløber omkring Jorden; som Jordens, de andre Planeters og Cometerens Midtpuncter gennemløbe om Solen etc. Kundskaben om de af Stjernerne i vores Planetsystem

saaledes gennemløbne Linier er een af de kosteligste Opgaver, den menneskelige Forstand har gjort. Tusinder af Aar udfordredes for at naae dertil.

De Maskiner, som man forarbejder for Samfundets Fornødenheder og Kunstslidens Beskæftigelser, indrettes saaledes, at visse af deres Dele skulle frembringe visse bestemte Bevægelser. Det er ikke nok at fremstille Delene af en Maskine i en særdeles Stilling, man maa kunne fremstille Bevægelserne, Gangen af disse Dele. Det er atter ved at anvende Tegnemaa- den med Paralleler og Perpendicularirer, at man opnaaer dette. Ved Hjælp af denne Fremstilling gjør man nøiagtigen Rede for Virkningerne af den Skikkelse, Maskinens forskjellige Dele har, naar samme sættes i Bevægelse.

Man vil allerede see hvor mange og hvor vigtige Anvendelser, der gjøres af Lærebygningen om Paralleler og Perpendicularirer, saa let og simpel den synes, til at afbilde og forfærdige Gjenstande af enhver Dannelse, det være sig Bohave, Bygninger eller Maskiner, og til at fremstille disse, saavel i rolig, uforanderlig Tilstand, som under de forskjellige Omstændigheder i deres Bevægelser. Man bør derfor gjøre sig meget fortrolig med det Fremstillingsmiddel, som denne forskaffer Kunstsliden. Een af de nyttigste Anvendelser af parallelle Linier er den, som man har gjort, for at bringe Skikkelsen af krumme Linier til et Maal paa rette Linier. Naar

en krum Linie, f. Ex. MABCDN Fig. 14 er givet, henz
fører man den til en lige Hovedlinie eller Axe mn ved
en Række af andre lige parallelle Linier Aa, Bb, Cc,
Dd etc., som drages lodrette til Axen. Sædvanligen
giver man Parallelerne ligestore Mellemrum.

Anvendelse paa krumme Liniers Slagning.
Fordelen af denne geometriske Afslagning er, om jeg
saa maa udtrykke mig, at man derved kan tegne
og beregne endog de mindst regelrette og krumme Liniers
Skikkelse. Skibsbygningen afgiver et mærkeligt Exem-
pel derpaa.

Exempel af Skibsbygningen. Hurtigheden af
et Skibs Gang, naar alle Omstændigheder ellers ere
lige, beroer paa den passende Dannelsen af den Deel af
Skroget, som gaaer i Vandet. Denne Dannelsen maa
overalt være uafbrudt jævnløbende, og vel udført efter
de af Bygmesteren bestemte Maal. Derfor anvender
man de nøiagtigste geometriske Maader, for at fremstille
og bygge Skibenes Underdeel. Man tager sin Tilflugt
til Paralleler og Perpendicularer.

Alle Skibe, som vi bygge, have deres høire Side,
kaldet Styrbord, fuldkommen ligedannet med den ven-
stre Side, kaldet Bagbord. For at afbilde dem, tager
man en lige vandret Linie MN, Fig. 15, som gaaer
fra Forstavn til Bagstavn. Paa denne Linie, deelt
i ligestore Dele MA, AB, BC ..., opreiser man lod-

rette Linier, og paa disse affætter man Puncter, som antyde Bredden af Vandlinierne.

Man antager, at Skibet, uden at hælde til nogen af Siderne, synker efterhaanden i Vandet, og man antyder ved enhver Synkningsgrad, paa den ydre Flade, Linien af Vandets Omrids, som man kalder Vandlinien (Vandgangen). Den uafbrudt jævne Flugt af disse Linier bestemmer fornemmeligen Godheden af et Skibs Dannelsse. Disse krumme Linier bestemmes, som vi have sagt, ved Halvbreder, bemærkede paa Parallelerne, til Høire og Venstre af Aksen. Naar disse Halvbreder ere angivne i Tal for enhver Vandlinie og for enhver Parallel, kan man altid gjøre Tegningen af Underskibet, og følgelig bygge Skibet selv.

Exempel taget af Veies og Kanalers Afstikning. Naar Linien MN, Fig. 16, antaget som Aksen, er Linien af Kanalens Vandspeil, eller enhver anden Linie parallel med dette Vandspeil, fælder man Perpendicularer Aa, Bb, Cc... fra denne Linie mod Grunden, hvis Dannelsse da bestemmes ved den krumme Linie, som gaaer igjennem Puncterne a, b, c, d. For at bestemme Linien i Vandspeilet MAB...N, bruger man det saakaldte Nivelleer-Instrument (ogsaa Waterpasset), som vi ville lære at kjende ved de hydrauliske Maskiner.

Man danner derpaa Tværgjennemsnittene, ved at føre gjennem hvert Punct A, B, C, D horizontale Linier, lodrette paa MN, og ved at tage enhver af

disse Horizontaler for en ny Axe. Man sælber lodrette Linier fra denne Axe mod Grunden; man maaler deres Længde, og danner derpaa en Figur, for enhver ny Axe, af de Perpendicularirer og den Krumning af Grunden, som svarer dertil.

Disse Arbejder ere uomgængelige for nøie at kjende den Jordmængde, man maa udgrave paa de altfor høie Steder, for at henbringe den til de altfor dybe, og derved omdanne den oprindelige Skikkelse af Grunden til en saadan, som passer for Veien eller Kanalen, man vil affikke. Disse Nivelkeer; Tegninger fremme og lette ogsaa meget de fornødne Beregninger af de Jordmasser, man skal bortskaffe.

Naar man med Nøiagtighed vil optage Skikkelsen af Bunden i en Sø, Flod, Havn eller Ahd, inddeler man Overfladen i Firkanter ved to Rækker af vandrette, parallelle, lige vidt fra hinanden staaende Linier, hvoraf den ene Række skjærer den anden.

Derefter nedfælder man fra ethvert Skjæringspunct en Perpendicular indtil Grunden. Drager man nu krumme Linier igjennem Enderne af de Perpendicularirer, der ere nedfældede fra samme vandrette Linie, fremstaaer et Gjennemsnit af Søens, Flodens, Ahdens etc. Grund, og man erholder saaledes, baade paa langs og tværs, alle fornødne Gjennemsnit til at angivne Skikkelsen af denne Grund.

Istedetfor paa denne Maade at fremstille Skikkelsen af en Grund, hvad enten den bedækkes af Vand eller ikke, foretrækker man ofte frumme Linier af den Besskaffenhed, at de lodrette Høider ere ligestore for dem alle; man danner da en Række af frumme horizontale Linier. I Almindelighed antager man, at de frumme Linier i denne Række have samme Afstand, den ene fra den anden, naar man maaler denne Afstand lodret. Følgelig ere disse horizontale Affnit i lodret Projection, det vil sige i Opstalt, alle fremstillede ved Paralleler i lige Afstand fra hinanden, hvilket gjør en Mængde Arbejder meget simple. Denne Fremstillingsmaade har den store Fordeel, at vise for det simple Syn, paa et Blad Papir, Skikkelsen af Grunden i sine forskjellige Dele.

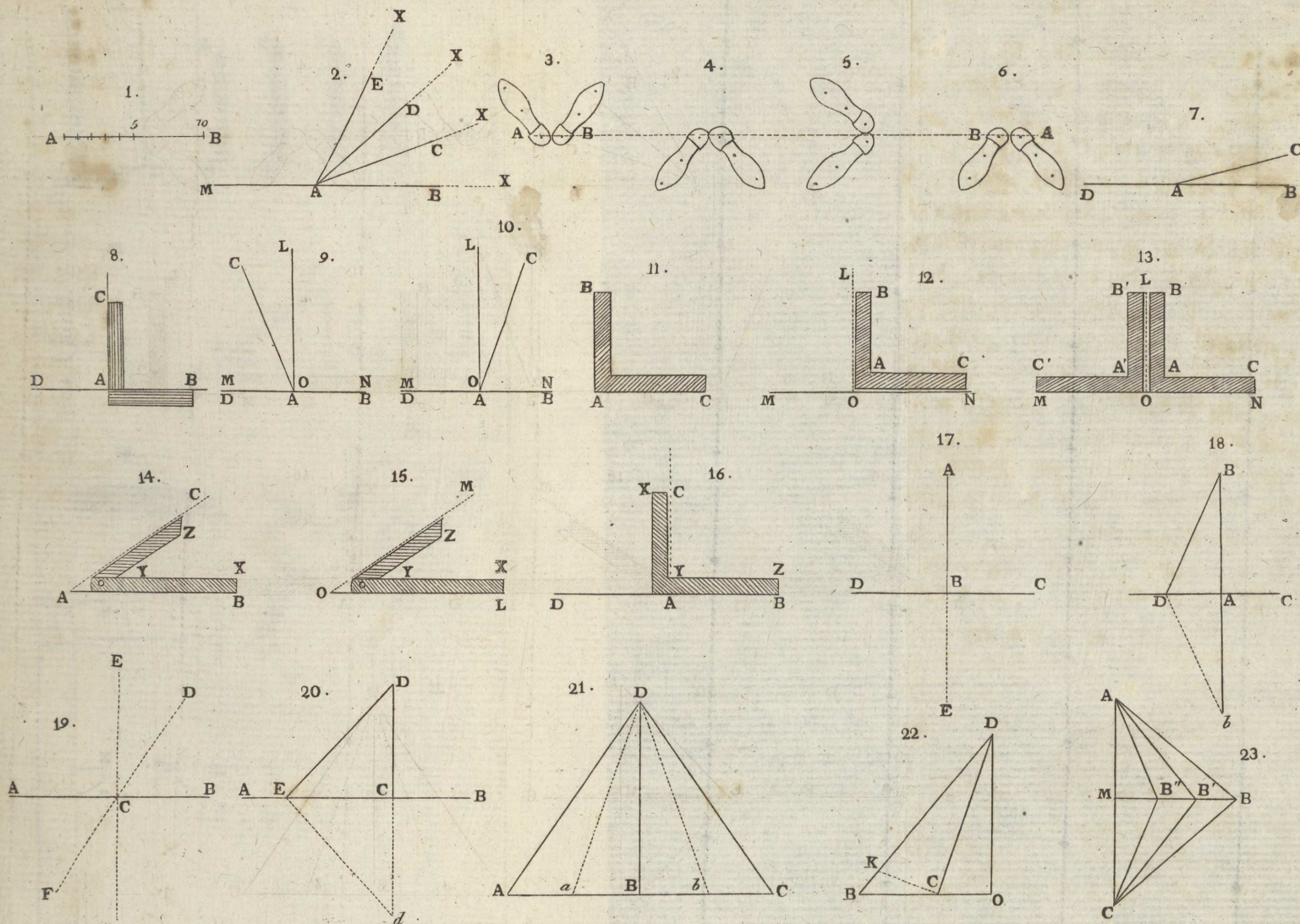
Bestemmelsen af denne Skikkelse er ikke alene nyttig for Vandbeskrivelsen, eller Beskrivelsen af saadanne Steder, som enten bedækkes, eller til sine Tider overskylles af Vandet; den tjener endog Stedsbeskriveren til at aftegne med Nøiagtighed den fuldkommen omstændelige Skikkelse af Dale, Bjerger etc.; den tjener saavel Ingeniøren, som Bro- og Veicorpssets Officiere, til at gjøre Udkast til Forsskandsninger og Landeveie.

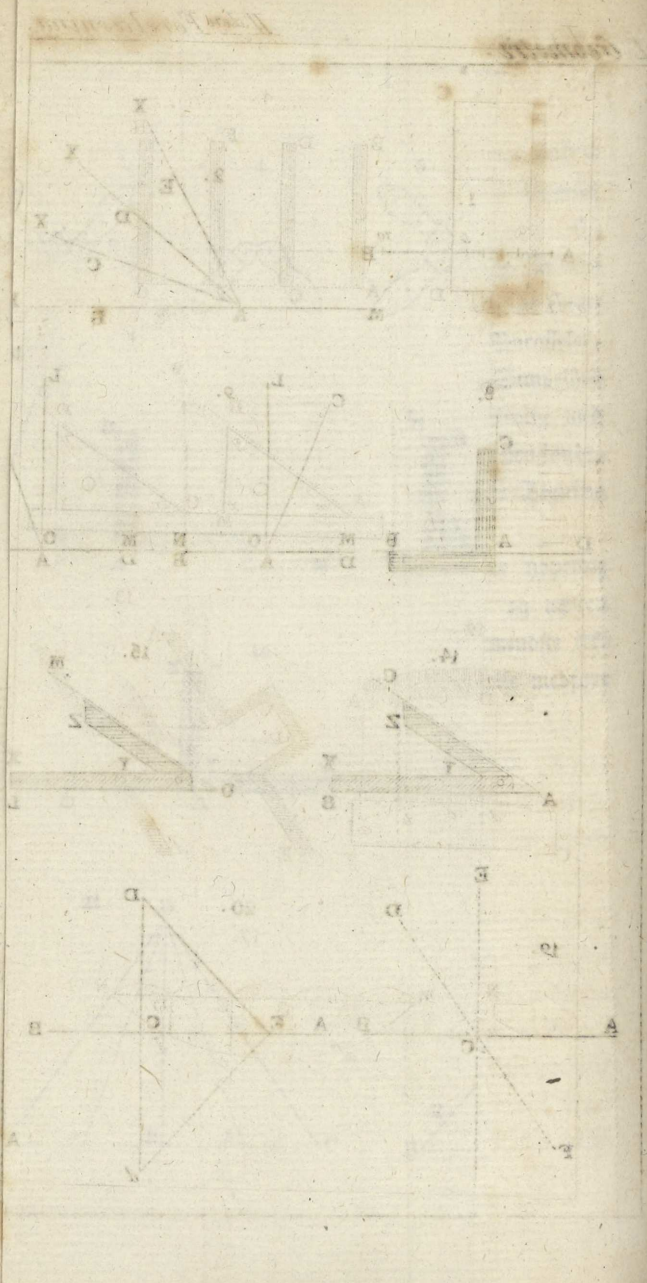
Vil man bygge en Vandledning eller Bro, hvis Piller skulle naae til Høiden af Vandspeillinien MN, Fig. 17, saa deler man denne nøiagtigen i ligestore Dele MA, AB, BC, CD... Fra enhver Delingspunct nedfælder

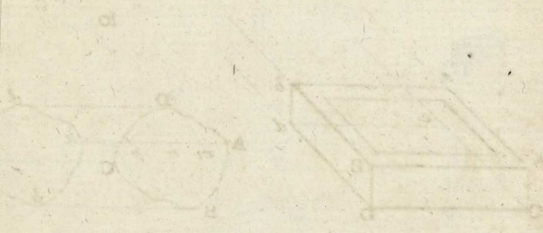
man en Perpendiculair Aa, Bb, Cc, Dd.... indtil Grunden. Disse Linier angive da Høiden, som Broens eller Vandledningens Piller bør have.

Uden at indlade os videre paa de utallige Anvendelser, som man kan gjøre af denne Maade, at fremstille Udstrækningers Dannelse ved Hjælp af Paralleler, ville vi indprente os dens Bigtighed, Lethed, Simpelhed og Hurtighed. Man bør derfor gjøre sig fortrolig med den ved flittig og nøiagtig Tegning af mange Gjenstande, henførte til Aarer og Paralleler. Denne Art Tegning maa blive almindelig for alle Haandværkere.

Bort Kunstacademi i Kjøbenhavn giver ypperlig Anledning til Underviisning i dette Fag, og næsten intet Sted i Landet kan denne savnes, idetmindste ikke der, hvor Militaire findes, da deres Opdragelse medføre Kundskab og Færdighed heri.







Tredie Forelæsning.

Cirkl en.

En Cirkel er en lige Flade, hvis Begrænsningslinie, kaldet Omkredsen (*circonférence, périphérie*), har alle sine Puncter lige langt fjernede fra eet eneste Punct, som kaldes Midtpunctet (*Centrum*).

Alle lige Linier, dragne fra Midtpunctet til Omkredsen, ere ligestore, da de ere Maal for ligestore Afstande. Man kalder disse lige Linier Radier. Altsaa ere alle Radier i en Cirkel ligestore indbyrdes.

Naar to Radier ere lige modsat til hinanden, hver paa sin Side af Centrum, danne de een eneste lige Linie, som man kalder Diameter (*Tværmaal*). Saaledes er i Cirklen ABDE, Fig. 1, C Midtpunctet, CA, CB, CD og CE Radier, som alle ere ligestore, og de to Radier CA, CD, forenede i een lige Linie ACD, en Diameter.

Enhver Diameter DA, Fig. 1, deler Cirklen i to ligestore Dele.

Den sædvanlige Maade, at bukke Delen DBA om Diametren DA som Kant over Delen DEA, beviser os disse Deles Ligestorhed; thi da alle Radier ere ligestore og endes i Omkredsen, saa maa Omkredsen af den ene

Halvdeel falde paa den andens Omkreds, disse ville dække hinanden, og følgerigen Delene være ligestore.

Chorde eller Sehne kalder man enhver lige Linie mn, Fig. 2; Cirkelbue kalder man enhver Deel mqn af Omkredsen. Piil kunde man kalde det Stykke pq af Radien Cpq, som staaer lodret midt paa Chorden mpn, og indsluttes mellem denne Chorde og Buen mrsn.

De Franske have kaldt dette Stykke Piil (Ache), og laant Benævnelsen af Brugten, Forsædrene gjorde af en Bue med Sehne eller Stræng til at affhyde en Piil, som da blev lagt mod Strængen paa Buen, der næsten var et Stykke af en Cirkelomkreds, Fig. 3. Jeg bemærker dette for at vise, hvorledes Anvendelsen ofte er gaaen foran Videnskaben, og har forsynet den med Navne.

Radien Cpq Fig. 2, der er lodret paa Chorden, deler Chorden og Buen i to ligestore Dele.

Drage vi Radierne Cm og Cn, saa blive disse ligestore skraae Linier, med Hensyn til den lodrette Cp; altsaa er $1. mp = pn$. Chorderne mq og qn ere ogsaa ligestore skraae Linier, og folder man Cqn over Cqm, vil ogsaa Punctet n falde paa m, og Buen nsq paa mrq; thi intet Punct af den ene Bue kan falde indenfor eller udenfor den anden, uden at være nærmere ved, eller længere fra Midtpunktet C; altsaa 2. ere de tvende Buer mrq og nsq ligestore.

Anvendelse paa Linietegning. Den Egenstabs vi nys have bevist, forsyner os med meget nyttige

Anvendelser i Tegnekunsten og i næsten alle de Kunster, hvor man skal tage og forbinde meget nøiagtige Maal.

Først tjener den til at dele en Cirkelbue mqn Fig. 4 i to ligestore Dele. Til den Ende aabner man sin Passer tilstrækkeligt (det vil sige meer end Halvdelen af mn), sætter een af Spidserne i m og slaar med den anden Cirkelbuen rst ; derpaa sætter man Passerspidsen i n og slaar Buen usv med den Opmærksomhed, at Passerens Aabning ikke forandres under Arbeidet. Punctet s , hvori de to Cirkelbuer skjære hinanden, vil da være lige langt fra m og n , altsaa i den Perpendiculair til mn , som gaaer midt igjennem denne Linie og Midtpunctet af Cirklen. Denne Perpendiculair vil saavel dele Chorden mn , som Buen mqn , i to ligestore Dele.

Vidste man ikke Midtpunctet, maatte man endnu slaare to Buer abc og abe med een og samme Passer: aabning, den første fra m og den sidste fra n ; deres Skjæringspunct b vilde da ligesom s ligge i den lodrette Linie, som deler Chorden mn og dens Bue mqn i to ligestore Dele.

Ved en saadan Forbindelse kunne vi, naar vi alene kjende tre Puncter m , n og o , Fig. 5, i Omkredsen af en Cirkel, bestemme Beliggenheden af Midtpunctet, Størrelsen af Radien, og folgeligén beskrive Omkredsen selv.

Overeensstemmende med det Foregaaende er det nok til denne Hensigt 1. at drage Linien qa midt igjennem og lodret paa mn, og 2. at drage Linien rb midt igjennem og lodret paa no. Skjæringspunctet C for disse to lodrette Linier er da Midtpunctet, og de rette Linier derfra til m, n, o ere ligestore Radier, hvormed Omkredsen kan beskrives.

Naar Chorderne AB, DE etc. Fig. 6 i en Cirkel ere parallelle, blive de mellem Parallelerne affaarne Buestykker ligestore.

For at bevise dette, ville vi fra Centret C drage Radien C m n p lodret paa alle Chorderne; den vil da skjære enhver af dem i to ligestore Dele. Ved nærmere at sammenligne Længderne af Buerne, som svare til disse Chorder, vil man finde:

$$\text{Buen } pA = pB, pD = pE, pF = pG;$$

$$\text{altsaa Buen } AD = BE, DF = EG.$$

En lige Linie XpY, Fig. 6, lodret paa Cirkelns Radius Cp, og dragen igjennem Endepunctet af denne Radius, er ganske udenfor Cirklen, som den kun berører i Punctet p. Den er en Tangent (Berøringslinie) til Cirklen, og ingen anden Linie kan fra Punctet p drages imellem Cirklen og Tangenten XpY.

Da Radien er lodret paa Linien XpY, saa er Berøringspunctet p i denne Linie nærmere ved Midtpunctet C, end ethvert andet Punct i samme, fordi Afstanden af ethvert saadant Punct X eller Y fra

Punctet C vilde maales ved en skraa Linie, som nødvendigens blev længere end den lodrette Cp. Følgelig ligge alle Puncterne i Linien XpY, undtagen Punctet p, udenfor Cirklen.

Kunsterne drage megen Nytte af Cirkelns Egenskaber med Hensyn til rette Linier, som ere Tangenter til den.

Man kan lade en Cirkel dreie sig om et fast Midtpunct C, og ligeledes holde Tangenten XY i en uroffelig Stilling under denne Bevægelse. Da vil 1. Cirklen under sin Bevægelse ikke gaae ud over XY, 2. vil den altid berøre XY i et Punct p, hvis Afstand fra Midtpunctet er ligestor med Radien Cp. Følgelig, naar en lige Linie, som er ubevægelig, berører en Cirkel i et Punct, og Cirkelns Midtpunct er fast i en Axe, kan man dreie Cirklen, uden at dens Omkreds, enten vil sjerne sig fra denne Linie, eller frastøde den.

Anvendelse paa Dreining af et bevægeligt Legeme ved Hjælp af et fast Værktøi. Dreieren benytter denne Egenskab for at dreie en Glade cirkelrund. Han lader Gladen dreie sig om et fast Punct C, som tages til Midtpunct i Cirklen; derpaa holder han et Dreierjern efter Tangenten XY; da Skjæren virker paa et Punct som p, vil Værktøiet borttage alle Dele af Gladen, som staae længere frem end Radien Cp. Naar alle Puncterne i Omkredsen ere saaledes afdreiede, ville de komme i en saa stor Afstand fra Midt-

punctet, som Længden af Op ; følgerigen vil dette Omrids blive en Cirkelfreds.

Anvendelse paa Slibestenes Dannelse for at hvæsse Værktoier, eller slibe Glader. Man benytter den samme Egenfkab til begge Dele. Man holder den Gjenstand, man vil hvæsse eller slibe, enten med Haanden, eller ved en anden Indretning, stadigen trykket mod en cirkeldannet Slibesteen. Ligger Slibesteenens Axe godt og stadigt, saa at Stenen dreier sig nøiagtigt om sit Midtpunct, og er dens Omkreds en fuldkommen Cirkel, saa vil denne ved Omdreiningen altid blive i jævn Bevægelse til Gjenstanden, man vil slibe, som til en Tangent. Slibestenen dreies først ved Hjælp af Tangenten til en Cirkel, for derpaa at slibe lige efter Tangenten.

Ingen anden Figur end Cirklen har denne Egenfkab. Naar enhver anden Figur blev dreiet omkring et fast Punct inden i den, vilde dens Omrids snart nærme sig til og frastøde, snart fjerne sig fra og ikke berøre den Gjenstand, der blev holdt i fast Stilling mod den, som en Tangent mod Cirklen.

Istedetfor at antage Cirklen bevægelig og Tangenten fast, kunde man tvertimod antage Cirklen urokelig og Linien XY bevægelig, dog saaledes, at den ikke fjernede sig i længere Afstand fra Midtpunctet end Længden af Radien, den vilde da uafbrudt berøre Cirkelns Omkreds.

Anvendelse paa ubevægelige Legemers Dreining. Man anvender denne Maade til at skjære ubevægelige Legemer cirkelrunde; det er da Værktøiet, som dreier sig om Midtpunctet. En lige Side af Værktøiet er fremstillet ved Tangenten XY og Sniden ved Punctet p.

Man forbinder endnu en forskjellig Bevægelsesmaade af Cirklen med dens Tangenters Stilling.

Anvendelse paa Kjørsel. Naar vi antage Tangenten XY ubevægelig, og lader Cirklen rulle saaledes hen over den, at enhver lille Deel af Omkredsen efterhaanden berører Tangenten i et nyt Punct, uden at glide frem eller tilbage, har man den Bevægelse, man kalder Kjørsel; den er af største Vigtighed for Kunstnerne.

Under denne Bevægelse vil XY ikke ophøre at være Tangent til Cirklen, thi den vil bestandigt berøre Omkredsen kun i eet Punct. — Midtpunctet af Cirklen vil derfor stedse være i Afstand af Radiens Længde Cp fra Linien XY. Saaledes bevæger i Kjørsel paa en lige Linie XY, Midtpunctet af den rullende Cirkel sig efter en anden lige Linie, parallel med XY. Er Linien XY vandret, følger Cirkelens Midtpunct ligeledes en vandret Linie.

I enhver anden krum Linie vilde et bestemt Punct, hvad enten det laa i Midten eller ikke, stige og synke, naar man rullede den paa en lige vandret Linie, og Frembringelsen ved et saadant Hjul hverken blive

ordentlig eller magelig. Derfor giver man Cirkeldannelse til alle Hjul paa Vogne, som ere bestemte til at fortbringe Rejsende eller Gods.

Anvendelse paa parallelle Bevægelser. Den Egenskab ved Cirklen, som i dette Nieblif beskæftiger os, afgiver en meget simpel og let Maade til at bevæge et Punct parallel med en given lige Linie; man behøver kun at forbinde dette Punct med Midtpunctet af en Cirkel, som rulles paa sin Tangent.

Lad os drage Linien xy , Fig. 6, parallel med XY , i en Afstand, som er ligestor med to Radier Cp , eller med Cirkelns Diameter pCq ; xy vil da gaae igjennem Endepunctet q , og ligesom XY være en Tangent til Cirklen. Lader man nu Cirklen rulle paa XY , vil den bestandigt berøre Linien xqy , fordi Afstanden imellem de to Paralleler forbliver den samme.

Anvendelse i Maskinbygning. Vil man give en Lineal, eller en retlinet Ramme, en meget mægtig Bevægelse parallel med en given lige Linie, tager man Ruller af ligestort Tværmaal og ganske ensagtig cirkelrund Dannelse; disse lægger man i parallel Retning mod hinanden paa en lige Grundflade under Linealen eller Rammen, man vil bevæge. Man behøver nu kun at drage eller flyde Linealen eller Rammen i en Retning, tangerende paa Rullerne, eftersom den Maskine, hvis Dele de ere, fordrer.

Man vil bemærke, hvormange forskjellige Maader Geometrien skaffer Kunsterne, til at beskrive eller danne Cirkler ved lige Linier, og lige Linier ved Cirkler; til at frembringe retlinede Bevægelser ved Kredsløb, og Kredsløb ved retlinede Bevægelser.

Efter at have sammenlignet Cirklerne med lige Linier, ville vi sammenligne dem indbyrdes.

Lad os antage to Cirkler A og B, Fig. 7, stillede saaledes, at Afstanden AB mellem deres Midtpuncter er ligestor med Summen af deres Radier AO og BO; det er da klart, at Punctet O ligger paa een gang i begge Omkredse, hvilket ikke vil være Tilfældet med noget andet Punct P.

Om man drog de lige Linier AP og BP, vilde altid den lige Linie AO + OB være kortere end den brudte AP + PB.

Disse to Cirkler ere følgerigen Tangenter til hinanden.

Anvendelse paa at bringe Kredsbewægelse fra en Axe til en anden. Man kan dreie den første Cirkel, Fig. 7, under bestandig Berørelse af den anden, hvad enten man antager denne ubevægelig, eller bevægelig i en Retning modsat til den førstes Bevægelse, uden at de to Cirkler under denne Bevægelse aflade at berøre hinanden, eller at den ene gaaer ind over den anden.

Kunsterne anvende ofte denne geometriske Egenskab til at bevæge en Cirkel ved en anden, enten ved simpel Gnidning af deres Omkredse, eller ved at forsyne disse

med Tænder af lige Tykkelse, anbragte med ligestore Mellemrum. Man vil da finde, at naar den ene Cirkel bevæger sig fra Venstre til Høire, saa bevæger den anden sig fra Høire til Venstre: de bevæge sig i modsatte Retninger. Denne Forskjellighed i Bevægelsirne udtrykker man ved Pile, som i Fig. 7.

Vare tre Cirkler A, B og C, Fig. 7, i en saadan Bevægelse, at den første dreiede den anden, og den anden den tredie, saa vilde, da den anden gaaer om i modsat Retning til den første, og den tredie i modsat Retning til den anden, igjen den tredie og den første gaae omkring i samme Retning. Der udfordres altsaa fire Cirkler i Bevægelse, for at overføre Kredsløb i samme Retning fra en Axe til en anden.

Cirkelbevægelse ved Remme eller Snore. Vil man overføre Kredsløb fra en Cirkel til en anden i en betydelig Afstand, saa slaar man en Snor eller Rem om to Cirkler, for ei at anbringe for mange eller for store Cirkler. Dette kan skee 1. uden at krydse Snoren, som i Fig. 8, eller 2. ved at krydse den, som i Fig. 9. Disse Snore strammes saaledes, at Delene mn og pq, som ikke ere i Bevægelse med Cirklerne, ere rette Linier. Man kan dreie enhver af disse to Cirkler, uden at Længden eller Retningen af Kredsdelenes pAm og qBn, ei heller af de lige Dele mn og pq forandres. Hvis Snoren i første Sted blot slutter stærk nok til Omkredsen, for at overføre Bevægelsen til den anden Cirkel, idet

den sætter den ene Cirkel i Gang, saa vil denne Bevægelse forplante sig uden Vanskelighed paa samme Maade, alt som man dreier den første Cirkel.

Dersom Snoren rækkede sig, enten ved Brugen, eller af Luftens Varme og Fugtighed, maatte man anvende en tredie Cirkel D, Fig. 10, for, ved Brud paa een af de retlinede Dele pq, at bringe den i en Stilling prq, hvori den, trods Rækningen, vilde blive stram nok. Hertil var det tilstrækkeligt, om Længdeforskjellen mellem den lige Linie pq og den indbøiede prq blev saa stor, som Snorens Rækning. Man gjør hyppigt Brug af dette Middel i Maskinbygning.

Man maa lægge Mærke til Forskjellen i Virkningen af disse to Omlægningsmaader af Snore, som krydse, eller ikke krydse fra den ene Cirkel til den anden. Med krydsende Snore, Fig. 9, gaae de to Cirkler omkring i modsatte Retninger, og med ikke krydsende Snore, i samme Retninger.

Længere hen i disse Forelæsninger ville vi see mange Anvendelser af rette Liniers og Cirklers Bevægelse i Forbindelse, for at fyldestgjøre Kunsternes Fordringer.

Om Bevægelsen af en Cirkel i en anden. Dersom man udsjærer en Cirkel af en jævn Flade, vil den udskaarne Deel faae en udvendig fremstaaende, og i Fladen vil blive en indvendig huul Omkreds. Dreier man nu den udskaarne Cirkel om sit Midtpunct, ville alle Puncterne i dens Omkreds, da de ere lige fjer-

nede fra Midtpunctet, være i bestandig Berørelse med ethvert Punct i den udhulede Omkreds. Altsaa vil den fremstaaende Omkreds under Omdreiningen uop-
hørligen berøre alle Puncterne i den hule Omkreds.

Cirklen er den eneste Figur, som har denne Egen-
skab. I enhver anden Figur, som man vilde dreie om
et Punct, vilde der blive Dele i Figurens Omkreds,
mere eller mindre fjernede fra dette Punct, og disse
Dele snart gaae ud over det i Planen huulskaarne Om-
rids, snart ikke naae til det, og lade en Abning imellem
det og sig.

Hvor man nøiagtigen vil tilslutte en Abning i et
Plan, medens en vis Deel af dette Plan skal dreie sig
om sig selv, maa man følgerigen give denne Deel Skikkel-
sen af en Cirkel. Dette er Grunden, hvorfor man
gjør Tappe til Hænder, og Proppe til Glasfer, cirkelrunde.

Anvendelse paa Dampcylindre. I Dampma-
skiners Bygning gjør man meget findrig Brug af den
Egenskab, Cirklen har: at gaae omkring sig selv, uden
at noget Punct i dens Omrids aflader at berøre en
huul Omkreds, som omfatter den. Vi skulle forklare
denne Anvendelse, naar vi beskrive de cirkelrunde Damp-
cylindre.

Cirkelns Deling og dens Anvendelse paa
Vinklers Maal. Først vi forklare denne Deling,
maa vi kjende en væsentlig Grundsætning.

Naar to Buer af en Cirkel AMB og DNE , Fig. 11, ere ligestore indbyrdes, ere Chorderne AB og DE , som tilhøre disse Buer, ogsaa ligestore indbyrdes.

For at bevise dette, ville vi lægge Buen DNE paa Buen AMB , med Punctet D paa A . Disse to Buer, som have samme Midtpunct, ville da passe nøiagtigen paa hinanden; altsaa Punctet E falde paa Punctet B . Følgelig vil Chorden DE falde sammen med Chorden AB .

Omvendt, naar Chorderne AB og DE , Fig. 11, ere ligestore, og man lægger den sidste Chorde paa den første, ville de to Buer AMB og DNE falde sammen i deres hele Udstrækning og være ligestore. Dersom man drager i en Cirkel, Fig. 12, en Række af Chorder, AB , BC , CD , DE ., lige store indbyrdes, ville de tilsvarende Buer ligeledes være ligestore indbyrdes, følger ligen vil man have deelt Cirkelns Omkreds i ligesaa mange ligestore Dele, som man har draget Chorder.

En Cirkel deles

1. i 2 ligestore Dele, ved en Diameter, Fig. 13;
2. i 3 ligestore Dele, ved at dele Omkredsen i 6 lige Dele, Fig. 15, og tage 2 Dele sammen;
3. i 4 ligestore Dele, ved at drage to Diametre, den ene lodret paa den anden. Maaden at drage en lige Linie lodret paa en anden, have vi lært at fjerne.
4. i 5 ligestore Dele, ved først at dele Omkredsen i 10 lige Dele, Fig. 14., og dernæst tage to og to

Dele sammen. Til den Ende deler man Radien AC i to saadanne Dele AM og MC, at den større Deel MC indeholder den mindre Deel AM ligesaa mange Gange, som Radien indeholder den større Deel; denne sidste deler da Omkredsen i 10 Dele. Bevist herfor gunder sig paa Trianglernes Egenskaber.

En lodret Linie, dragen midt igjennem enhver Chorde, giver, ved at dele Buen, som svarer til Chorden, i to ligestore Dele, Middel til at dele Omkredsen fra 4 i 8 Dele, Fig. 13, og fra 6 i 12 Dele, Fig. 15.

Den 15de Deel af Omkredsen er saa stor som den 6te Deel fradraget den 10de Deel.

Da disse høist simple Fremgangsmaader hyppigt udkræves i Tegninger til Maskiner og Industriens Frembringelser, er det nødvendigt, at Kunstnerne forskaffe sig Færdighed i dem.

Efter at have angivet de strengt nøagtigste Maader, som Geometrien forskaffer, ville vi fremsætte en Nærmelsesmaade, som kan bruges i mange Tilfælde. Naar Radien af en Cirkel er lig 10000, saa bliver Længden af Chorden, med Bortkastelse af Brøken under Eenheden,

for $\frac{1}{2}$	Omkreds	20000	for $\frac{1}{3}$	Omkreds	7654
: $\frac{1}{3}$	—	17320	: $\frac{1}{4}$	—	6840
: $\frac{1}{4}$	—	14142	: $\frac{1}{5}$	—	6180
: $\frac{1}{5}$	—	11756	: $\frac{1}{6}$	—	5636
: $\frac{1}{6}$	—	10000	: $\frac{1}{7}$	—	5176
: $\frac{1}{7}$	—	8678			

Denne lille Tabel gjør det meget let at finde Passeraaabningen, hvormed en Cirkel deles i saa mange ligestore Dele, man vil, fra 2 til 12; og derpaa, ved paa den anførte Maade at dele enhver af disse Buer i to ligestore Dele, igjen at gaae fra

7 — 8 — 9 — 10 — 11 — 12 etc. Dele,
til 14 — 16 — 18 — 20 — 22 — 24 etc. Dele.

Ligesom vi her have viist Maaden at dele en Bue i 2 ligestore Dele, har man længe søgt en streng nøiagtig geometrisk Maade at dele den i 3 ligestore Dele, men endnu ei funden den.

Cirkelbuers Anvendelse til Maal for Vinkler. Da Vinklerne kunne forstørres og formindskes, kan man tage een af dem til Maals: Eenhed, og fremstille alle de andre ved Tal, der udtrykke, hvormange Gange de indeholde denne Vinkel eller dens Underdelinger. (See første Forelæsning).

Istedetfor at tage en Vinkel ACB , Fig. 16, til Maals: Eenhed, har man fundet det bequemmere at tage Buen AB , som affjæres af Vinklens Been, og beskrives fra Punctet C som Midtpunct.

Det er let at indsee, at om man drager en Følge af Radier, CA , CB , CD , CE ... med saadanne Mellemrum, at Vinklerne ACB , BCD , DCE ... blive ligestore, vil man kunne lægge disse Vinkler paa hverandre; deres Buer, som falde ganske ind med hverandre, ville da være ligestore.

Derſom man tager 2, 3, 4 Vinkler, ligeflore med Eenheden, for deraf at danne een enefte Vinkel, maa man ogſaa tage Buen, ſom ſvarer til Eenheden, 2, 3, 4 Gange, for at faae den Bue, ſom den nye Vinkel affjærer. Følgeligen vil det ſamme Tal, ſom angiver hvormange Gange den nye Vinkel indeholder Vinklernes Maals: Eenhed, ogſaa antyde, hvormange Gange den nye Bue indeholder den Bue, ſom ſvarer til Maals: Eenheden.

Man kan, uden Forandring i Tallene, efter eget Tykke tage Vinklernes eller Buernes Maal; men man har fundet det bekvemmere at bruge Buernes paa følgende Maade.

Man har først deelt Cirklen i fire ligeflore Dele, der følgeligen blive fire Fjerdedeels: Omkreds, ſom Maal for fire rette Vinkler, hvilke indtage hele Rummet omkring Midtpunctet C.

Derpaa har man deelt hver Fjerdedeel i 90 ligeflore Dele, ſom man har kaldet Grader.

Cirkelns Omkreds indeholder ſaaledes fire Gange 90, eller 360 Grader. Denne Inddeling har den Fordeel, at Cirkellinien kan deles i mange ligeflore Dele, ſom kunne udtrykkes ved runde Tal, ſaaſom:

$\frac{1}{2}$ Kreds	=	180 Grader.	$\frac{1}{6}$ Kreds	=	60 Grader.
$\frac{1}{3}$ —	=	120 —	$\frac{1}{8}$ —	=	45 —
$\frac{1}{4}$ —	=	90 —	$\frac{1}{10}$ —	=	36 —
$\frac{1}{5}$ —	=	72 —	$\frac{1}{12}$ —	=	30 —

$\frac{1}{15}$ Kreds = 24 Grader.	$\frac{1}{30}$ Kreds = 10 Grader.
$\frac{1}{30}$ — = 18 —	$\frac{1}{40}$ — = 9 —
$\frac{1}{45}$ — = 15 —	$\frac{1}{60}$ — = 6 —
$\frac{1}{60}$ — = 12 —	

For at kunne maale Dele af en Vinkel, der ere mindre end een Grad, har man deelt Graden i 60 ligestore Dele, som kaldes Minuter. Til endnu finere Maal har man atter deelt Minuten i 60 Secunder, Secunden i 60 Terzer, Terzen i 60 Qvarter. Disse Afde-linger betegnes med °, ', ", ''', ''', saaa at man skriver 15° 45' 53'' 37''' 21''', og læser 15 Grader 45 Minuter 53 Secunder 37 Terzer og 21 Qvarter.

Cirkulens hele Omkreds indeholder 360 Grader, eller 21,600 Minuter, eller 1,296,000 Secunder, eller 77,760,000 Terzer, eller 4,665,600,000 Qvarter.

Secunden er altsaa ikke saa stor som en Million-
deel af Omkredsen, og Qvarten ikke Fjerdeparten af en Tusindmilliondeel af samme.

Anvendelse paa Geographien. Til at maale Jordens Overflade have Geographerne gjort en yderst vigtig Anvendelse af Cirkulens Inddeling i Grader, Mi-
nuter, Secunder etc.

De have bemærket, at Linier, dragne om Jorden fra Nord over Syd, og fra Øst over Vest, ere paa det Nærmeste Cirkler. Disse Cirkler have de deelt i Grader, Minuter etc. Længderne af disse Dele ere følgende:

Jordens Omkreds, maalt paa en Meridian, er
40,000,000 Metres.

1 Grad 111,111 —

1 Minut 1,852 —

1 Secund 31 —

1 Tercz . libet mere end $\frac{1}{2}$ —

Efter den nye franske Inddeling af Cirklen i 400
Grader er. . 1 Grad 100,000 Metres.

1 Minut 1,000 —

1 Secund 10 —

1 Tercz 1 Decimetre.

1 Quart. 1 Millimetre.

Anvendelse af Cirkelens Inddeling paa Massins
bygning. Cirkelomkredsens Inddeling i ligestore Dele er
uundværligen i en stor Mængde Kunster, og fornemmelst:
gen i Massinbygning; f.Ex. for at afflaae de til Indgrib-
ning fornødne Tandhjul, og de riflede Cylindre, som ud-
fordres til den mekaniske Spindning af Bomuld, Uld,
Hamp, etc. Eftersom man udfører disse Arbeider med
større eller mindre Nøiagtighed, vil de ved Indgribning
og Udverling forplantede Bevægelser see med større
eller mindre Lethed. Ved den geometriske Nøiagtighed,
kan man alene undgaae Stød, Standsninger og Tab af
Kraft, som altid ere Følger af Uregelmæssighed og Mang-
gel paa Nøiagtighed i Massinens Gang.

Det burde være vore Fabrifanter magtpaaliggende,
aldrig at anvende Tandhjul og riflede Cylindre, uden

først med største Omhu at have forvåset sig om, at Tænderne og Rislerne paa det Nøiagtigste dele Cirkelns Omkreds i ligestore Dele. Disse Berigtigelser vilde gjøre Maskinbyggerne strengere i Udførelsen af deres Arbejder; Industriens vilde vinde i Kraftbesparelse, og de af dens Frembringelser, som fordre særdeles Fuldkommenhed i Haandarbeidet, erhverve nye Fortrin.

Redskaber tjenlige til at udmaale Vinkler. Til at maale Vinkler haves et stort Antal Redskaber, paa hvilke Cirkelns Inddeling i Grader og disses Underafdelinger findes affatte.

Transporteuren er den simpleste af disse Redskaber. Det er en Halvcirkel af Messing eller Horn, hvis Omkreds er inddeelt i hele eller vel ogsaa halve Grader. Er Redskabet af Messing bliver den indvendige Deel $mnpC$, Fig. 17, aaben og Midtpunktet C , angivet ved et lidet Indsnit. De to smaa Indsnit m og p , tillade os at see to andre Puncter af Diametren mCp , der er draget paa en Glade og ellers skjules næie af Randen mCp , af den lige Deel, som forestiller en Diameter.

Er Transporteuren af Horn, behøver man ikke disse Indsnit; thi man kan da see Diametren igjennem Hornet.

Transporteuren kaldes saaledes, fordi den tjener til at tage Abningen af en Vinkel XOY og overføre den i en anden Vælggenhed bestemt derved, at Toppunktet og en Side til den nye Vinkel ere givne.

Vil man drage en Linie OY , som gaaer igjennem et givet Punct O af OX , og gjør en vis Vinkel f. Ex. 55° med OX , saa lægger man Diametren mCp mod OX , og Punctet C paa Punctet O ; derpaa mærker man tæt ved den inddeelte Omfreds et Punct H , som svarer til 55° ; Linien OHY , draget igjennem O og H , vil da gjøre en Vinkel af 55° med OX .

Graphometret (Vinkelmaaleren, et Slags Astrolab) er et Instrument, som ligner Transporteuren, og hvoraf Landmaaleren undertiden betjener sig. Det bestaaer ligeledes af en i Grader inddeelt, men meget større Halvcirkel, som sættes paa et Stativ med tre Been. Paa hver Ende af Halvcirkelens udvendige Diameter staaer en lille Messingplade, som kaldes Diopter, i hvis Midte findes en lige, smal Abning, der er lodret paa Cirkelens Flade. Ved Hjælp af disse to Dioptre dreier man saalænge Graphometret, idet man stiller sig bag een af Abningerne og sigter igjennem dem begge paa eengang, indtil den ene bestemte Gjenstand falder i den forlængede Synslinie. En anden ligeledes med Dioptre forsynet Diameter, der er bevægelig om Centret og kaldes Alhidaden, dreies derpaa saalænge, indtil Sigtelinien igjennem Diopternes Abninger træffer den anden bestemte Gjenstand. Man har saaledes maalt Vinklen imellem de to rette Linier, som kunne tænkes dragne fra Graphometrets Midtspunct til hver sin af de to bestemte Gjenstande. Afstæles paa

Inddelingen Antallet af Graderne imellem hine to Diametre, haves den søgte Vinkel.

Nogle Redskaber, hvormed Vinkler udmaales, have kun en fjerdedeel, inddeelt Cirkel, man kalder dem Quadranter; andre have kun en sjattedeel, og kaldes Sextanter; atter andre have kun en ottendedeel, og kaldes Octanter. Man anvender disse Redskaber i Jordmaalingen (geographiske Arbejder), og i Skibsfarten, for at bestemme den gjenfaldige Beliggenhed af Gjenstandene paa Landet og af Stjernerne, naar man er tilføes.

Man anvender ogsaa hele, inddeelte Cirkler, hvilke kaldes Repetitions-cirkler, fordi man paa dem kan gjentage Sagttagelserne, hvorved disses Afvigelser, naar Middeltallet tages af de forskjellige Sagttagelser, tildeels ville haves hverandre, og Feilen altsaa i det Hele formindskes.

Alle disse Redskaber have, foruden de Feil, som kunne ligge i deres Bygning, en Kilde til Mangler i Uligestorheden af Cirkelns Dele. Menneskets Haand formaaer ikke at frembringe saa strengt nøjagtige Inddelinger, som Geometerens Indbildningskraft kan tænke sig; men den kan formindskes Manglerne i den Grad, at de blive usynlige endog for et Øie, bevæbnet med Redskaber, hvilke gjøre de mindste Feil kjendelige.

Maskiner til at dele Cirklen. Man har forfærdiget Maskiner, skiftede til at dele Cirklen hastigt og beqvemt. Paa en Glade slaar man en Mængde

concentriske Cirkler, det vil sige saadanne, som have samme Midtpunct. Ved at begynde fra den mindste Cirkel og gaae til de større, deler man efterhaanden

den 1ste 2den 3die 4de 5te .. Cirkel
i 3—4—5—6—7.... ligestore Dele.

Denne første Deling maa foretages med yderste Nøiagtighed, og berigtiges igjentagne Gange paa een af de angivne Maader.

Lad os nu antage, at vi vilde dele en anden Cirkel, eller et Stykke af en Cirkel i ligestore Del. Man maa da anbringe den nye Cirkel saaledes, at dens Centrum har samme Axe, som alle de inddeelte Cirkler. (Fremgangsmåden bliver viist).

Denne Fremgangsmaade giver kun iagtigt Arbeide, naar Midtpunctet af Cirklen, som skal inddeles, svarer nøiagtigt paa Delingsflivens Midtpunct. Hr. Gambey har, ved en meget simpel Anvendelse af Paralleler, fundet Middel til at forebygge denne Ueilighed, og med Nøiagtighed at inddele en Cirkel, som ikke er concentrisk med Delingsfliven.

Lad ABC være det Stykke, hvorpaa man skal beskrive en Cirkelbue AB med Inddelinger, der svare fuldkommen til Delingsflivens. En retvinklet Stilling CMNPQ anbringes da saaledes, at dens Sider CM og PQ altid ere rettede mod Midtpunctet C af Stykket CAB, som man vil inddele, og saaledes at den ikke kan bevæge sig uden parallel med dens oprindelige Retning. Dreier man Delingsfliven

et vist Antal Grader f. Ex. 50, bevæger Siden OCA sig til Oca, CB til cb, og Vinklen ach er liig 50°. Men under denne Bevægelse har den til cmnpq henflyttede Stilling ikke forandret Retning, og Linien pq findes altid i lige Linie med Centret c af Buen. Altsaa antyder Viseren Q paa Stykket ACB ei alene en Følge af Puncter, alle ligelangt fjernede fra C, det vil sige en Cirkelbue, havende C til Midtpunct; men, naar Delingsfiven omdreies een Grad, angiver Viseren Q ogsaa een Grad paa det Stykke, der skal inddeles.

Fjerde Forelæsning.

De forskjellige Dannelser, man kan give Industriens Frembringelser ved den lige Linie og Cirklen.

Plane Figurer, som begrændses af lige Linier, ere regelrette (regulaire) eller uregelrette (irregulaire), enkelte eller sammensatte. Vi ville kun gjøre os bekjendt med dem, som hyppigst forekomme i Kunsterne.

To lige Linier, hvad enten de ere parallelle eller ei, kunne ikke fuldkommen indslutte et Rum; dertil udfordres i det Mindste tre Linier, som ikke ere parallelle.

En retlinet Triangel eller Trekant er en Flade, indsluttet af tre lige Linier. Man bemærker i en Triangel ABC, Fig. 1, dens tre Sider AB, BC, CA, dens tre Vinkler og disse Vinklers tre Toppuncter A, B, C.

Vinklerne i en Triangel have en mærkelig og kostelig Egenskab for Kunsterne: deres Sum er saa stor som to rette Vinkler eller 180° , hvilken Skikkelse og Størrelse end Trianglen har.

For at bevise dette, ville vi forlænge Siden AB, til BE Fig. 2, og drage BD parallel med AC. Da de to Paralleler AC, BD skjæres af to lige Linier ABE og BC, have vi: 1. Vinklen CAB = Vinklen DBE, 2. Vinklen ACB = Vinklen CBD; følgelig er Summen af de tre Vinkler A, C, B i Trianglen ACB liges stor med Summen af de tre Vinkler ABC, CBD og DBE, som indtage hele Rummet paa den ene Side af Linien ABE, eller med to rette Vinkler.

Altsaa kan man blot ved Addition og Subtraction udregne Størrelsen af den tredie Vinkel i en Triangel, naar man kjender Størrelsen af de to.

Er f. Ex. den ene Vinkel = 37°

— — anden — = 49° ;

og begges Sum = 86°

subtraheres fra to rette Vinkler = 180°

findes den tredie Vinkel = 94°

Da Summen af alle tre Vinkler i en Triangel er liges stor med to rette Vinkler, maatte den tredie Vinkel blive 0, om enhver af de to andre skulde være ret. En Triangel kan altsaa ikke have flere end een ret Vinkel. Den, som har en ret Vinkel, kaldes en retvinklet Triangel.

En Triangel kan af samme Grund endnu mindre have flere end een stump Vinkel. Har Trianglen en stump Vinkel, kaldes den stumpvinklet, Fig. 1.

En Triangel kan have 3 spidse Vinkler, og kaldes da spidsvinklet, Fig. 2.

I den retvinklede Triangel kaldes Siden AC, Fig. 23, som ligger overfor den rette Vinkel, Hypothenusen, de to andre Sider AB, BC kaldes Catheter.

Vi ville nu sammenligne Siderne af Trianglen indbyrdes. Da den lige Linie er den korteste Vej for at komme fra et Punct til et andet, følger deraf, at enhver Side i en Triangel altid er kortere end Summen af de to andre.

Den største Side i Trianglen staaer altid lige over for den største Vinkel, og den mindste Side overfor den mindste Vinkel.

Ligesidet kaldes den Triangel, som har tre ligestore Sider, Fig. 3.

Symmetrisk eller ligebenet kaldes Trianglen, naar den kun har to ligestore Sider, Fig. 4.

Bed at betragte de to ligestore Sider CA, CB, Fig. 4, som ligestore Skraaliniær med Hensyn til Grundlinien AB, falder Perpendiculæren fra Toppen C paa Midten af denne Grundlinie, og deler baade den og Trianglen i to ligestore Dele. Disse Deles Symmetri er Aarsag til, at jeg har beholdt Benævnelsen symmetrisk for den ligebenede Triangel.

For at opfylde Symmetriens Love, dække Bygmesterne Huse og offentlige Bygninger for største Delen med Tage, hvis Profiler ere symmetriske Triangler.

Paa de gamle græske Temples og Husene i Italien er Trianglen stumpvinklet, Fig. 5; ved Tagene paa Klokketaarne og gamle gothiske Bygninger er Trianglen spidsvinklet, Fig. 6.

Til at hæve Byrder anvender man ofte en saakaldet Keisebuk, (Kran) Fig. 7. Denne Løfte- maskine bestaaer af to ligelange Stykker Træ, som ere samlede i den ene Ende og adskilte i den anden ved et Tværstykke AB. Touget, hvormed man vil hæve Byrden D, gaaer om en Tridse ved C. Trianglen ABC, som forestiller Kranen, er symmetrisk, sølgelig vil en Linie, fældet fra C lodret paa Grundlinien AB, dele denne i to ligestore Dele. Til Støtte er en saadan Kran forsynet med et tredie Stykke Træ, noget længere end de to andre CA og CB, og som er bevægelig om en Bolt ved C. Samler man blot tre ligestore Stykker Træ ved C med Tong, saaledes, at deres Been staae udspilet fra hverandre i en Triangel paa Grunden, og binder en Tridse under C, hvorom Heisetouget kan gaae, kaldes det en Keisebuk.

I Kunsterne fordres ofte en Triangel udsørt, hvoraf man kun kjender visse Stykker.

1. Naar man kjender de tre Sider 1, 2, 3, Fig. 9. Man drager da først en lige Linie AB ligestor med Siden 3, i den Veligheden, hvori man vil udføre Trianglen. Derpaa beskriver man med Siden 2 som Radius fra Punctet A Cirkelbuen mCn, ligeledes fra B

med Siden 1 som Radius Cirkelbuen pCq. Drages endeligen fra Punctet C, hvor disse Buer skjærer hinanden, Linierne CA, CB, saa er ACB den forlangte Triangel.

2. Naar man kjender to Sider 1, 2, og den indsluttede Vinkel a, Fig. 10. Først drages Linien AB i en passende Retning og gjøres saa lang som Siden 2; dernæst sættes Vinklen a i A med en Vinkelmaaler (Transporteur, eller andet tjenligt Redskab), Linien AC drages og gives samme Længde som 1; forbindes nu B og C med Linien CB, er den forlangte Triangel færdig.

3. Naar man kjender een Side 1 og de to hosliggende Vinkler a, b, hvis Toppuncter re i denne Sides Endepuncter, Fig. 11. Man drager da først Linien AB ligestor med 1; derpaa sætter man med en Vinkelmaaler Vinklen a i A og b i B, og forlænger disse Vinklers Been AC og BC, indtill de skjære hinanden i C, og saaledes give den forlangte Triangel ABC.

Alle disse Arbeider ere meget simple, men bør ofte igjentages, for at faae Øvelse i at bruge Lineal, Passer og Vinkelmaaler.

Vi have forklaret tre Maader at danne en Triangel paa: 1. af 3 givne Sider; 2. af to givne Sider og den indsluttede Vinkel; 3. af een Side og de to

hosliggende Vinkler. I ethvert af disse Tilfælde vare de tre givne Stykker tilstrækkelige. Altsaa:

1. naar i to Triangler hver to og to Sider ere ligestore, ere Trianglerne ligestore. Det er den samme Triangel, sammensat af de samme Bestanddele, paa forskjellige Steder.

2. naar i to Triangler to Sider og den indstuttede Vinkel ere ligestore, ere Trianglerne ligestore.

3. naar i to Triangler een Side og to hosliggende Vinkler ere ligestore, ere Trianglerne ligestore. Saaledes ere de to Triangler ABC og abc Fig. 8 ligestore:

1. naar $AB = ab$, $BC = bc$, $AC = ac$;
2. naar $AB = ab$, $BC = bc$, $\angle B = \angle b$; 3. naar $AB = ab$, $\angle A = \angle a$, $\angle B = \angle b$.

Det er vigtigt at Kunstnerne have disse tre Betingelser for Ligestorhed levende for Nie og indprente sig dem, thi man gjør hyppigt Brug deraf i Industriens Arbejder, saavelsom i Geometriens og Mechanikens Beviisførelser.

Dersom eet af hine tre Vilkaar, under hvilke Triangler ere ligestore, ikke fuldkommen opfyldes, ville de to Triangler ikke være ligestore; thi der vil da i den ene findes en Side eller en Vinkel, som ikke er liges stor med den tilsvarende i den anden. For at drive Kunstnerne med Indsigt, er det yderst vigtigt paa lette og isinesfaldende Tegn at kjende de uomgjængelige Vilkaar

for ethvert Arbeides rigtige Udførelse. De forhjelpe os til at undgaae en Mængde Misgreb, og tjene til umiddelbare Berigtigelser.

Figurer med 4 Sider, eller Fiirkanter.

Der gives Figurer fuldkommen indsluttede af 4 lige Linier ABCD Fig. 12. De have 4 Vinkle og 4 Vinkelspidser A, B, C, D. Diagonaler (Tvarlinier) kalder man de lige Linier AC, BD, som forene de modsatte Vinkelspidser.

I Geometrien giver man det almindelige Navn Fiirkant til alle Figurer med 4 Sider. Deriblandt gives nogle, hvis mere eller mindre regelrette Dannelse forskaffer dem særdeles Navne.

Et Trapezium er en fiirsidet Figur, ABCD, Fig. 13, hvis to Sider AB og CD ere parallelle. Det er retvinklet Fig. 14, naar en tredie Side BC er lodret paa de to parallelle Sider AB og CD.

Et Trapezium ABCD, Fig. 15, er symmetrisk, naar de to ikke parallelle Sider AD, BC halde lige meget med Hensyn til Parallelerne.

Paa nogle regelmæssige Bygninger bestaaer Tagets øvre Deel af en symmetrisk Triangel MDC, Fig. 15, og dets nedre Deel af et symmetrisk Trapezium ABCD. Et Saadant kalder man en Mansard, efter Bygmesteren Mansard, som har givet Ideen til dette Slags Tag. Perpendicularen MEF er Triangelens og Trapeziumets symmetriske Linie.

Et Parallelogram, Fig. 16, er en firsidet Figur, hvori begge de modstaaende Sider ere parallelle.

Parallelogrammet bruges hyppigt i Kunsterne. Især gjør man en paafaldende Anvendelse af samme i Massinbygningen, hvor det tjener til at frembringe den saakaldte parallelle Bevægelse.

Ifølge Parallelerne's Egenskaber, hvilke vi have forklaret i den anden Forelæsning, ere de modsatte Vinkler i et Parallelogram A og C, D og B, ligestore indbyrdes; her ere to spids og to stumpe. Endvidere vil Summen af en spids og en stump Vinkel være liig to rette Vinkler.

Thi, forlænge vi Siden DC, Fig. 16, over C til E, vil Vinklen ADC, da de lige Linier AD og BC ere parallelle, være saa stor som BCE, og DCB tillagt BCE være saa stor som to rette Vinkler.

Da vi have bevist i den anden Forelæsning, at Paralleler affkaarne mellem Paralleler ere ligestore, følger deraf, at de modstaaende Sider i et Parallelogram ere ligestore indbyrdes; altsaa $AB = CD$, $AD = BC$.

Stjæringspunctet O af to Diagonaler falder i Midten af enhver af dem.

Thi i Fig. 16, hvor AOC, DOB ere Diagonaler, ere Trianglerne ABO, DCO ligestore, fordi: 1. $AB = DC$, 2. $\angle ODC = \angle OBA$, 3. $\angle OCD = \angle OAB$, ifølge Parallelerne's Egenskaber; altsaa $OB = OD$ og $OA = OC$.

Al to Diagonaler AC, DB ligger den længste AC overfor de største Vinkler B og D, Fig. 17.

Thi, drage vi Linierne DE, CF lodrette paa Siderne AB, CD, ville disse Perpendicularer være ligestore; men BE er mindre end AF, altsaa Skraalinién DB fortere end Skraalinién AC.

Rude eller Rhombus kalder man et Parallelogram, Fig. 18, hvis fire Sider vel ere ligestore, men Vinklerne skæve. Denne Figur har Ynde ved sin Regelmæssighed, og anvendes ofte i de forskjønnende Kunster.

Naar to Sider i et Parallelogram samles i en ret Vinkel, ere alle fire Vinkler i Parallelogrammet rette.

Er f. Ex. Vinklen A i Parallelogrammet ABCD, Fig. 19 ret, saa er Siden AD lodret paa AB; det samme er Tilfældet med BC ihenseende til AB. De to Vinkler A, B ere altsaa rette, saavelsom C og D, med hvilke de ere ligestore.

En saadan Figur kaldes en Rectangel, eller en retvinklet aflang Fiirkant, Fig. 19, til Forskjel fra Quadrater, Fig. 20, som har fire ligestore Sider og fire rette Vinkler.

De fiirsidede Figurers Symmetri. Ved at bukke den ene Deel af disse Figurer over den anden, hvormed hiin er ligestor, kan man overtøye sig om, at:
1. Trapeziummet med to ligestore skraae Sider, Fig. 15, er symmetrisk med Hensyn til den lige Linie EF,

som gaaer midt igjennem dets to Grundlinier; 2. Rectanglen, Fig. 19, er symmetrisk med Hensyn til enhver lige Linie, dragen igjennem Midten af to modstaaende Sider; 3. Rhomben, Fig. 18, er symmetrisk med Hensyn til enhver af dens Diagonaler; 4. Kvadrattet, Fig. 20, er symmetrisk med Hensyn til dets to Diagonaler, og med Hensyn til enhver lige Linie, som gaaer igjennem Midten af dets to modstaaende Sider. Denne de firside Figurers Symmetri er af største Betydning for Kunsterne og Mechaniken.

Vi vide, at i enhver Triangel er Summen af alle Vinklerne saa stor som to rette Vinkler. Men enhver firsidet Figur kan ved en Diagonal deles i to Triangler; følgelig maa Summen af alle Vinklerne i en firsidet Figur være ligestor med fire rette Vinkler.

Harde Figuren fem Sider, som ABCDE, Fig. 21, kunde man fra Vinkelspidsen A drage to rette Linier AC, AD til Vinkelspidserne C, D; derved vilde Figuren falde i tre Triangler, hvis ni Vinkler tilsammen vilde være lig Summen af de fem Vinkler i Figuren ABCDE. Altsaa er Summen af Vinklerne i den femsidede Figur lig tre Gange to, eller sex rette Vinkler.

Paa samme Maade vil man finde, at Summen af Vinklerne i en Figur,

som har 3—4—5—6—7—8.... Sider,

er lig 2—4—6—8—10—12.... rette Vinkler.

Circle's Forhold til Figurer, som begrænd-

ses af lige Linier. Igjennem de tre Toppuncter i en Triangel ABC Fig. 22, kan man altid beskrive en Cirkel, paa følgende Maade: Man opreiser fra Midten af AB og BC de to lodrette Linier mo og no. Punctet o, hvori disse to Perpendiculairer træffe sammen, er ligelangt borte fra Toppuncterne A, B, C; altsaa er det Midtpunctet i en Cirkel, som gaaer igjennem disse tre Puncter.

En saadan Triangel, hvis tre Toppuncter ligge i en Cirkels Omkreds, kalder man en i en Cirkel indskreven Triangel.

Er Trianglen retvinklet, Fig. 23, vil Midtpunctet O af Cirklen, som gaaer igjennem Triangelens tre Spidser, falde midt i Siden AC, som ligger overfor den rette Vinkel, altsaa i Hypothenusen.

Den simpleste Maade at bevise dette paa er følgende: Fra Midten af AB, Fig. 23, opreises Linien MO lodret paa AB, og ligeledes opreises NO lodret midt paa BC. Skjæringspunctet O er Toppen aff to ligestore Triangler AMO og BMO, hvori vi med 1 og 2 ville betegne de til AMO og BMO svarende spidse Vinkler. Saaledes udgjøre Vinklerne 1 og 2 tilsammen en ret Vinkel. Men i den store retvinklede Triangel udgjøre Vinklerne A og C tilsammen en ret Vinkel; følgerigen ere de med 1, 1, 1, 1, betegnede Vinkler alle indbyrdes ligestore, ligesom ogsaa de med 2, 2, 2, 2, betegnede Vinkler. Bemærkes at de fire Vinkler 1, 1, 2, 2, omkring Punctet O, ere 1 og 2, samt 1 og 2,

det vil sige to Gange en ret Vinkel, saa indsees, at AO og OC danne en lige Linie; Punctet O , der er ligelangt borte fra A , B , C maa følgerigen falde i Hypothenusen AC .

I Rectanglen $ABCD$, Fig. 25, ere de to Diagonaler ligestore, altsaa ogsaa deres Halvdele OA , OB , OC , OD , hvilke man kan ansee som Radier i en Cirkel. Man kan saaledes altid indskrive en Rectangel, Fig. 25, og følgerigen ogsaa et Kvadrat, Fig. 26, i en Cirkel.

Naar man paa en given retvinklet Triangel, ABC , Fig. 25, hvis største Side er Diametren i en omskreven Cirkel, construerer en anden tilsvarende ligesaa stor Triangel, saa fremstaaer en Rectangel, hvis 4 Vinkelspidser alle ligge i Cirkelns Omkreds.

Deraf følger, at enhver Figur med 4 Sider $ABCD$, Fig. 24, hvis to modstaaende Vinkler B og D ere rette, kan indskrives i en Cirkel, hvis Omkreds gaaer igjennem Figurens 4 Vinkelspidser. Diagonalen AC deler her virkeligen Figuren i to retvinklede Triangler, og bliver Hypothenusen for begge, altsaa Diameter til den omskrevne Cirkel.

De Figurer, som have flere end fire Sider, benævnes efter Vinklernes og Sidernes Antal, saasom: en Femkant, Sexkant, Syvkant, Ottokant etc., som har 5 — 6 — 7 — 8 — Sider. Med eet Navn kalder man alle Figurer, som have flere end fire Sider, Mangelkanter eller Polygoner. Det er især de regelrette Mangelkanter, som fortjene vor

Opmærksomhed, formedelst deres hyppige og vigtige Anvendelse i Industrien.

I de regelrette Mangekanter ere alle Sider og alle Vinkler ligestore.

Ifølge denne Forklaring kan man antage, at, naar man har fundet et Punct O , Fig. 27, som er lige langt fjernet fra 3 Vinkelspidser A , B , C , i en regelret Mangekant $ABCDEF$, er det ogsaa lige langt fjernet fra alle de andre Vinkelspidser i Figuren; altsaa $OA = OB = OC = OD \dots$

De symmetriske Triangler AOB , BOC , hvis Grundlinier AB , BC ere lige lange, saavelsom deres symmetriske Sider OA , OB , OC ere nemlig congruente. De symmetriske Vinkler ere $= \frac{1}{2} B$, fordi de to midterste sammenlagte udgjøre Vinklen B . Trianglen OCD er congruent med OCB , fordi Siden OC er fælleds for begge, $CD = BC$, som Sider i en regelret Mangekant, og Vinklen $OCD = OCB$, efterdi den ene af disse Vinkler er Halvdelen af deres Sum. Saaledes kan man freemdeles bevise, at Trianglerne ODE , OEF ere congruente med den første, og folgelig symmetriske. Deres symmetriske Sider ere altsaa ligestore. Punctet O ligger altsaa lige langt borte fra alle Vinkelspidserne i den regelrette Figur; det er da Midtpunctet til en Cirkel, som gaaer igjennem alle disse Vinkelspidser.

Da denne Cirkel har Sted, saasnart man kan drage den igjennem 3 Vinkelspidser, hvilket altid er

muligt, saa følger deraf, at man altid kan beskrive en Cirkel om en regelret Mangekant, hvormange Sider den end har, ligesom man omvendt kan indskrive en Mangekant i en Cirkel. I sidste Tilfælde behøver man kun at dele Omkredsen i saa mange ligestore Dele, som Mangekanten har Sider, og drage rette Linier fra et hvert Delingspunct til det nærmest følgende i Rækken.

I den tredie Forelæsning findes Længdeforholdene mellem Cirkelns Radier og disse Puncters Afstande fra hinanden, som netop ere Længderne af Mangekantens Sider, angivne. I denne Henseende er al Banffelighed hævet.

De regelrette Mangekanter's Anvendelse til regulære Befæstninger. Ingenieurerne anvende regelrette Mangekanter, naar de skulle affikke regulære Befæstninger. Antallet af Siderne i Mangekanterne beroer paa Pladsens Størrelse, man skal befæste. Den ligesidede Trekant og Kvadratet anvendes kun til Feltforskandsninger. Femkanten, Sexkanten og Syvkanten anvendes til Befæstning af Pladse, af ikke betydelig Udstrækning, og til Citadeller. Mangekanter med et større Antal Sider anvendes til Befæstning af anseeligere Byer.

Anvendelse af foromtalte Figurer til Gulves Belægning, indlagt Arbeide, Glasarbeide og Mosaik. I disse Arbeider kommer det i Almindelighed an paa, at løse den Opgave: nøiagtigen at dække et vist Rum med Figurer, begrænsede af lige Linier. Det er klart, at denne Opgave kan modtage en uendelig

Mængde Opløsninger, som Følge af den uendelige Mængde Forbindelser af lige Linier, man kan drage paa et Plan.

Vil man, at alle Figurerne skulle være regelrette og have lige mange Sider, indskrænkes derved Opgaven meget, og den kan kun løses ved følgende Figurer:

1. Ligesidede Triangler, saaledes lagte, at sex og sex Hjørner støde sammen i eet Punct, Fig. 27.

2. Kvadrater, saaledes lagte, at fire og fire Hjørner støde sammen i eet Punct, Fig. 29.

3. Seskanter, saaledes lagte, at tre og tre Hjørner støde sammen i eet Punct, Fig. 28.

For at bevise disse Sætninger give vi følgende Oversigt:

Mangekants: eller Polygonvinklerne

i — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 Kanter.

ere 60° — 90° — 108° — 120° — $128\frac{1}{2}^{\circ}$

i — 8 — 9 — 10 — 11 — 12 Kanter.

ere 135° — 140° — 144° — $147\frac{3}{11}^{\circ}$ — 150°

Nu er baade $6 \times 60^{\circ}$, og $4 \times 90^{\circ}$, og $3 \times 120^{\circ} = 360^{\circ}$.

Intet af de andre Gradetal gaaer lige op i 360° ; altsaa kan man ikke udfylde Rummet om et givet Punct med andre regelrette Mangekanters Vinkler, end med Trekantens, Firkantens og Seskantens.

Vi ville lægge Mærke til, at ved at udfylde Rummet om et Punct, Fig. 27, med 6 ligestore Triangler, ville de 6 udvendige Sider danne en regelret Seskant,

som kan indskrives i en Cirkel, der har de indvendige Sider til Radii. Sektantens Sider have altsaa samme Længde som Radius til Cirklen, hvori den er indskreven: en ypperlig Egenskab for Industrien.

Kommer det an paa, at udføre et Mosaik, en Indlægning, et Flisegulv, hvorpaa man skal træde, bliver det nødvendigt, ikke at nedlægge for mange Vinkler om eet Punct; thi Belægningen vilde da altfor let give efter for Trykket, naar man satte Foden eller en anden tung Gjenstand derpaa, hvilket vilde forstyrre Forbindelsen og Fastheden i Arbeidet. Man anvender desaaarsag næsten aldrig Forbindelsen af ligesidede Triangler, hvis Hjørner støde sex og sex sammen i eet Punct. Man undgaaer endog at lade fire og fire Hjørner af Quadrater støde sammen i eet Punct.

Vil man lægge et Gulv af ligestore Quadrater eller Rectangler, bør disse lægges i retlinede Rader, saaledes, at Foreningslinierne af Firkanterne i den ene Rad kommer ligeover for Midten af Firkanterne i den anden. Samme Grundsetning følges ved Brugen af hugne eller brændte Steen til Mure i Bygninger, Fig. 30.

Romerne, som ofte anvendte Rudeformen paa Steen (hugne eller frøgne) i Bygninger, kaldte dette Næt-arbeid (*opus reticulatum*), fordi det ligner Masserne i et Næt, Fig. 31.

Sektantens Anvendelse til Fliselægning yder mange Fordele.

Vierne bygge deres Celler (smaae Kamre) af regelrette Serkanter. Denne Form har den Egenſkab, at de med en vis Mængde Vox kunne bygge deres Kamre ſtørre.

I en ſjern Oldtid ſaldt Menneſkene paa den Tanke, at opføre meget ſtore og faſte Bygninger af uhyre Steenblokke, tilhugne ſom uregelrette Mangelkanter. Mange Mindesmærker, de have opreist, findes endnu i Italien, Sicilien og Grækenland. Saaledes ere de Bygninger, man tilſkriver Cykloperne, og ſom Fig. 32 foreſtiller. Fordelen herved er, at kunne benytte den naturlige Form af de Steenblokke, man har beſteemt til Bygningens Opførelſe, ved blot at hugge dem glatte og i Kant, ſaaledes at man taber det mindſt Mulige af deres Maſſe.

I den berømte Dæmning eller Bølgebrækker, Engellænderne have opført, for at beſkytte Plymouths Rhed mod Bølgernes voldsomme Brydning, har man beklædt Dæmningen ovenpaa, ſaavelſom den øverſte Deel af dens indvendige Skraaning med meget ſtore Marmorblokke, hugne og ſamlede ſom i de cyklopiſke Bygninger. Denne Samlingsmaade tillader ikke Havet at løſte een enkelt Blok, og gjør, at hver iſær bidrager til det Heles Faſthed.

Figurer begrændſede af lige Linier og Cirkelbuer. Frembyde allerede ligelinede Figurer en ſaa ſtor Forſkjellighed, indſees letteligen, at denne betydeligen vil forøges, naar Figurerne ſammensættes baade af rette og krumme Linier.

Den simpleste Forbindelse er den, som dannes af en Halvcirkel og dens Diameter. Saadan er Skiffelsen af Graphometret og Transporteuren. Saadanne vare ogsaa Theatrene dannede hos de gamle Folkeslag. Saadan er Figuren af Amphitheatrene, som ere bestemte til offentlige Forsamlinger og til Underviisning hos de nyere Folkeslag. Taleren eller Læreren staaer i Midten *C*, Fig. 33, og Tilhørerne sidde eller staae i Halvkredse, hvilke alle have *C* til Midtpunct og *AB*, eller Dele af *AB*, til Diameter.

Opreiser man i Endepuncterne af Diametren *ACB*, Fig. 34, lodrette Linier *AE*, *BF*, blive disse Tangenter til Halvcirklen *AMB*. Drager man derpaa, i en vis Afstand, Linien *EF* parallel med *AB*, saa fremstaaer en i Kunsterne meget ofte anvendt Figur, nemlig af Hvalvinger og Porte med fuld Bue, saaledes faldet, fordi Buens Krumming overalt er den samme.

Dersom man over Rectanglen *EABF*, Fig. 35, med *AB* som Radius beskriver Buen *BM* fra *A*, og Buen *AM* fra *B*, saa danner man en Figur, som forrestiller en saakaldet spids Hvalving (gothisk Hvalving) eller Bue.

Hvalvinger med fulde Buer bruges i den græske, og i Almindelighed ogsaa i den nyere Bygningskunst. Hvalvinger med forhøjede Buer tilhøre den gothiske Bygningskunst. Begge disse Bygningsmaader, hvortil bruges forskjellige geometriske Former, skylde disse Former

de særegne Egenskaber, som væsentligen adskille dem. Enhver har sine Fordringer paa Agtelse og Beundring hos Folk af Smag; enhver fortjener at være Gjenstanden for dyb Undersøgelse, saavel for deres ypperlige Former og Forhold, som for Driftigheden og Fastheden i Sammensætningen.

Derfor vi, Fig. 34, beskrive en Halvcirkel paa EF som Diameter, erholde vi Omridset AMBFNE af Ridebaner, bestemte af de Gamle til offentlige Hestes veddeløb, og derfor kaldte Hippodromer. Grændserne, hvorom Løberne skulde vende, vare beliggende i Midtpuncterne C og c af Cirkeldelene.

Til Broer og Bygninger bruge de Nyere ogsaa fortrykte Hvælvinger, som sammensættes af Buestykker af flere Cirkler. Franskmændene kalde dem Kurvehanket Hvælvinger. Figur 36 er sammensat af tre Cirkelbuer, med tre forskjellige Midtpuncter O, P, Q.

Et Slags gothisk, eller snarere maurisk Bygningsmaade, bestaaer i, at danne Hvælvinger af to smaa, meget krumme Buer BD, GF, forlængede ved to rette Linier DE, FE, der støde sammen under en stump Vinkel, saaledes, som Fig. 37 udviser. Engellænderne have mange gothiske Bygninger opførte i denne Stil, ikke mindre mærkværdige ved deres zittelige Former, end ved deres driftige Sammensætning. Saadanne ere Henrik VIII Capel i Westminster, Treenigheds Capellet i Cambridge og Capellet i Windsor Slot.

Kunsten at danne Gesimsfer. Bygmesterne have udtænkt simple og zirlige Forbindelser af Cirklen og den rette Linie, hvilke kaldes Gesimsfer, og hvoraf de berjene sig til Prydelse for Gjennemsnittene af deres Bygninger. Tømmermanden, Snekkeren, Kunst-Træarbeideren, Masfinbyggeren anvende disse Former, og bør kjende dem nøie.

Den simpleste af alle er Platten, sammensat af to nærløbende parallelle Linier, begrændsede for Enden af en Perpendicular. I Fig. 38 seer man een enefte Platte AB. I Fig. 39 seer man flere, den ene over den anden, i et Kapitæl af den græsk-doriske Søileorden, som ogsaa kaldes Ordenen fra Pæstum, fordi der i denne italienske By findes et Tempel, omgivet med prægtige Søiler af denne Orden.

Almindeligen forbinder man Platten med den øvrige Bygning ved en Fjerdedreels-Cirkelbue, som med sin øverste Deel tangerer under Platten, og med sin nederste Deel tangerer den lodrette Side af Muren, eller af Pilastrén (den kantede Pille), eller af Søilen, som man vil give Gesims.

I Almindelighed anbringer man over Platten en fremspringende Halvcirkel, kaldet Rundstav, Fig. 38.

Man anvender ogsaa særskilt en fremstaaende Fjerdedreels-Cirkelbue, som kaldes Mulf eller Qvartstav (quart de rond) AmB Fig. 40; og en indadgaaende

Fjerdedeels:Cirkelbue, som man kalder *Zuuliste*, AMB Fig. 41.

So Fjerdedeels:Cirkler, AMB, BND, Fig. 42, som have samme Radius, og hvis Midtpuncter O, P begge ligge i samme lodrette Linie, danne *Strubelisten*, *Karnissen*, (*Kehlleiste*, *talon*).

Omvendt *Karnis* kaldes Forbindelsen af to Fjerdedeels:Buer, Fig. 43, hvis Midtpuncter O, P ligge i samme vandrette Linie. De Franske kalde den "*doucine*."

Disse ere de yderst simple Grundbestanddele, hvoraf Bygmesterne have sammensat de forskjellige ziirlige Gesimser, Friser, Fodstykker, Kapitæler, som findes paa de ældre og nyere Bygninger.

Man maa ikke tro, at Forbindelsen af disse Former er ganske vilkaarlig, og kan gøres paa Lykke og Fromme efter en uordentlig Indbildnings uoverlagte Luerner. Kunsten, at anordne Gesimser paa Bygninger og deres forskjellige Dele, skylber sin Fuldkommenhed til en tro Sagttagelse af Lovene for Simpelt, Afverling og Modsatning. Istedetfor overalt at gælde med Forzinger, maa man tvertimod samle dem i visse Maasjer, som Diet letteligen kan opfatte, og som ere adskilte fra hverandre ved store, ledige Mellemrum. I enhver Samling bør de spinkleste Led stilles mod de tykkeste, og de flade mod de runde; saa at det Ene kan fremhæve det Andet. Disse ere Hovedreglerne for Kunsten at forskjonne Bygningerne: Regler, som Grækenlands og

Italiens store Bygmestere ikke ene have opfundet og udøvet; thi man finder dem ogsaa anvendte, med ikke mindre Kunst, paa det gamle Egyptens sjonne Mindesmærker, paa de gothiske Bygninger fra Middelalderen, og paa Moskeerne og Slottene, Maurerne opførte i Spanien, paa den Tid de der lode Kunster og Videnskaber blomstre, hvilke næsten vare tilintetgjorte i det øvrige Europa.

En Anvendelse af Geometrien, langt vigtigere end Bygningens udvendige Forskjønnelse ved Zirkler, er Udfastet til og Tegningen af selve Bygningens Plan. De af Bygmesteren antagne Former indskrænke sig næsten alle til den rette Linie og Cirklen. I nogle sjeldne Tilfælde, hvor de behøve mere sammensatte Former, opløse de disse i Buedeles, saaledes, som vi have seet ved fortrykte Hvalvinger.

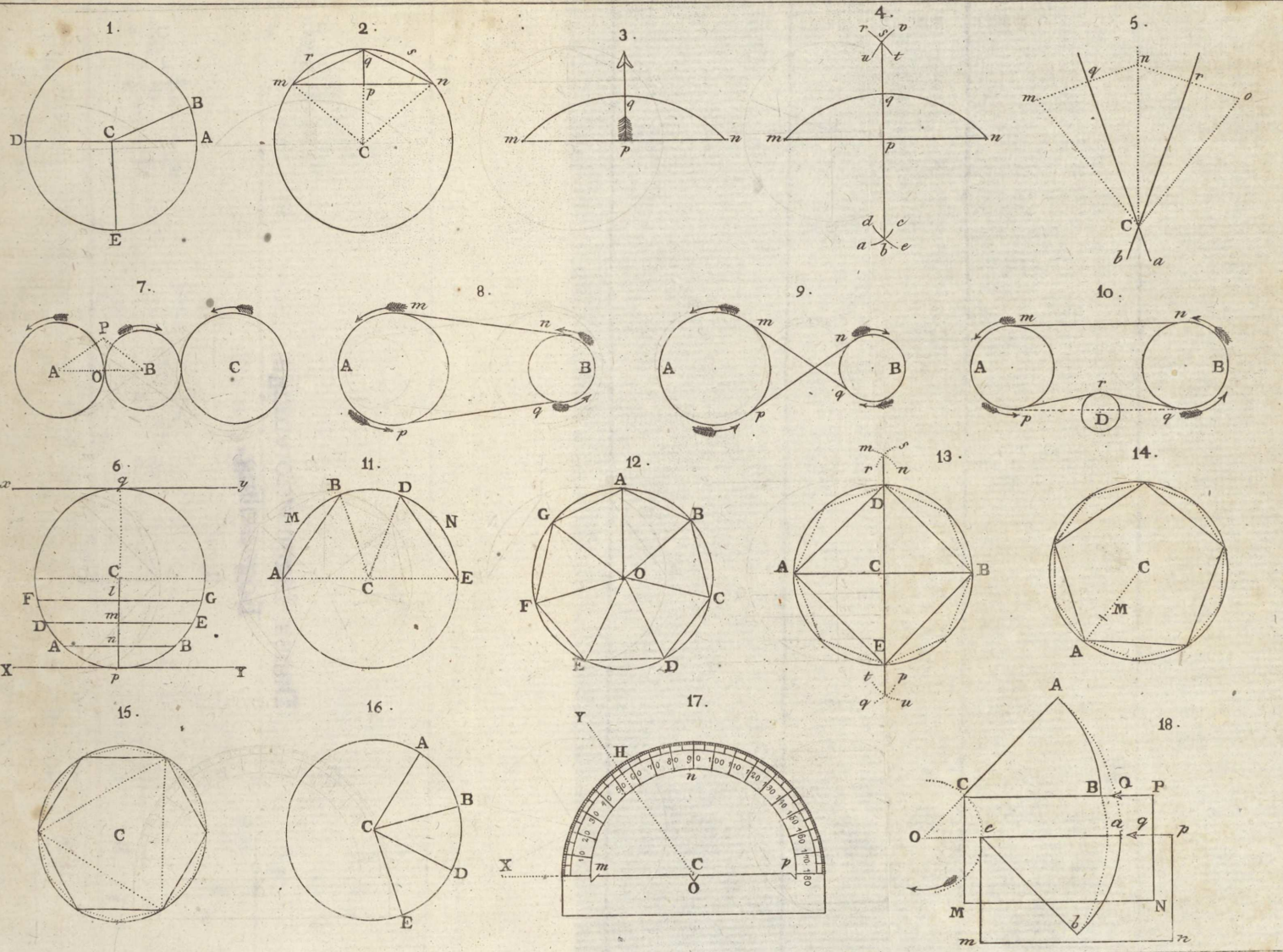
Skulde en Bygning opføres paa en fuldkommen fri Plads (en Tomt), vilde Bygmesteren være at dadle, om han ikke valgte regelrette Former, hvis Simpelt, Eensformighed og Symmetri behage Øiet, og forkynde den Visdom og Orden, hvormed Mennesket opfører sine Mindesmærker.

Den almindeligen antagne Form er Rectanglen eller Quadraten, fordi disse Figurer lettest kunne modtage de Underafdelinger af samme Dannelses, hvilke behøves til den indvendige Inddeling. Disse Former medføre alene den Uleilighed, at de vanskeligen lade sig passe til indvendige Kredsomrids, uden at tabe Rum, og uden at give

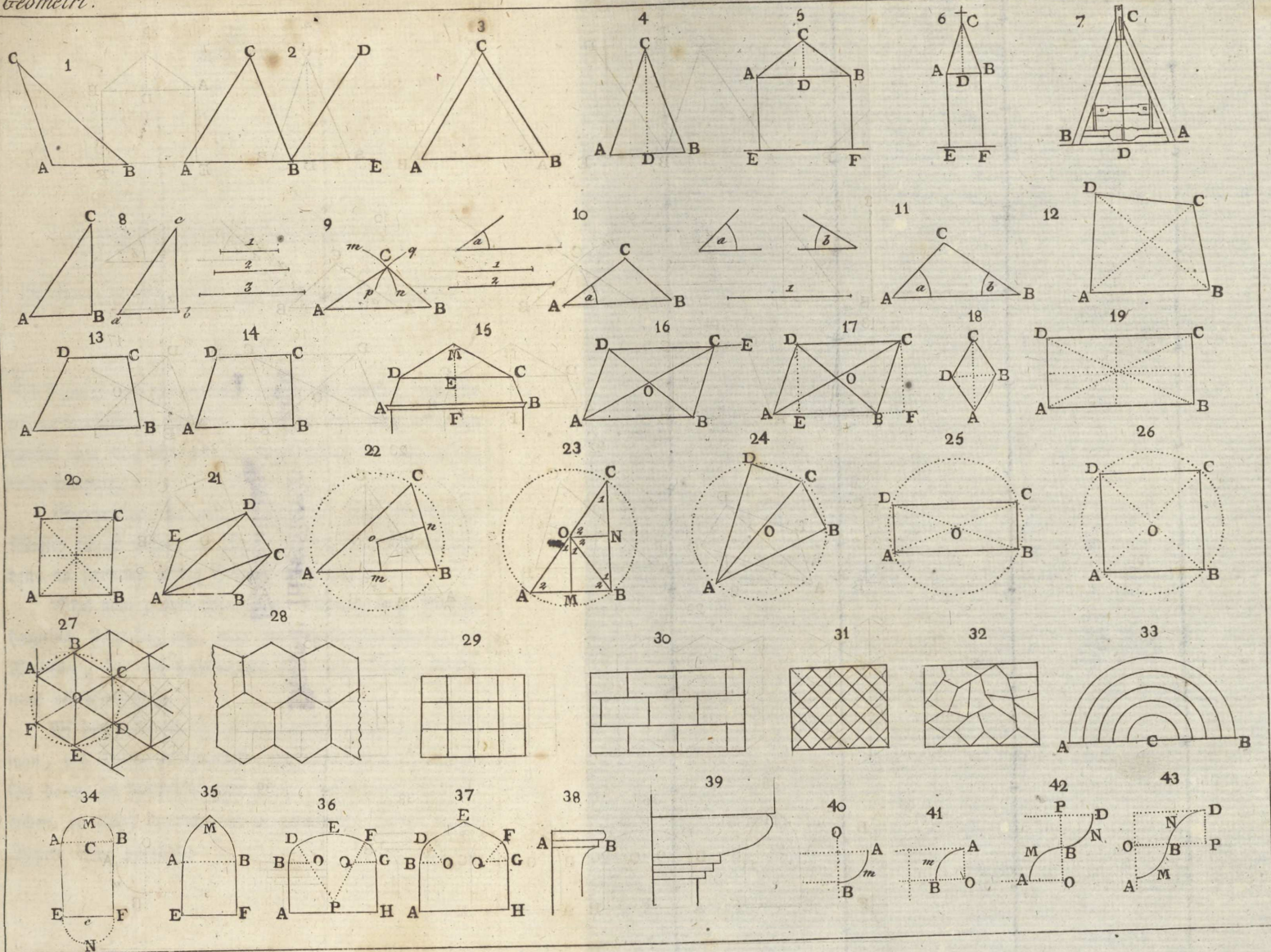
uregelrette Hjørner, hvilke man maa skjule for Synet. Man benytter ifkedestomindre disse Hjørner til deri at anlægge Løntrapper, eller Pulterkamre for Ting, man ei vil stille til Skue.

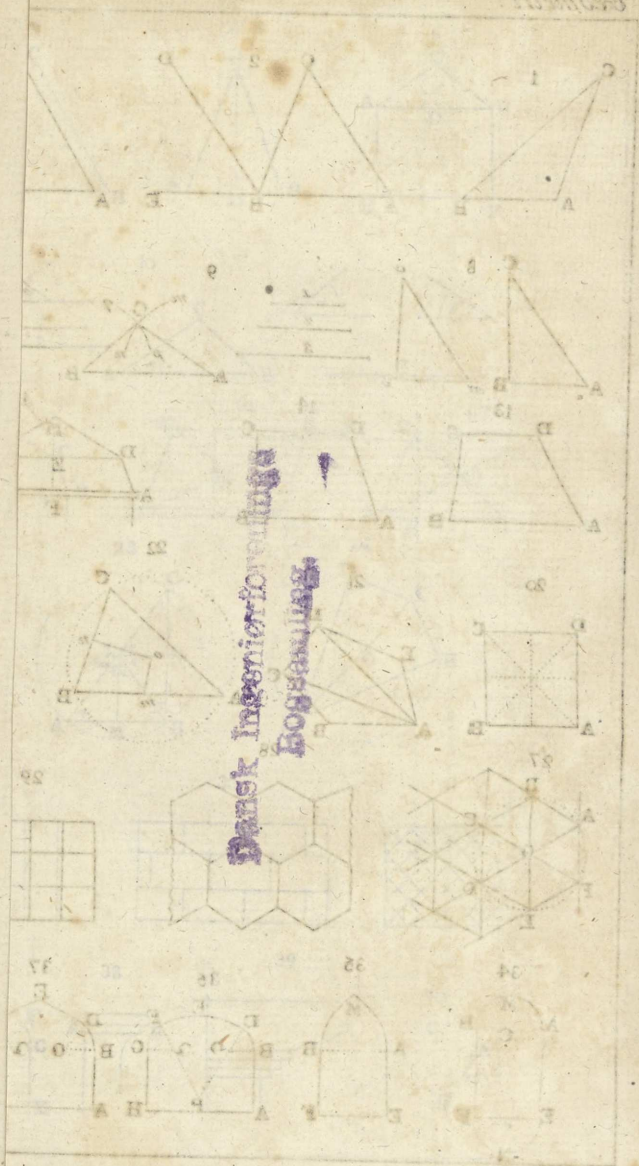
I Stæderne, hvor Grunden er tvungen og meget kostbar, er Bygmesteren nødsaget til at benytte den mindste Plads, og udkaste, saa godt muligt, et System af regelrette Værelser i en ofte meget uregelmæssig Figur. Her kan Øvelsen i at sammensætte geometriske Figurer komme Kunstneren til Nytte, og lede ham til de heldigste Forbindelser.

Der gives Lærere i Bygningskunsten, som troe, at gjøre deres Lærlinger særdeles duede, ved at bringe dem til at udkaste Planer til Bygninger, der vilde koste Millioner, men uden Bæmselighed lade sig opføre i Indbildningen. De give derved deres Lærlinger en Smag for Ødselhed, som i Tiden ofte kommer deres Medborgere dyrt at staa! Bedre var: det, at øve de unge Mænds Opfindelsesaand paa at foørfærdige Planer til Bygninger, underkastede alle de Uregelmæssigheder i Formen, som møde midt i store Stæder, hvor Husene ere pressede tæt op til hverandre.



Dansk Ingeniørforenings
Bogsamling.





Femte Forelæsning.

Ligestore, symmetriske og ligedannede Figurer.

To Figurer ere congruente (sammenfaldende), naar de ere ligedannede og ligestore, saaledes at, naar den ene tænkes lagt paa den anden, deres Sider da nøiagtigen falde sammen.

Geometrien forsyner Kunsterne med forskjellige Midler til at udføre en Figur fuldkommen liig en anden: en særdeles vigtig Opgave i Industrien.

Skal man udføre Gjenstande i Gravering, Billedhugning, Forziring etc., maa man forfærdige Former og Modeller, der ere fuldkommen lige med Gjenstandene, man vil frembringe.

Vi have allerede seet i den anden Forelæsning, at man, ved Hjælp af ligelange, parallelle Linier lettigen kan danne en hvilkensomhelst Figur, fuldkommen liig en anden, og stillet saaledes, at de tilsvarende Linier i begge Figurer blive parallelle.

Dette Foretagende frembyder saamange flere Anledninger til Feil, som de Paralleler, man skal drage, gives større Længde og fjernes meer fra hinanden. Hertil maae endnu føies de Aarsager til Urigtigheder, som hidrøre fra flere eller færre Ufuldkommenheder ved de Linealer, Passere og Snore, man anvender til Distancer, Udmaaling, og fra mere eller mindre stumppe Blyanter, Penne og Ridsesjebredere, hvoraf man betjener sig.

Det samme Middel, hvorved Geometeren i mange Tilfælde overtyder sig om, at to Figurer ere congruente, tjener Kunstneren til at udføre en Figur fuldkommen liig en anden. Jeg mener det simple Middel, at lægge Figurerne paa hinanden, og see, om den ene ikke falder udenfor den andens Grændser.

Sæt, at vi skulle udføre en Figur *ABCDE* *Fig. 1*, paa en hvilken som helst Udstrækning *MNPQ*, f. Ex. paa et udbredt Stykke Tøi, et udglattet Metalblad etc. Vi lægge da Figuren *ABCD* saaledes, at den befinder sig i *abcd* ... paa *MNPQ*, *Fig. 1* bis, affjære derpaa *MNPQ* efter Siderne *ab*, *bc*, *cd*, etc.; vi have da frembragt Figuren *abcd* ... fuldkommen liig *ABCD*

Istedetfor umiddelbart at affjære den anden Figur, tegner man ofte med Blyant, Kridt, Blæk etc. Omridset *abcd* ... efter Anden af den første Figur.

Man borttager nu denne, og udsfærer derpaa lettere den anden Figur.

Paa denne Maade udføre Skrædderne, Steenhuggerne, Kobbersmedene, Blikkenslagerne, Skibstømmermændene og mange andre Haandværkere en Figur ganske overeensstemmende med et givet Mønster, eller en given Model.

Poncering. Er den første Figur ikke udskaaren af Gladen, hvorpaa den findes, kan man ikke anvende den nysangivne Maade. Var Mønstret af ringe Værdi, kunde man lægge det ovenpaa MNPQ, og gennemstikke alle vigtige Puncter, saasom a, b, c, d ... og siden forbinde disse ved rette Linier. Ofte gennemstikker man de Linier, man vil afdage, i deres hele Længde, og slaaer derpaa paa Mønstret, som bedækker MNPQ, med en Pose, hvori ere finstødte Trækul, hvilket kaldes Poncering. De fine Kuldele, som trænge igjennem Stikningerne, ville da frembringe alle Omridsene af den givne Figur. — Industrien har fundet andre Midler til at tage en nøiagtig Copie, uden at bedørve Mønstret.

Calquering. For ikke at gennemstikke en Tegning, lægger man et gjennemstigt Blad Papiir paa Gjenstanden, man vil afdage, og følger herpaa med et Blyant, en Pensel, en Stift, en Pen etc. alle Omridsene, man vil frembringe. Man kan ogsaa lægge en uigjennemstigt Tegning, hvis Bagside man har indgnedet med Rødkridt eller Kul, paa den Gjenstand,

hvorpaa man vil frembringe en Figur, liig Mønstret, og gaae alle betydelige Linier paa dette efter med en Stift. Disse to Maader kaldes Calquering.

Figurers Symmetri. To Figurer $abcd..$, $a'b'c'd'...$, Fig. 1 bis, ere symmetriske, naar deres tilsvarende Puncter a og a' , b og b' , c og c' etc. ligge i Paralleler, hvilke en Perpendicular paa eengang overstjærer i Midten. Vøier man Rammen $MNPQ$ ovenpaa Rammen $MNP'Q'$, er det klart, at a falder paa a' , b paa b' etc., saa at, om Figuren $abcd....$ kunde indvirke paa $MNP'Q'$, vilde den der angive en Figur $a'b'c'd'....$, som er symmetrisk med den. Man kan altsaa ved Paralleler og en Perpendicular, draget igjennem deres Midte, udføre en Figur $a'b'c'd'...$ symmetrisk med en anden $abcd....$

Frembringelse af ligestore eller symmetriske Figurer ved Kobberskik, Bogtryk, Steentryk etc. Disse Kunster have til Formaal paa en Plade eller Glade af Træ, Metal, Steen eller anden Materie, at danne Figurer, hvis Aftryk nøiagtigt kunne overføres paa en anden Glade. Man maa lægge Mærke til, at den aftrykte Figur findes omvendt med Hensyn til den paa Pladen; thi det Høire aftrykker sig til Venstre, og det Venstre til Høire. Man maa desaaarsag skrive forkeert paa Pladen, for at faae Skriften gjengivet i sin naturlige Orden. Derfor ere Bogtrykkerletterne skaarne orkeerte, og siden satte fra Høire til Venstre, at de

i Afstrykket paa Papiret kunne vise sig i deres naturlige Stilling fra Venstre til Høire. Saaledes blive Figurerne i Afstrykket ei alene ligestore, men ogsaa symmetriske med Figurerne paa Pladen.

Frembringelse af hinanden fuldkommen lige Figurer ved Mellemkomst (le cliché). Man forfærdiger ved Graving, Tegning etc. Matricer (Moderformer), hvormed man gjør Indtryk paa Plader, hvilke derpaa anvendes, som sædvanligt, til at trykke Skrift, Moder, Tegninger etc. Gjenstandene gaar fra Høire til Venstre ved det første Aftryk; de komme tilbage fra Venstre til Høire ved det andet. Ved Mellemkomsten blive altsaa Gjenstandene hinanden fuldkommen lige paa Matricen og paa Aftrykkene af Mellempladen. Ifølge denne Grundsætning skæjrer man i naturlig Orden Stemplerne, som tjene til Matricer ved Støbningen af Bogstaver (Lettene): disse Bogstaver blive følgerigens forkeerte, men i Afstrykket vise de sig igjen i naturlig Orden. I Kobberstikning, i Steenstrykning tegner, eller skriver man i naturlig Orden paa Papiir eller tilberedt Pap; denne Skrift bringes forkeert paa Stenen, men vendes igjen om ved Aftrykkene, som tages af Stenen.

Vi ville nu søge nye Maader i Geometrien, til at udføre en Figur fuldkommen lig en anden.

Figur ABCDEFGA, Fig. 1, sammensat af et vilkaarligt Antal Sider, være given. Drager man fra

Vinkelspidfen **A** i denne regelrette, eller uregelrette Mangelkant, rette Linier til de øvrige Vinkelspidfer, deles derved Mangelkanten i Triangler; og da det er let at affætte en Triangel congruent med en anden, saa vil man, ved efterhaanden at gjøre Trianglen $abc \cong ABC$, $acd \cong ACD$, $ade \cong ADE$, omsider have affat hele Figuren $abedefga$, Fig. 1 bis, congruent med $ABCDEFGA$, Fig. 1.

Vi kunne gjengive enhver Figur **ABCDEFGA** alene ved Hjælp af en Passer til at maale Siderne, og en Transporteur til at maale Vinklerne. Først drages Siden ab af samme Længde som AB ; dernæst udmaales Vinklen ABC ved Hjælp af Transporteuren, og overføres atter ved denne paa Figuren, som skal tegnes, idet dens Midtpunct lægges an til b . Er m det Punct paa Transporteurens Omkreds, som svarer til den maalte Vinkels Gradetal, da mærker man dette Punct paa Papiret med Passerspidsen; drages nu Linien bmc og gjøres ligestor med BC , have nok en Side i den nye Figur. Derpaa overføres paa samme Maade BCD i bed , og affættes ligestor med CD , og saa fremdeles. Har man maalt og overført Siderne og Vinklerne med fuldkommen Nøjagtighed, vil den sidste Side ga , naar den drages, træffe sammen med det første Punct a , og have samme Længde som GA . Men har Mangelkanten et betydeligt Antal Sider, er det næsten umuligt, at naae et saa heldigt Udfald. Den mindste Feil i en

Vinkel har Indflydelse paa alle de følgende, da en Sides Retning mod den foregaaende Side derved bestemmes. Endeligen vil en Feil i Længden af en Side forstørre, eller formindske Figuren, eftersom alle Polygonens Sider overføres parallelt udestef, eller indester.

Vi have fremsat denne Methode, som et Exempel paa, hvorledes strengt theoretiske Arbeidsmaader, kunne være Feil underkastede i Udvølsen. Det er ved heldigt Valg af Metoder (Manerer), at det bliver muligt, at forbinde Simpelt med Nøjagtighed i Arbejderne.

Vi ville søge en bedre Maade, til at udføre en Figur liig en anden.

Dannede man efterhaanden Trianglerne abc , aed ... Fig. 1 bis, uden at bekymre sig om videre, end deres Sammenligning hver for sig med deres tilsvarende, vilde man vanskeligen undgaae betydelige Feil; thi Feilene ved enhver Vinkel vilde, ved at tiltage med Vinklernes Antal, give saa mange flere Anledninger til Feil. Det kunde da træffe, at den hele Vinkel bag vilde afvige betydeligt fra BAG , omendskjøndt hver af de enkelte Vinkler bac , cad ..., den indbefatter, kun afviger meget lidet fra den tilsvarende BAC , CAD ,

Til Undersøgelse af denne Ligestorhed afgiver Geometrien følgende Midler:

1. Anvendelse af Paralleler; thi Vinkler, hvis Veen ere parallelle, ere ligestore.

2. Eftermaalning med en Passer, om $AB=ab$, $AG=ag$, $BG=bg$.

3. At drage den tredje Side BG , bg til de to Triangler ABG , abg , og derpaa undersøge, om Punctet A befinder sig i samme Afstand fra BG , som a fra bg , det vil sige, om Perpendiculairerne AZ , az , dragne fra A til BG , og fra a til bg , ere indbyrdes lige store.

Er Undersøgelsen af Vinklerne ABG , abg endt, drages Linjerne AC , ac , AD , ad saaledes, at hver enkelt Vinkel i den ene Figur bliver ligestor med den tilsvarende i den anden; derpaa sættes $AC=ac$, $AD=ad$, $AE=ae$, $AF=af$; tilsidst drages Siderne bc , cd , de , ... og den forlangte Figur er færdig.

Man maa efterhaanden, som man gaar frem, prøve denne sidste Deel af Tegningen, enten med en Passer, ved at maale om $CD=cd$, $DE=de$..., eller med en Transporteur, ved at undersøge, om Vinklen ABC er liig abc , $BCD=bcd$ etc. Saa snart man opdager nogen Feil, bør man atter gennemgaae det gjorte Arbeide, for at komme efter dens Oprindelse og rette den.

Quadraternes Methode. Denne Fremgangsmaade anvendes ofte af Kunstnerne, for at gjengive en Figur liig en anden, Fig. 2.

Man deler først Figuren, man vil efterligne, ved Paralleler i ligestore Striber, hvoraf den ene Række

føres vinkelret paa den anden; derpaa nummererer man alle fire Sider af denne Inddeling, for let at finde et; hvert Kvadrat. En fuldkommen lignende Inddeling udføres paa den Glade, paa hvilken man vil tegne den nye Figur, liig med den givne. *) Naar dette er gjort, mærker man sig de væsentligste Puncter i ethvert Kvadrat.

Man undersøger da først Striben O.I, O.I, hvort findes Intet. I den vertikale Stribe I.II, I.II, findes alene Toppunctet A, hvilket ligger i Linien 4. 4; man aftager paa denne Linie med en Passer Afstanden af Punctet A fra I.I, og oversfører denne paa den nye Figur fra I. I. i a. I Kvadratet II. III. 6. 7. findes Punctet B; man maaler Afstanden af B fra Linierne II. II. og 6. 6., oversfører disse Afstande paa den nye Figur, og bekommer Punctet b. Paa samme Maade kan man bestemme alle de andre Puncter c, d, e, og altsaa aflægge Polygonen abcde ... a liig med ABCDE ... A.

*) I store topographiske Arbejder til Brug i Krigen, eller for Rentekammeret, deler man ofte den Strækning, hvorover man vil optage Planen, i Kvadrater. Enhver Landmaaler tildeles sit Kvadrat, nummereret efter to Linier 1, 2, 3 ... I, II, III, hvori han optager alle Gjenstandene. Siden sammensættes disse Kvadrater til et heelt Kaart.

Der er, som man seer, i denne Fremgangsmaade tre Kilder til Unøjagtighed, ved den mindste Feil hos Arbeideren: 1. i Parallelismen, eller Ligestorheden af Afstanden mellem de Linier, som danne Quadraterne. 2. i selve Trækket af enhver Linie, saavel med Hensyn til dens lige Retning, som Tykkelse etc. 3. i Udmaalningen af ethvert Puncts Beliggenhed.

Man seer heraf, hvor talrige Anledninger til Feil Udførelsen af de simpleste Arbeidsmaader medfører; hvor: megen practisk Duelighed, Omhyggelighed, Taalmodig: hed og god Dømmekraft, der udfordres hos Kunstnerne, for at undgaae disse Feil eller opdage dem, og derved naae den Grad af Nøjagtighed, som udmærker meget be: tydelige Fremskridt i Industrien. Det vil nu ikke mere undre os, at der udfordres Aarhundreder for at komme til Fuldkommenhed med en Maskine, hvortil Grundsæt: ningerne ere vel bekjendte, og Formerne nøie bestemte, men hvis heldige Virkning beroer paa en yderst nøiag: tig Udførelse af dens forskjellige Dele. Derfor er det saa vanskeligt for de Nationer, som have gjort mindre Fremgang i de Kunster, hvortil udfordres Nøjagtighed, at indhente de Folkesslag, som ere bedre underviste; thi disse benytte netop dette Fortrin, til bestandigen at for: mindste Marsagerne til Unøjagtigheden i deres Frem: gangsmaader. En velforstaaet og paa det Practiske for: nuftigen anvendt Theorie kan alene bringe de Folkesslag, som staae tilbage, i Linie med de andre, og til at over:

gaae de Medbeilere, som overtræffe dem i Fuldkommenheden af deres Frembringelser. Dette er Hensigten af denne Underviisning.

Proportionale Figurer. — Det er ikke nok for Industrien, at kunne udføre en Figur symmetrisk eller ligestor med en anden; den behøver ofte at frembringe Figurer, som fuldkommen ligne andre, men ere større eller mindre. Geometrien afgiver Midlet dertil, formedelt de Egenskaber, som foresindes hos proportionale Linier og lignedannede Triangler.

Deler man en ret Linie AF, Fig. 3, i et vist Antal ligestore Dele AB, BC, CD, DE.... og igjennem Delingspuncterne, i hvilkensomhelt Retning, drager Parallelerne Aa, Bb, Cc...., ville disse Paralleler alle være ligelangt fjernede fra hinanden. Thi drages A1, B2, C3...., lodrette paa disse Paralleler, fremstaaer en Række af Triangler AB1, BC2, CD3...., hvilke alle ere congruente, efterdi de alle have en ligestor Side, nemlig $AB = BC = CD = DE....$, og tillige de to hosliggende Vinkler ligestore. Altsaa ere Perpendiculariteterne A1, B2...., som i disse Triangler ere eensbeliggende Sider, og udmaale Afstandene mellem de paa hinanden følgende Paralleler, indbyrdes ligestore.

Drage vi nu Linien mnopqr i en Retning, forskjellig fra AF, saa ville Delene mn, no, op, pq, qr blive ligestore indbyrdes. Thi nedfældes m1, n2, o3, lodrette paa Parallelerne, bliver $m1 = n2 = o3....$;

Trianglerne mn_1 , no_2 , op_3 ville altsaa ogsaa her være congruente af ovennævnte Grund, og deres eensbeltigende Sider mn , no , op sælgelig være ligestore indbyrdes.

Naar altsaa en Straalinie AF , Fig. 3, er deelt i ligestore Dele ved en Række af Paralleler Aa , Bb , Cc ,, saa dele disse Paralleler ogsaa enhver anden ret Linie mr , som overstkærer dem, i ligestore Dele.

Man anvender denne Egenskab, til at dele en given ret Linie i et vist Antal ligestore Dele.

Vi ville antage, at f. Ex. Linien AF , Fig. 4, skal deles i 5 ligestore Dele. Vi drage da fra Punctet A en anden ret Linie AX i hvilken som helst Retning, og affatte derpaa med en vilkaarlig Passeraabning 5 indbyrdes ligestore Dele. Forene vi nu Punctet 5 med F ved en ret Linie $F5$, og igjennem Puncterne 1, 2, 3, 4 drage Paralleler med $F5$, deles derved Linien AF i 5 ligestore Dele.

Denne Maade bruges almindeligen til at inddele Maalestøffene paa Bygnings-, Krigs- og Skibstegninger.

Maalestøffenes rigtige Inddeling er af største Vigtighed, thi derpaa beroer Næagtigheden af de Tegninger, som forfærdiges efter dem. Ere nogle Dele af en isvrigt rigtig Maalestof falske, blive alle de Stykker af Tegningen, hvorpaa disse Dele ere overførte som Maal,

ligeledes falske, og den samme Feil vil kunne forplante sig mange Gange; den vil til sin Tid kunne blive Epitren til nye og vigtigere Feil.

For at kunne være sikker paa Inddelingen af sin Maalestof, maa man ikke gjøre Delene $A1, 1.2, 2.3...$ mindre end $AB, BC, CD, \dots$. Linien AX maa drages fuldkommen lige, fin og jævn, og Passerspidserne sættes nøiagtigt i den, og tillige let, at Puncternes Størrelse ei skal forårsage nogen mærkelig Feil. Naar man endeligen drager Parallelerne, maa Blyantsstiften eller Ridsesjeden føres midt igjennem Delingspuncterne, og Parallelismen nøie overholdes. Kun Sagttagelsen af alle disse Forskrifter kan sikre Arbeidets heldige Udførelse. Med Passeren maa man eftermaale Inddelingen af AF , Fig. 4, for at overtøye sig om, at Delene $AB, BC, CD \dots$ virkeligen ere ligestore.

Inddeling af vigtige Maalestøkke i finere Dele. Ofte skal Eenheden af Maalestoffet AM , Fig. 5, deles i saa mange mindre Dele, at det bliver umuligt, at angive disse med Nøiagtighed og Tydelighed paa Linien AM . Isaafald drager man først Parallelerne $Mm, Nn, Oo, \text{etc.}$... med ligestore Mellemrum, derpaa de to Perpendicularer MF, Af fra Eenhedens Endepuncter, og endeligen Skraaliniien AF . Længderne af $Bb, Cc, Dd \dots$ ville da forholde sig til hverandre, som $1, 2, 3, 4 \dots$. De forestille ligesaa mange lige

store Dele af MA, som der ere ligestore Rum mellem Parallelerne Mm, Nn, Oo etc. Forestiller f. Ex. AM en Fod, og der ere dragne 12 Linier lige langt fra hinanden og ligeløbende med MA, saa blive Delene Bb, Cc, Dd 1, 2, 3 ... Tolvte dele af Foden. Paa saadanne Maalestokke sætter man ikke altid Passeren paa Linien MA, hvorved denne snart villde blive opstakken, men snart paa Nn, Oo, Pp, efter Maalenes Forskjellighed. Derved bevares Maalestoffem meget længere, hvilket er vigtigt for Tegningen.

Undersøgelse af Tegningen af Modellerne til en Maskine, eller Industri's Frembringelse. Skal man prøve Tegningen af en Maskine, eller et Arbeide, udført efter en Maalestof, maa begyndes med at undersøge den brugte Maalestof. Er den falsk, kan man, uden videre Undersøgelse, ansee Tegningen for flet; er den rigtig, kan desuagtet findes Feil i Tegningen, og disse bør man opsoge.

Vi vende tilbage til rette Liniers Deling ved Paralleler. Antage vi, at AF, Fig. 3, overskæres af Parallelerne Am, Bn, Er, med ulige Afstand imellem sig, ville Delene AB, BF, indsluttede mellem disse Paralleler, ikke meer være ligestore indbyrdes. Det Samme vil være Tilfældet med Delene mn, nr af enhver anden ret Linie mr, som overskæres af disse Paralleler. Men er BF større end AB, vil nr ligeledes være større end

mn, og netop saa mange Gange større, som BF indeholder Længden af AB.

Indeholder BF f. Ex. AB fire Gange, saa vil man, ved at dele BF i fire ligestore Dele BC, CD, DE, EF, og drage Parallelerne Co, Dp, Eq, dele nr i ligesaa mange Dele no, op, pq, qr, ligestore med mn, som der ere Dele BC, CD, DE, EF, ligestore med AB. Altsaa indeholder BF ligesaa mange Gange AB, som nr indeholder mn.

Dette antyder man paa følgende Maade:

BF, divideret med AB, er lig nr, divideret med mn,

$$\frac{BF}{AB} = \frac{nr}{mn}$$

eller, BF forholder sig til AB, ligesom nr til mn.

eller, BF : AB = nr : mn.

Dette kalder man en geometrisk Proportion; den indeholder altid to ligestore Forhold

$\frac{BF}{AB}$ og $\frac{nr}{mn}$. Det geometriske Forhold mellem to Størrelser, er saaledes den første Størrelse divideret med den anden; det omvendte Forhold er den anden Størrelse divideret med den første.

En Proportion BF : AB = nr : mn tæller fire Leed; første og sidste Leed kaldes de yderste; andet og tredje de mellemste Leed.

En Grundegenskab ved Proportionerne er:

At Productet af begge de yderste Leed er ligestort - med Productet af begge de mellemste.

For at bevise dette, maae vi lægge Mærke til, at i Proportionen $BF : AB = nr : mn$ er

$$\frac{BF}{AB} = \frac{nr}{mn};$$

multipliceres begge disse Forhold paa eensgang med AB og mn , ville Producterne blive ligestore. Men BF divideret med AB , multipliceret baade med AB og mn , er alene BF multipliceret med mn , eller Productet af begge de yderste Leed. Ligeledes er nr divideret med mn , multipliceret baade med AB og mn , alene nr multipliceret med AB , eller Productet af begge de mellemste Leed. Sølgeligen er Productet af de yderste Leed ligestort med Productet af de mellemste.

Geometriske Proportioner bruges hyppigt i Geometrien og Regnekunsten (Arithmetiken), saavel som i disses Anvendelser paa andre Videnskaber, paa Handelen, paa Industriens Foretagender etc.

Regnekunsten udtrykker geometriske Proportioner med Tal paa følgende Maade:

Antage vi Fig. 5 affat efter en Maalestof, kunne vi tænke os ethvert Leed i Proportionen $BF : AB = nr : mn$ udtrykt ved Antallet af de Gange, disse Dele af Linien indeholde Maalestoffens Længde. Er f. Ex. $BF = 30$, $AB = 5$, $nr = 24$, $mn = 4$, have

$$BF : AB = nr : mn$$

$$\text{eller } 30 : 5 = 24 : 4$$

Hvilke to Proportioner udtrykke det Samme.

Saaledes kan man fremstille Forhold og Proportioner mellem Linier ved Forhold og Proportioner mellem Tal, og omvendt.

Dividerer man 30 med 5, faaer man 6 til Quotient, som er Værdien af det første Forhold; dividerer man 24 med 4, faaer man atter 6 til Quotient, som er Værdien af det andet Forhold. Ere begge Forholdene ligestore, d. v. s. de begge have samme Quotient eller Værdi, udgjøre de en Proportion. Dividerer man 5 med 30, faaer man $\frac{1}{6}$; ligesom ogsaa, naar man dividerer 4 med 24; følgerigen, naar to Forhold ere ligestore, ere ogsaa de omvendte Forhold ligestore.

Proportionen $30 : 5 = 24 : 4$ giver saaledes paa eengang $\frac{30}{5} = \frac{24}{4}$ og $\frac{5}{30} = \frac{4}{24}$.

Multipliserer man de to ligestore Udtryk $\frac{5}{30} = \frac{4}{24}$ med 24, faaer man $\frac{5}{30} \times 24 = 4$. Men nu er 5 og 24 begge de mellemste, 30 og 4 begge de yderste Leed; altsaa er det ene yderste Leed saa stort som Productet af de mellemste Leed, divideret med det andet yderste Leed.

Paa samme Maade beviser man, at det ene mellemste Leed er saa stort som Productet af de yderste Leed, divideret med det andet mellemste Leed.

Naar man altsaa kjender tre Leed af en geometrisk Proportion, kan man strax finde det fjerde ved den angivne Regel, hvilken man af den Aarsag kalder Regula: Detri.

Regula: Detri finder hyppig Anvendelse i Beregninger henhørende til Finantssvæsenet, Handelen og Industrien.

Geometrien har ligeledes sin Regula: Detri. Ere tre Linier (A), (B), (C), Fig. 6, givne, er det let at finde en fjerde Linie (D) af den Besskaffenhed, at

$$(A) : (B) = (C) : (D)$$

Paa den forlængede Linie $OP = (A)$ sættes $PR = (C)$. Fra Endepunctet O drages dernæst i vilkaarlig Retning den rette Linie OM, paa hvilken sættes fra O Længden $OQ = (B)$. Forbindes derpaa P og Q med Linien PQ, og drages fra Punctet R Linien RS ligeløbende med PQ, have

$$OP : OQ = PR : QS.$$

$$\text{eller } (A) : (B) = (C) : (D).$$

Ere begge de mellemste Leed ligestore, siges Længden eller Tallet, som forestiller dem, at være Mellemproportional-Størrelsen imellem de to yderste Leed. Saaledes i Proportionen

$$2 : 4 = 4 : 8$$

er 4 Mellemproportional-Størrelsen imellem de to yderste Leed 2 og 8.

I Geometrien findes letteligen Mellemproportional: Størrelsen imellem to givne Længder. Vi skulle snart see hvorledes.

Ligedannede Triangler. Naar i to Triangler ABC, abc, Fig. 7 de eensliggende Sider ere parallele, staae disse Sider i Forhold til hinanden, og Trianglerne ere ligedannede; nemlig

$$AB : ab = BC : bc = AC : ac.$$

For at bevise dette, henslytte vi Trianglen abc, uden at forandre Stillingen af dens Sider, saaledes, at Punctet b falder paa A af Trianglen ABC; derpaa forlænge vi ac og BC, indtil de støde sammen i Punctet m; saa bliver $AC = cm$ og $Cm = bc$, da de ere Paralleler imellem Paralleler.

Men da AC og cm, Cm og bc ere parallele, forholder sig: $AB : ab = AC (= cm) : ac$.

$$AB : ab = BC : Cm (= bc);$$

altsaa endeligen $AB : ab = AC : ac = BC : bc$.

Ere Trianglerne ABC, abc, Fig. 8, stillede og dannede saaledes, at AB er vinkelret til ab, BC til bc og AC til ac, eller deres Forlængelser, da ere Trianglerne ligedannede.

Uden at forandre noget i Trianglen abc, føre vi den i en ret Vinkel omkring Punctet a, saa vil ac falde paa ac', ab paa ab' og bc paa b'c'. Siderne i Trianglen ab'c' ville da være ligeløbende med Siderne i Trianglen ABC, og disse to Triangler være ligedan-

nede; følgerigen ogsaa Trianglen ABC lignedannet med Trianglen abc .

Naar Siderne i to Triangler staae i Forhold til hverandre, ere deres tilsvarende Vinkler ligestore og Trianglerne lignedannede. Vi ville antage, at de to Triangler ABC , $a'b'c'$, Fig. 7, ikke have anden Overeensstemmelse, end at

$$AB : a'b' = AC : a'c' = BC : b'c'.$$

Tænke vi os da en anden Triangel abc , som har en Side $ab = a'b'$, og tillige sine tre Sider stykkeviis parallelle med AB , AC og BC , have vi

$$AB : ab = AC : ac = BC : bc.$$

Saaledes bliver

$$a'c' = \frac{AC}{AB} a'b', \quad ac = \frac{AC}{AB} ab.$$

$$b'c' = \frac{BC}{AB} a'b', \quad bc = \frac{BC}{AB} ab.$$

Er altsaa $a'b' = ab$, maa $a'c' = ac$ og $b'c' = bc$.

Men ere i Trianglerne abc , $a'b'c'$ alle tre Sider stykkeviis ligestore, ere Trianglerne congruente, og følgerigen Vinklerne $a' = a = A$, $b' = b = B$, $c' = c = C$.

Er altsaa i to Triangler Siderne proportionale, da ere Vinklerne, som ligge overfor proportionale Sider, ligestore, og Trianglerne ere lignedannede.

Naar i to Triangler, ABC , abc Fig. 7 Siderne AB , AC i den ene ere proportionale med ab , ac i den anden, og den indsluttede Vinkel $A=a$, da ere disse Triangler ligedannede. Thi lægger man Vinklen a paa A , fordrer Proportionen $AB : ab = AC : ac$, at BC og bc maae være parallelle; altsaa ere alle tre Sider parallelle, og Trianglerne ligedannede.

Drage vi i Fig. 6 fra Punctet O tre rette Linier OPR , OQS , OTU , som overskjære de to Parallelle PTQ , RUS , finde vi, formedelst Trianglernes Lighed, i OPT , ORU ; 1. $OT : OU = PT : RU$

og i OQT , OSU ; 2. $OT : OU = QT : SU$; altsaa endeligen $PT : RU = QT : SU$.

Det vil sige, at Delene PT , RU , QT , SU af to Parallelle, overførte ved tre rette Linier, som udgaae fra eet og samme Punct, staae i Forhold til hinanden. Den omvendte Sætning er ligeledes rigtig.

Vi kunne nu gaae videre med 'vore Begreber' og bevise, at to Polygoner ere ligedannede, naar deres eensliggende Sider ere parallelle og proportionale.

Vi ville antage, at i Figurerne $ABCDEFGA$ og $abedefga$ Fig. 9, de eensliggende Sider ere proportionale og parallelle. Her er altsaa $AB : ab = BC : bc \dots = m : 1$. De eensliggende Vinkler ville være ligestore, da deres Veen hver to og to ere parallelle; saaledes er Vinklen $B=b$. Drage

vi nu Linierne AC , ac , ville Trianglerne ABC , abc være ligedannede, fordi de have en Vinkel $B=b$, indsluttet mellem proportionale Sider. Altsaa forholder sig $AB : ab = BC : bc = AC : ac = m : 1$, og tillige er AC ligeløbende med ac . Drage vi fremdeles AD og ad , ville ogsaa Trianglerne ACD , acd være ligedannede; thi $AC : ac = CD : cd = m : 1$, og Vinklerne ACD , acd ere ligestore, da deres Been ere parallelle. Altsaa er $AC : ac = CD : cd = AD : ad = m : 1$, og AD ligeløbende med ad . Ved saadnes at vedblive, vil man kunne opløse Manglekanten i ligedannede Triangler.

Naar man altsaa kan udføre Triangler ligedannede med andre, kan man ogsaa, ved at oprette den ene Triangel umiddelbart ved Siden af den anden, udføre en Manglekant, ligedannet med en anden, hvor samsmensat end Figuren er.

Proportionalcirklen, Fig. 10, er et Instrument, man anvender til Løttelse af proportionale Forvandlinger. Det bestaaer af to ligestore og ligeligen inddeelte Linealer.

For at forvandle (reducere) Udstrækningerne af en Figur i andre efter Forholdet af en given Linie E til en anden given Linie F , assætter man paa Siden AB Længden $AM = E$. Man bemærker Tallet paa Inddelingen, som svarer til M , samt Punctet N , hvor det samme Tal staaer paa den anden Lineal af Proportionalcirklen. Derpaa tager man Længden F i Aabningen

af en almindelig Passer, sætter dennes ene Been i M og aabner Proportionalcirklen indtil det andet Been træffer i N, hvorved MN bliver ligestor med F; det er da klart, at enhver Længde A1, A2, A3, paa begge Linealer, bør svare til Afstanden 1.1, 2.2, 3.3,, saaledes, at man har følgende Proportioner $E : F = AM : MN = A1 : 1.1 = A2 : 2.2 = A3 : 3.3.....$

Man vil da med en almindelig Passer strax kunne tage de forvandlede Længder 1.1, 2.2, 3.3,, som svare til Længderne A1, A2, A3.....

Er man ikke i Besiddelse af en Proportionalcirkel, kan man danne sig een, ved at drage to Linier AB, AC, Fig. 11, paa følgende Maade: Man drager Linien AB = E; derpaa slaar man fra B, som Midtpunct, med en Passeraabning BC = F, Buen mCn, og ligeledes fra A, som Midtpunct, med en Passeraabning liig AB, Buen BDC; endeligen forbinder man A og Buernes Skjæringspunct C med Linien AC. Vil man nu forvandle en hvilken som helst Længde Ag i en anden efter Forholdet som E til F, beskriver man fra A Buen gkh; Afstanden mellem Puncterne g og h er da den søgte Længde, efterdi

$$E : F = AB : BC = Ag : gh.$$

Ligedannede regelrette Mangelanter. Regelrette Mangelanter, som have ligemange Sider, ere ligedannede. Thi da Siderne i enhver ere indbyrdes

ligestore, ere de aabenbart proportionale; og Vinklerne, som her ikke beroe paa Længden, men paa Antallet af Siderne, ere naturligviis alle ligestore i begge Mangelanterne.

Omkredsene af to ligedannede Mangelanter forholde sig til hinanden, som et Par af Siderne.

Efterhaanden som Antallet af Siderne i en Mangelant tiltager, nærmer den sig meer og meer Cirklen, hvori den er indskreven.

Udsaa blive alle Cirkler at betragte som ligedannede Figurer, hvis eensliggende Linier ere proportionale.

Omkredsene af Cirklerne forholde sig som deres Radier.

Dersom, man i to Cirkler indskriver to regelrette Mangelanter af ligemange Sider *abedefa*, *ABCDEF* Fig. 12, ville de proportionale Linier i begge Figurer forholde sig som 1. Cirklernes Radier; 2. Polygonernes Sider; 3. Polygonernes Omkredse; 4. Cirklernes Peripherier.

Drager man i Cirklen Fig. 13 Diametren *AOB*, dernæst Perpendiculæren *CP* fra Omkredsen til et vilkårligt Punct *C* i Diametren, og tilsidst de rette Linier *AP* og *PB*, saa fremstaaer Trianglen *APB*, retvinklet i *P*. Denne Triangel er ligedannet med enhver af de to mindre Triangler *APC*, *PCB*, hvoraaf den er sammensat.

Thi den spidse Vinkel A er fælleds for begge de retvinklede Triangler APB , APC , og den anden spidse Vinkel er i hver liig en ret Vinkel mindre end A ; altsaa ere alle Vinklerne i disse to Triangler stykkeviis lige store, og Trianglerne ligedannede.

Paa lignende Maade bevises, at ogsaa begge de retvinklede Triangler APB , PCB ere ligedannede.

Alle disse tre Triangler ere folgeligen ligedannede, og:

$$AB: AP = AP: AC.$$

$$AB: BP = BP: BC.$$

$$AC: CP = CP: CB.$$

Altsaa:

1. I en retvinklet Triangel ABP er det venstre Cathet AP Mellemproportional Størrelsen imellem hele Hypothenusen AB og det affkaarne Stykke AC til Venstre af Perpendiculairen PC .

2. Det høire Cathet PB er Mellemproportional Størrelsen imellem hele Hypothenusen AB og det affkaarne Stykke CB til Høire af Perpendiculairen.

3. Perpendiculairen PC er Mellemproportional Størrelsen imellem begge Hypothenusens Stykker AC , CB .

Endeligen, da Hypothenusen er en Diameter i Cirklen, CP en Halvchorde, lodret paa Diametren, og AP , BP tvende Chorder, dragne fra Diametrens Endepuncter, saa er

1. Den mindste Chorde Mellemproportional: Størrelsen imellem hele Diametren og det mindste affkaarne Stykke.

2. Den største Chorde Mellemproportional: Størrelsen imellem hele Diametren og det største affkaarne Stykke.

3. Halvchorden Mellemproportional: Størrelsen imellem begge Diametrens affkaarne Stykker.

Disse Egenskaber ere af største Anvendelse i Bestemmelsen af Maskinernes Virkning og Gang.

Sjette Forelæsning.

Overfladen af plane Figurer, begrændsede af
lige Linier eller Cirkelbuer.

For at udmaale Flader, begrændsede af lige eller krumme Linier, tager man til Maals:Enhed en meget enkelt Figur, der ikke er mindre let at tegne, end at inndeles i mindre Dele: nemlig et Kvadrat, hvis Sidelinie er Enheden af Længdemaalet.

Vi ville først see, hvorledes man med dette Kvadrat kan udmaale et større, eller, med andre Ord, faae at vide, hvormange Gange det store Kvadrat indeholder det lille.

Saamange Gange Sidelinien af det lille Kvadrat indeholdes i Siden af det store Kvadrat, i saamange parallele Striber kan dette deles, hvilke have det lille Kvadrats Sidelinie til Brede, og det stores til Længde. Men saamange Gange det lille Kvadrats Sidelinie indeholdes i det stores, saamange Gange indeholder atter enhver Stribe det lille Kvadrat. Er f. Ex. det lille Kvadrats Sidelinie indeholdt 10 Gange i det stores, kan dette Kvadrat deles i 10 Striber, der have

det lille Kvadrats Sidelinie til Brede, og 10 Gange denne Linie til Længde. Enhver Stribe indeholder altså 10 Gange Overfladen af det lille Kvadrat, og 10 Gange 10 vil være Antallet af Smaakvadrater, indeholdte i det store Kvadrat.

Ved den samme Slutningsmaade kan godtgjøres, at tages Siden af et Kvadrat til Længde: Eenhed, vil dette Kvadrat indeholdes i et andet, hvis Side er

1		1	Gang	1	=	1
2		2	—	2	=	4
3		3	—	3	=	9
4		4	—	4	=	16
5		5	—	5	=	25
6		6	—	6	=	36
7		7	—	7	=	49
8		8	—	8	=	64
9		9	—	9	=	81
10		10	—	10	=	100.

Tallene 1, 4, 9, 16 . . . kaldes Kvadraterne af 1, 2, 3, 4 . . . , ligesom disse igjen kaldes Kvadratrødderne af hine.

Dersom Kvadratet, man vil udmaale, er mindre end det, man har taget til Maals: Eenhed, maa man dele dette i mindre Maal. Deler man hver af dets Sidelinier f. Ex. i 10 ligestore Dele, saa fremstaae 100 smaae, ligestore Kvadrater, hvoraf ethvert kan tjene til Maals: Eenhed. Er endnu denne anden Eenhed for stor, deler

man samme i 100 Dele, hvorved altsaa den oprindelige, første Eenhed falder i 100 Gange 100 eller 10000 smaae, ligestore Quadrater, og saa fremdeles.

(See i det 2det Bind Forelæsningen om Maaslene).

Efter at have bestemt Fladeindholdet af eet Quadrat for sig, ville vi forbinde to Quadrater, og undersøge, hvorledes Geometrien kan fremstille deres Sum, eller Forskjel; med andre Ord, danne et Quadrat, der i Fladeindhold er liig Summen, eller Forskjellen af to givne Quadrater.

ABCD, Fig. 1, og mnpq, Fig. 2, være de to opgivne Quadrater. Vi tegne da en retvinklet Triangel XYZ, Fig. 3, saaledes, at den rette Vinkel Y indsluttes af de to Sider $XY = mn$ og $YZ = AB$. Fremdeles tegne vi Quadrater paa alle Triangelens Sider, nemlig $XYab = mnpq$ og $YZcd = ABCD$, saa vil det store Quadrat $XZef$ paa Hypotenusen XZ blive liig Summen af de to givne Quadrater.

Vi have viist i den 5te Forelæsning, at, naar i en retvinklet Triangel XYZ, Fig. 3, en Perpendicular YU nedfældes fra den rette Vinkels Toppunct paa Hypotenusen, saa er: *)

*) For at betegne Quadrateret paa en Side AB, skriver man AB^2 , og Fladeindholdet af dette Quadrat ABCD er folgelig AB^2 , som er liig AB multipliceret med AB.

$XU: XY = XY: XZ$, hvoraf

$$XY \times XY = XY^2 = XU \times XZ.$$

$ZU: ZY = ZY: XZ$, hvoraf

$$ZY \times ZY = ZY^2 = ZU \times XZ.$$

Heraf følger at $XY^2 + ZY^2$, d. v. s. Summen af de to Quadrater $XYab$, $ZYcd$, er liig $XU + ZU$, d. v. s. XZ , multipliceret med XZ , hvilket er Maalet paa Quadratet $XZef$.

Altsaa i enhver retvinklet Triangel er Quadrattet paa Hypothenusen liig Summen af Quadraterne paa begge Catheterne.

Skulde man finde et Quadrat, der var liig Forskjellen mellem to andre, maatte man tegne en retvinklet Triangel, hvori Hypothenusen XZ , Fig. 3, blev liig Siden i det største Quadrat, og det ene Cathet XY liig Siden i det mindste, givne Quadrat. Quadrattet, tegnet paa det andet Cathet YZ , vil da være Forskjellen mellem de to givne Quadrater.

Bed at bemærke, at $3 \times 3 = 9$, $4 \times 4 = 16$, $5 \times 5 = 25$, og at $9 + 16 = 25$, seer man, at 3, 4 og 5 kunne være Længderne af Siderne i en retvinklet Triangel. Kunstnerne anvende ofte denne Egenskab, for at drage en ret Linie YZ , lodret paa en anden; XY . De dele XY i 3 Dele, tage derpaa $YZ = 4$, og $XZ = 5$ af disse Dele, og danne deraf Trianglen XYZ , i hvilken YZ er den søgte Perpendicular.

Vi ville nu udmaale Glædeindholdet af Figurer, som afvige meer og meer fra Quadrattets Form.

Fladeindholdet af en Rectangel er liig Productet af dens Grundlinie og Høide.

For at bevise dette, dele vi Siden MQ af Rects anglen MQPN, Fig. 4, i Dele, ligestore med Siden AB af Quadrateret ABCD, taget til Eenhed. Igjennem Delingspuncterne drage vi rette Linier, ligeløbende med MN; disse ville da dele Rectanglen i Striber som alle have Længden af MN, og samme Brede som Quadrateret. Men enhver af disse Striber indeholder netop saamange Quadrater ABCD, som AB er indeholdt Gange i MN; altsaa vil, naar MN udtrykkes med Tal, og AB antages til Eenhed, Antallet af Quadraterne ABCD, som indeholdes i Rectanglen MNPQ, angives ved Productet af Grundlinien MN og Høiden MQ.

I Kunsterne er det ofte nødvendigt at udfinde et Quadrat, der har samme Fladeindhold som en given Rectangel MNPQ.

Isaafald drages en ret Linie, og paa samme affættes QM og MN ved Siden af hinanden Fig. 5; der næst beskrives en Halvcirkel over QMN, som Diameter. Opreises da fra Punctet M en lodret Linie MR, og forlænges indtil Halvcirkelns Omfreds, have (ifølge 5te Forelæsning, Pag. 119)

$QM : MR = MR : MN$, hvora $QM \times MN = MR^2$.

Quadratet, tegnet paa MR, vil saaledes være ligestort med Rectanglen MNPQ, thi disse Flader have samme Maal.

Fladeindholdet af ethvert Parallelogram LMNO, Fig. 6, er liig Productet af dets Grundlinie og dets Høide.

For at bevise dette, oprejs vi Puncterne M, N Linierne MQ, NP lodrette paa MN, og forlæng disse indtil LO, eller sammens Forlængelse. De to herved frembragte Triangler MQL, NPO blive da congruente; thi $MQ = NP$, eftersom de ere Paralleler mellem Paralleler, og tillige ere alle de eensliggende Vinkler lige store. Rectanglen MNPQ, sammenlignet med Parallelogrammet MNOL, er altsaa Triangeln MQL større, men den ligesaa store Triangel NPO mindre end dette; følgerigen findes Fladeindholdet, saavel af Parallelogrammet, som af Rectanglen, ved at multiplicere Grundlinien MN med Høiden PN.

Efterstaaende Multiplications-Tabel angiver, i Tal, Fladeindholdet af ethvert Parallelogram, hvis to Sider hver for sig ikke overstige 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Den anden Colonne angiver Fladeindholdet af Rectangler, hvis Høide er 2 og hvis Grundlinie er 1, 2, 3, Den tredje Colonne angiver Fladeindholdet af Rectangler, hvis Høide er 3 og hvis Grundlinie er 1, 2, 3,

Haandværkerne bør have en saadan Tabel ophængt i deres Værksteder og lære den udenad; denne Kundskab er nødvendig for at gjøre den mindste Multiplication.

Fladeindholdet af en Triangel ABC, Fig. 7, er liig det halve Product af dens Grundlinie og dens Høide.

Thi, drage vi DC parallel med AB og AD parallel med BC, bliver den derved dannede Triangel ACD ligestor med den givne ABC; men ABCD er et Parallelogram, hvis Fladeindhold er liigt AB, eller Triangelen ABC's Grundlinie, multipliceret med dens Høide CE; følgelig er Fladeindholdet af Triangelen ABC det Halve af dette Product.

Da man kan dele enhver Figur, som indsluttes af rette Linier, i Triangler, udmaales nu letteligen enhver regelret eller uregelret Mangekant. Man søger det halve Product af enhver Triangels Grundlinie og Høide; Summen af alle disse Producter bliver da Fladeindholdet af Mangekanten. Denne Anvendelse gjør Triangelens Undersegelse saa vigtig for Geometrien, især for Landmaaling.

gen. Vi ville begynde Anvendelsen med at udmaale et Trapezium.

Gladeindholdet af et Trapezium er liig den halve Sum af de ligeløbende Sider, multipliceret med deres Afstand fra hinanden.

Trapeziummet ABCD, Fig. 8, hvori Afstanden mellem de to parallelle Sider er mn, være ved Diagonaler AC deelt i to Triangler

ABC, hvis Gladeindhold er $\frac{1}{2} AB \times mn$, og

ACD, $\frac{1}{2} DC \times mn$.

Summen af disse to Producter bliver da liig den Halve Sum af AB og DC, multipliceret med mn, hvilket ogsaa skrives saaledes $\frac{1}{2} (AB + DC) mn$.

Uden Vanskelighed findes nu Sidelinien i et Kvadrat, som er ligestort med e: givet Trapezium.

Man affætter $AB + CD$, Fig. 8, paa en ret Linie fra M til N, Fig. 5, og fremdeles $\frac{1}{2}mn$ fra M til Q. Derpaa halverer man QN, beskriver fra Delingspunctet Halvcirklen QRN, og oprefter i M Perpendiculairen MR, saa bliver denne Sidelinien i det søgte Kvadrat.

Gladeindholdet af en regelret Mangelkant er liig det Halve af dens Omtreds, multipliceret med den lodrette Afstand af dens Midtpunct fra een af dens Sider.

Drage vi fra Centret O, Fig. 9, af Mangelanten ABCD . . . rette Linier til Vinkelspidserne, dele vi den derved i ligestore Triangler AOB, BOC, COD Er nu Om Centrets Afstand fra enhver Side, og selgeligen Høiden af disse Triangler, saa bliver Indholdet af hver Triangel liig dens halve Grundlinie $\times$ mn; det hele Fladeindhold vil saaledes være liig $\frac{1}{2}$ (AB + BC + CD +) Om, eller $\frac{1}{2}$ (ABCD . . .) $\times$ Om.

En regelret Mangelant afviger saameget mindre fra Cirklen, i hvilken den er indskreven, som Antallet af dens Sider tiltager; og Forskjellen bliver mindre end enhver tænkelig Størrelse, naar Sidernes Antal tilstrækkeligen forøges. Cirklen kan altsaa betragtes som en Mangelant med utalligt mange uendeligen smaae Sider, hvori Perpendiculæren Om afviger saa lidet fra Radien OA, at Forskjellen ikke kan angives.

Deraf følger, at Fladeindholdet af en Cirkel er liig Productet af dens Omkreds, multipliceret med dens halve Radius, eller af dens halve Omkreds, multipliceret med dens hele Radius.

Umuligheden af Cirkelens Quadratur. For medelst den ved Fig. 5 forklarede Oplosning vil det være let at tegne et Quadrat, hvis Fladeindhold var ligestort med en given Cirkels, naar man kunde finde en ret Linie, næagtigen af samme Længde som Omkredsen af Cirklen, hvis Radius er bekjendt. Men man for-

maaer ikke at udfinde den nøiagtige Længde af en saadan Linie; desaaarsag henhører Opgaver, at construere et Kvadrat af samme Indhold som en Cirkel (hvilket man kalder Cirkelns Kvadratur) iblandt de Opgaver, hvis strenge Oplosning er umulig. — Det er vigtigt, at Lærlingerne ikke udtømme deres Kræfter i Bestræbelser, som ikke kunne have noget heldigt Udfald.

Vi kunne i Tal nærmelsesviis angive Værdien af Cirkelns Omkreds og Gladeindhold, ved at sætte:

Radius $\equiv 100 - 1,000 - 10,000 - 100,000$ ic.
 Omkredsen $\equiv 628 - 6,283 - 62,831 - 628,318$ ic.
 Gladeindh. $\equiv 314 - 3,141 - 31,415 - 314,159$ ic.

Søger man kun Gladeindholdet af et Udsknit AOB, Fig. 9, hvis Bue er Halvdelen, eller Trediedelen, eller Fjerdedelen ic. af Cirkelomkredsen, bliver Udsknitets Gladeindhold ogsaa kun Halvdelen, eller Trediedelen, eller Fjerdedelen ic. af Cirkelfluden; altsaa findes Indholdet af Udsknittet AOB ved at multiplicere den halve Radius med Længden af Buen AnB, som indsluttes imellem Siderne OA, OB. Dersom man fra dette Product drager $\frac{1}{2} AB \times Om \equiv$ Indholdet af Trianglen OAB, bekommes Gladeindholdet af Udsknittet AnB.

Sammenligning af ligedannede Figurers Gladeindhold.

To ligedannede Trianglers Gladeindhold forholde sig som deres eensliggende Siders Kvadrater.

Lad AOB, aob, Fig. 11, være to saadanne Triangler, hvori Grundlinien er liig Halvdelen af Høiden, saa vil et Kvadrat ABCD, abcd, construeret paa Grundlinien, have samme Fladeindhold som Trianglen. Forstørres eller formindsker man forholdsmæssigen Høiderne, medens Grundlinierne forblive uforandrede, vil man kunne danne alle Slags Triangler XAB, xab, hvis Fladeindhold tiltage og aftage i samme Forhold; følgelig vil Forholdet mellem Fladeindholdene, hvilket oprindeligen er forestillet ved Kvadraterne ABCD, abcd paa Triangelnes Grundlinier, blive det samme i alle Tilfælde.

Alle ligedannede Figurer kunne opløses i et liges stort Antal ligedannede Triangler, hvilke indbyrdes forholde sig som Kvadraterne paa to eensliggende Sider. Altsaa forholde Fladeindholdene af ligedannede Figurer (begrænsede af rette Linier) sig som Kvadraterne paa to eensliggende Sider.

Ere saaledes de to Polygoner ABCDEFA, abcdefa, Fig. 12, ligedannede, da forholde deres Fladeindhold sig som Kvadraterne ABMN, abmn, tegnede paa deres eensliggende Sider AB, ab.

Paa samme Maade bevises, at Fladeindholdene af Cirkler, hvilke ere ligedannede Figurer, forholde sig som Kvadraterne paa deres Radier eller Diametre.

Anvendelsen af disse Forhold er ofte meget beqvæm. Fladeindholdet af en Cirkel, hvis Radius er liig Een

heden, kan selv ikke nærmelsesviis udtrykkes uden ved sammensatte Tal, saafremt man fordrer nogen Nøiagtighed; men Forholdene mellem Fladeindholdene kunne ofte angives i høist enkelte Tal.

Vi ville her fremsætte nogle særdeles skønne Egenskaber ved de regelrette Mangelkanter og Cirklerne i Henseende til deres Fladeindhold, men uden Beviisførelse, fordi denne grunder sig paa høiere Deele af Videnskaben.

Ved ligestort Omrids, har den regelrette Mangelkant, blandt alle Figurer med et givet Antal Sider, det største Fladeindhold.

Ved ligestort Omrids, er Fladeindholdet af en regelret Mangelkant desto større, jo flere Sider samme har.

Ved ligestort Omrids, har Cirklen det største Fladeindhold af alle mulige Figurer.

Anvendelser. — Disse Egenskaber ere vigtige at kjende til Besparelse i mange Kunster.

Saaledes bliver den Mængde Bly, man maa anvende til gothiske Vinduer af en bestemt Størrelse, den mindst mulige, naar Vinduerne ere regelrette Figurer, af det givne Antal Sider.

Skal man forfærdige et Ledningsrør, hvorigjennem kan strømme en bestemt Mængde Vand, Gas ic., maa man gjøre Rørene cirkelrunde, for til deres Forfærdi-

gelse at bruge den mindst mulige Mængde Træ eller Metal.

Naar i Bygningskunsten Høiden og Omridset af en Bygning er bestemt, altsaa derved Udstrækningen af dens udvendige Mure, vil Rummet, man kan indslutte med den samme Mængde Muurværk, være saameget større, som Bygningen nærmer sig meer til Figuren af en regelret Manglekant, og jo flere Sider denne Manglekant har.

Lad os betragte Overfladen af Planet, paa hvilket vi have affat de forskjellige Figurer, hvis Fladeindhold vi nyligen have bestemt. Ligge to Puncter af en ret Linie i et Plan, da ligger hele Linien i Planet. Denne Egenskab anvendes i Kunsterne til at forarbejde plane Overflader, og til at gennemløbe plane Udstrækninger.

Anvendelse ved Steentøis Forarbeidelse. —

Vil man i Pottemageriet give en hvilken som helst Leermasse en plan Overflade, opstiller man to ligeløbende Linealer, eller en plan Ramme $MNPQ$, Fig. 13, og bringer Leret derimellem; derpaa farer man jævnt hen over samme med en Retsfede ST , som hviler paa begge Linealerne MN , PQ , og affjærer eller sammentrykker de Dele af Leret, hvilke staae frem over Planet, lagt igjennem MN , PQ . Det er ingenlunde nødvendigt at Rammen er en regelret Firkant; den kan have andre Former.

Anvendelse paa Pales Affjæring. Saugene, hvoraf man betjener sig, for at affjære Pæle efter et horisontalt (vandret) Plan, i en given Dybde under Vandfladen, styres i deres Gang ved to Ledere MN, PQ, Fig. 13, anbragte i ligesfor Afstand fra Planet, hvorefter Pælehovederne skulle affjæres. | Skjæren af Saugen st er en ret Tværlinie, forestillet: ved dens Parallel ST. Holdes nu Saugen, ved Hjælp af en retvinklet Ramme, i en uforanderlig Afstand fra Parallelen ST, og denne støttes mod MN og PQ, vil Saugen beskrive et Plan mnpq, ligeløbende med MNPQ.

Snedkeren bruger Høvlens til at gjøre Planken jævn. Han begynder med at afrette Kanterne paa Planken med sin Høvl, hvis Træ er en ret Linie, og hvis Jern borttager Det, som staaer for meget frem, paa det at Høvlens Træ og Planken kunne komme i fuldkommen Berøring; derpaa tværhøvler han den mellem begge de afrettede Kanter, for at danne en flad mellemsalbende rette Linier, der gaae fra den ene Kant til den anden.

Saugffjæreren og Tømmermanden mærke det Stykke Træ, de ville give en lige og jævn Sideslade, baade oven og neden med Linien, hvorigjennem Planet skal føres. Efter disse to Linier styrer den Første sin Gang, den Sidste sin Dre.

Hidtil have vi ikkun betragtet eet Plan for sig og Linier, dragne i dette Plan. Vi ville nu efterhaan:

den sammenholde Planet med Linier, som ikke alle ligge i samme, og flere Planer indbyrdes. — En ret Linie kan være lodret, skraa eller ligeløbende med Hensyn til et givet Plan.

Er AB, Fig. 14, den korteste Linie, som kan dragges fra et Punct A til Planet MNPQ, maa AB ogsaa være den korteste Afstand fra dette Punct til enhver Linie, draget i Planet gennem B, og følgerigen være lodret paa alle rette Linier BE, BF &c., dragne i samme fra denne Perpendiculairs Fodspunct B; altsaa staaer Linien AB lodret paa Planet MNPQ.

Heraf følger: 1) at Perpendiculairen, draget fra et Punct til et Plan, er den korteste Afstand fra Punctet til Planet; 2) at denne Perpendiculair er lodret paa enhver Linie, draget fra dens Fodspunct, i Planet.

Dreier en ret Vinkel sig om sit ene Been, vil altsaa det andet beskrive et Plan, som er lodret til det første Been.

I Sammensætningen af de Redskaber, hvormed Optiken forsyner Astronomien, Navigationen &c. gjør man hyppigt Brug af denne geometriske Egenskab.

Staaer AB, Fig. 14, lodret paa Planet MNPQ, maa enhver Linie AD, AF, &c. dragen fra Punctet A til een af de i Planet dragne Linier DBF, &c. være en skraa Linie, baade med Hensyn til Linien og Planet. Saavel med Hensyn til Planet, som den lige

Linie DBF ere altsaa Straaliniernes AD, AF alle længere end Perpendiculairen AB, og saameget længere, som de fjerne sig meer fra denne Perpendiculair.

Dersom vi fra Punctet A drage alle mulige Straalini-
nier til den rette Linie DBF, draget i Planet gennem
Perpendiculaires Fodpunct B, og ethvert Punct D,
F . . . beskriver en Cirkel i Planet MNPQ, saa ville
alle Puncterne i enhver af disse Cirkler være i samme
Afstand fra hvilket som helst Punct A i Perpendiculair.

Forlænger man BA til Ba = BA, ville Punc-
terne A og a være ligelangt fjernede fra ethvert Punct
D, E . . . i Planet og i Cirklerne, som vi have draget.

Den Linie, som staaer lodret paa Cirkelns Plan
og gaaer igjennem dens Midtpunct, kaldes Cirkelns
Axe; Axen er altsaa lodret paa alle Radierne.

Axen i et Hjul er lodret paa Hjulets Plan; naar
et Hjul dreier sig om sin Axe, bevæger sig enhver
af dets Dele sig uden at forlade dette Plan. Hju-
let forandrer saaledes ikke Stilling med Hensyn til de
omliggende Gjenstande; dets forskjellige Puncter indtage
kun Stillingen det ene efter det andet.

Paa denne geometriske Sætning har man grun-
det Møllestenenes Gang. Man anbringer paa een
og samme Axe to Stene, hvis Planer ere ligeløbende:
den underste ligger fast, medens den øverste er bevægelig med

Aren. Idet den bevægelige Steen dreier sig saaledes, at dens underste Flade bevæger sig i sig selv, beholder denne overalt og altid samme Afstand fra den øverste Flade af den ubevægelige Steen. Er altsaa denne Afstand passet saaledes, at Sædekornene ei kunne gaae imellem uden at knuses, vil Knusningen blive eens paa alle Puncter mellem begge Stenene.

Man seer heraf den store Fordeel, ja endog Nødvendigheden af Nøiagtighed i Maskiners Udførelse.

Dersom Stenens Parallelisme ikke var fuldkommen; dersom den bevægelige Steens Axe ikke var ganske lodret paa disse Stenes berørende Planer; dersom den under sin Bevægelse hældte lidet til Højre eller Venstre, vilde i ethvert af disse Tilfælde Møllestenenes berørende Planer ikke bestandig blive i samme Afstand fra hinanden. Hvor de nærmedes formeget, vilde Kornet blive for stærkt knuset, brændt, bedærvet; paa den modsatte Side vilde det ikke blive malet, og Stenene gaae tomme. Her er følgerigen Nøiagtigheden meer end en Overflødighed eller en blot videnskabelig Fordring, den er et Vilkaar, som Nødvendigheden selv paalægger, for at naae et heldigt Udfald.

Anvendelse paa Dreining. De Egenskaber vi nyligen have forklaret, anvendes i Kunsterne til at beskrive Cirkler ved Hjælp af et Dreielad. Dette er et Redskab, som frembyder to faste Puncter, ved hvilke man fæster Legemet, som skal dreies. Holder man nu

et fjærende Værktøi, rigtigt rettet, i en ubevægelig Stilling mod Legemet, og lader dette gaae rundt, saa vil Værktøiet borttage de altfor meget fremstaaende Dele af Legemet og paa dette fjære en Cirkel, hvis Axe bliver den rette Linie, der kan tænkes draget fra det ene faste Punct til det andet, og som tillige har sit Midtpunct i denne Linie.

Skydes Værktøiets Snide lidt efter lidt frem, lodret paa denne Linie, ville alle Cirklerne, som efterhaanden dannes ved Værktøiets Snide, ligge i samme lodrette Plan til den rette Linie, der gaaer fra den ene Rørnerspidse til den anden paa Dreieladet. Saaledes kan man anvende Dreieladet til at frembringe et Plan.

Det er dette Middel man anvender i Maskinværkstederne, naar man skal fjære efter Figuren af et Plan, det være sig Metalskiver eller Enderne af Cylindre, hvilke skulle passe meget nøie sammen.

Anvendelse paa Bramah's Maskine, til at høyle jævne Glader. — Bramah lader et horisontalt Hjul, forsynet med et stort Antal fjærende Værktøier, bevæge sig rundt omkring en vertical og fast Axe. Disse Værktøier springe ikke alle ligemeget frem under Hjulets Plan, men ere stillede 5 eller 6 sammen, saaledes, at det ene gradviis staaer lidt meer frem end det andet. Træstykket, som skal slethøyles, lægges paa en horizontal Bogn, hvilken skydes frem under det med fjærende Jernbevæbnede Hjul. Høylejernene i enhver Samling

Skjære ind i Træstykket, saaledes at det mindst fremspringende gjør det første Strøg, hvilket efterhaanden fordybes meer og meer af 4 til 5 andre i Samlingen. Ved Bognens Fremrykning jævnes den næste Deel af Træstykket formedelst en ny Samling af 5 til 6 Skjærende Jern. Naar alle paa Hjulets Omrids fordeelte Jern have gjort deres meget tætte Furer i Træstykket, gaaer en paa Hjulet befæstet Høvl, der staaer saa langt for som de meest fremspringende Jern, hen over Træet, alle Jernene have furet, og, idet den borttager Ujævnhederne af disse Furer, fuldender Træets Slethøvling.

Staaer to Linier AB, CD, Fig. 15, lodrette paa samme Plan MNPQ, da ere de ligeløbende.

For at bevise dette, forbinde vi disse to lodrette Liniers Fodpuncter B, D med Linien BD i Planet, og drage i samme Plan Linien EOF lodret paa BD, gennem dennes Midte O. Gjøres derpaa $OE = OF$, ville ei alene de to Puncter B, D, men ogsaa ethvert Punct A, C i Linierne AB, CD, der ere lodrette paa Planet, være ligelangt borte fra E og F. Thi drage vi FD og DE, maae disse to Skraalnier, der ere ligelangt fjernede fra Perpendicularen OD paa EOF, være ligestore; ligeledes maae CF og CE være ligestore, saafom de ere Skraalnier, ligelangt fjernede fra Perpendicularen CD paa Planet; og endeligen ere AE og AF ligestore af samme Grund. Saaledes ligge altsaa de lodrette Linier AB, CD i eet eneste Plan, hvori alle

de Puncter befinde sig, der ere ligelangt borte fra de to faste Puncter E og F. Men ligge AB og CD, som ere lodrette paa samme lige Linie BD, i samme Plan, ere de følgerigen ligeløbende.

Det horizontale (vandrette) Plan er som bekjendt sammensaldende med Overfladen af et stillestaaende Vand paa det Sted, man befinder sig; og det er den lodrette Linie paa et saadant Plan, vi kalde Verticalen. Følgerigen ere alle Verticaler, til samme horizontale Plan, ligeløbende.

Blyloddet med sin Snor, er en Snor, som fast holdes i den ene Ende og i den anden er betyngt med et Lod. Naar den har sat sig i Hvile efter sine Svingninger, indtager den en vertical Retning mod Stedet, hvor man befinder sig. Den kan desaaarsig tjene til at undersøge, om et givet Plan er vandret. Til den Ende holder man det ene Been af en ret Vinkel efter Snorens Direction, det andet Been maa ida i alle mulige Retninger nøiagtigen falde sammen med Planet.

To hinanden skjærende Retninger ere allerede tilstrækkelige, efterdi to rette Linier aldeles bestemme et Plans Beliggenhed.

Omvendt, naar man har et vandret Plan, kan man erholde en Vertical, ved at opreise en Linie lodret paa dette Plan; men dette Foretagende er ikke fuldt saa let.

Verticale Planer ere saadanne, i hvis Overflade en vertical Linie ligger med sin hele Længde. Drager man

fra hvilket som helst Punct i dette Plan en Vertical, maa denne ogsaa aldeles ligge i Planet, efterdi det er ligeløbende med den først dragne Vertical.

Skjære to verticale Planer hinanden, da er deres Overstjøringslinie en ret vertical Linie; thi Verticalen draget fra et Punct, hvori disse to Planer skjære hinanden, maa nødvendigviis ligge aldeles i begge Planer.

Et stort Antal Kunster, fornemmeligen de, som beskæftige sig med Huusbygning, gjøre ofte Brug af horizontale Planer, verticale Planer og verticale Linier.

I vore Boliger ere Gulve, Loftet, den øverste og underste Flade af Lagene, hvori de hugne Steen, Muurstenene ic. ordnes, i Almindelighed vandrette Planer.

Fladerne af de udvendige Mure og Skillevæggene ere verticale Planer; Kanterne af Mure, Døre og Binduer ere verticale Linier, da de ligge paa eengang i to verticale Planer.

I al Linietegning, saasom af Steenskjæren, af Tømrerværk, kort alt Bygningsarbeid, forudsættes at der først gjøres en Grundtegning paa et horizontalt Plan, og dernæst en Tegning paa et vertikalt Plan, hvilken kaldes Opstalt, saafremt den forestiller Bygningens udvendige Udseende, og Gjennemsnit (Profil), naar den fremstiller et Snit tværs igjennem Bygningen.

Naar en ret Linie gaaer igjennem to Puncter A, C, Fig. 16, ligelangt fjernede fra et Plan MNPQ, da befinder ethvert Punct i denne rette Linie AC sig i

samme Afstand fra Planet. Thi drage vi fra AC Parallelserne AB, CD, EF, lodrette paa Planet MNPQ, og fremdeles drage den rette Linie BFD, bliver $AB = EF = CD$, hvor end Punctet E ligger i Linien AC.

Samtlige rette Linier, som udgaae fra Punctet A, Eig. 16, lodrette paa AB, danne et Plan AGHCKA, hvort ethvert Punct har AB til Maal for sin Afstand fra Planet MNPQ. Naar to Planer ere lodrette paa een og samme rette Linie AB, have de altsaa overalt samme Afstand fra hinanden; og naar Linierne AB, CD ere lodrette paa det ene Plan, ere de det ogsaa paa det andet: de ere Maalet paa den korteste Afstand mellem disse Planer.

Naar to Planer NPQM, NPRS, Fig. 17, mødes, er Overskæringslinien NP altid en lige Linie.

Thi drages en ret Linie igjennem to af de Puncter P og N, hvort Planerne mødes, vil hele denne Linie ligge i begge de Planer, hvort disse to Puncter ligge; den vil altsaa selv være den Linie, som er fælleds for begge Planerne.

Man kan antage, at Planet NPQM holder meer eller mindre mod NPRS, og erholder derved en større eller mindre Vinkel mellem NPQM og NPRS. For at bestemme denne Vinkel bærer man sig ad paa følgende Maade: Man drager fra et Punct C i begge Planers fælleds Linie NP, lodret paa denne, Linien CA i det ene Plan og CB i det andet; Vinklen ACB som

disse to rette Linier danne med hinanden, er da Vinklen, som Planerne danne indbyrdes.

Vi ville antage, at Planet NPQM dreier sig om NP, som om en Axe. Ethvert Punct i dette Plan vil da beskrive en Cirkel, og Planet selv vil have gennemløbet hele Rummet om Axen, naar ethvert af dets Puncter har gennemløbet hele Omkredsen af en Cirkel. Deler man det saaledes gennemløbne Rum i ligestore Dele, vil ethvert Punct, i enhver Deel, have beskrevet det samme Antal Grader. Dette Antal vil saaledes være det egentlige Maal for Vinklen, det sig om NP dreierende Plan har gennemløbet.

Forarbejderne af mathematisk Instrumenter forfærdiges for Astronomerne, for de Søfarende, for de geographiske Landmaalere Instrumenter, hvormed de Vinkler, et Plan gjør med et andet, kunne maales, og de forfærdiges i Almindelighed efter den Grundsætning, vi nyligen have lært at kjende. En i Grader inddeelt Cirkelbue AB, Fig. 17, befinder sig i et Plan, bestemt ved de paa Planerne, hvis Hældning man vil maale, lodrette Dioptrers Traade. Den ene Ende B er fæstet til det ene af Planerne, og Punctet A, hvor Buen gaaer igjennem det andet Plan, tilkjendegiver Antallet af Graderne for begge Planers Hældning.

For at bestemme Planers Retning, henføre vi dem almindeligen til et vandret Plan. Tænke vi os altsaa draget lodret paa Oversfæringslinien af det vandrette

Plan og det hældende: 1) en vandret Linie; 2) en ret Linie i det hældende Plan, saa vil Vinklen, som disse Linier danne indbyrdes, forestille Vinklen af Planerne.

Hældningslinien CA , Fig. 17, er mere hældende end nogen anden Linie, som kan drages i det hældende Plan $NPQM$.

For at bevise dette, drage vi i det hældende Plan Horizontalen XOY ligeløbende med Oversfjæringslinien NP . Da COA er vinkelret til de to Paralleler, vil CO udmaale deres Afstand. For altsaa at gaae ned fra Puncterne X , O , Y , som alle ligge i samme Høide i det hældende Plan, til Puncterne P , C , N , hvilke alle ligge i samme Væterpas, er CA , som er lodret paa begge Paralleler XOY , PCN , den korteste Wei, eller med andre Ord, Linien af den største Hældning.

Naar vi komme til at afhandle krumme Legemers Overflader, skulde vi see, hvilken fordeelagtig Anvendelse man har gjort af horizontale Linier og Linierne af den største Hældning, for at fremstille Figuren af disse Overflader paa Planer.

Et Plan staaer lodret paa et andet, naar det til begge Sider danner ligestore Vinkler med dette. Disse Vinkler, som indsluttes af lige vinkelrette Linier, ere rette.

Naar en ret Linie staaer lodret paa et Plan, ere alle de Planer, som gaae igjennem denne Linie, lodrette paa dette Plan.

Lader os antage **AB**, Fig. 18, lodret paa Planet **MNPQ**, og **FGDE** at være et Plan, lagt igjennem **AB**.
 Drage vi da i **MNPQ** Linien **AC** lodret paa **GD**, vil
 Vinklen **BAC**, som er Maalet for Planernes Hældning,
 være en ret Vinkel; følgelig vil de to Planer være
 lodrette paa hinanden.

Naar to ligeløbende Planer overskjæres af et tredie,
 da ere Overskjæringslinierne ogsaa ligeløbende.
 Thi vare de ikke ligeløbende, maatte de, tilstræffelig
 forlængede, mødes et Sted, følgelig ogsaa Planerne,
 hvori de ligge, hvilket sidste er umuligt, da vi have
 antaget disse Planer at være ligeløbende.

To ligeløbende rette Linier, indsluttede mellem
 to ligeløbende Planer, ere ligestore. Thi lægge vi
 igjennem disse to rette Linier et tredie Plan, skjærer
 dette de to andre Planer efter to nye ligeløbende rette
 Linier, hvilke indslutte de to første; men Paralleler
 mellem Paralleler ere ligestore.

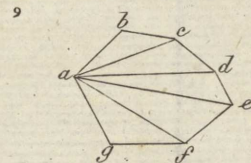
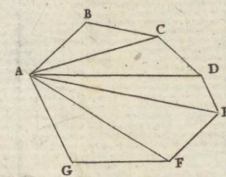
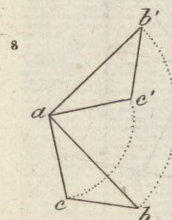
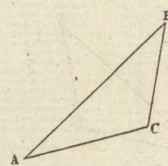
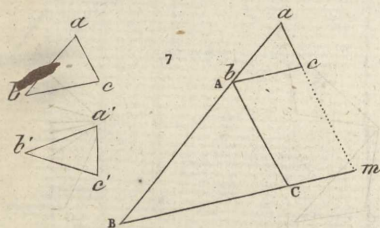
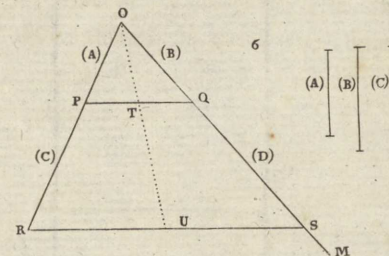
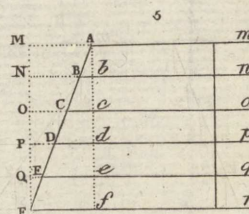
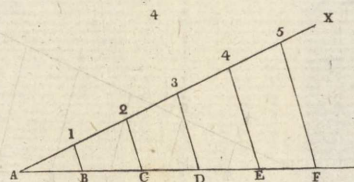
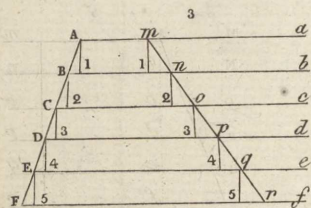
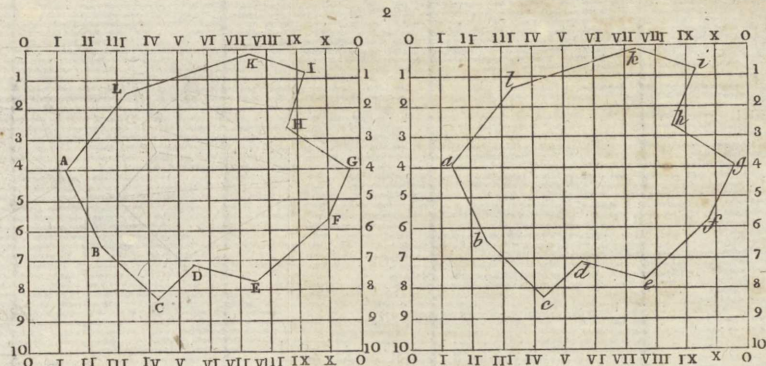
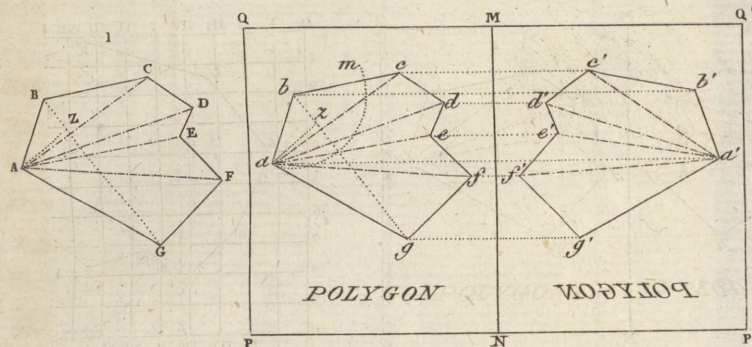
Naar to rette Linier **ABC**, **DEF**, Fig. 19,
 overskjæres af tre ligeløbende Planer **NP**, **QR**, **ST**,
 ere de afstkaarne Stykker proportionale.

For at bevise dette, drage vi **Aef** parallel med
DEF, saa bliver **Ae** $\equiv$ **DE** og **ef** $\equiv$ **EF**, efterdi de
 ere ligeløbende Linier mellem ligeløbende Planer. Men
 begge de rette Linier **ABC**, **Aef**, ligge i eet og samme
 Plan, hvilket skjærer de to Planer **QR**, **ST** i to rette,
 ligeløbende Linier **Be**, **Cf**; altsaa

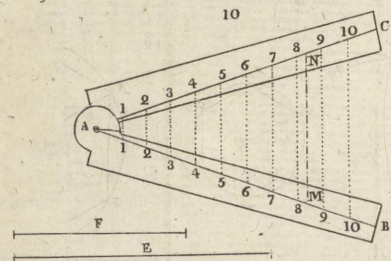
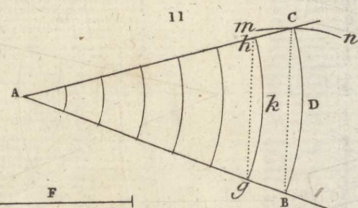
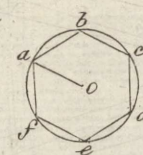
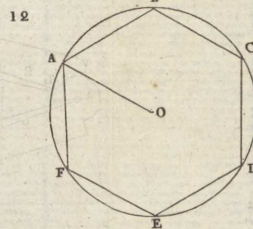
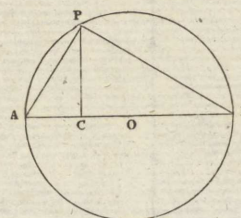
$AB : BC = Ae : ef = DE : EF.$

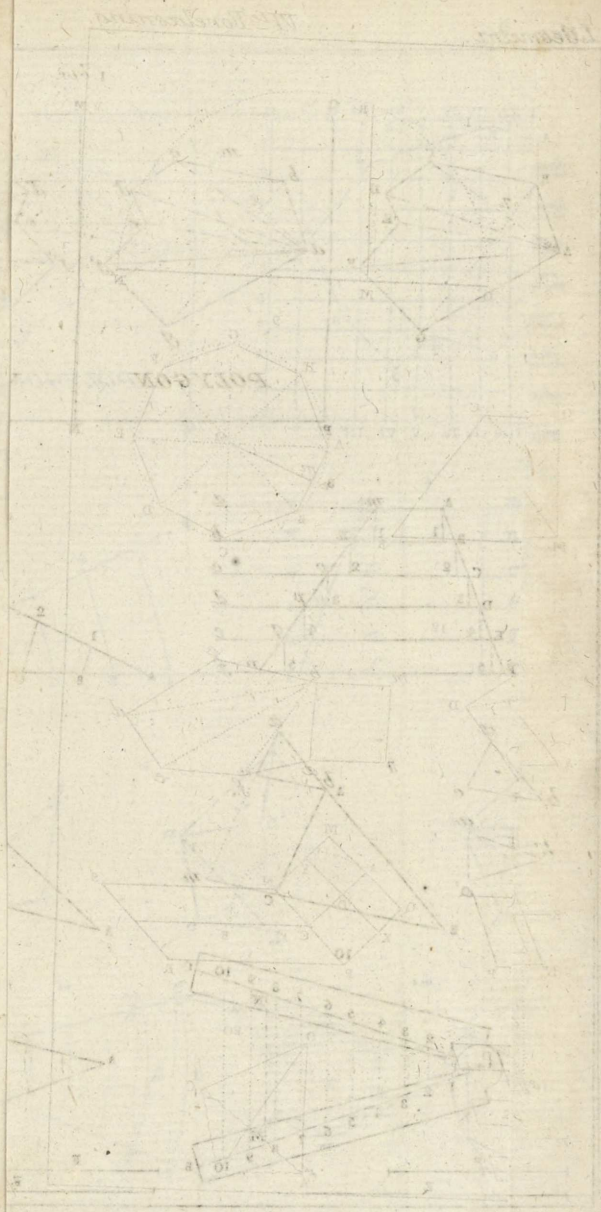
Endnu staaer kun tilbage at omtale Tegemlige Vinkler, saadanne som $OABC$, Fig. 20, dannede af tre rette Linier OA , OB , OC , hvilke støde sammen i Punctet O og fremstille tre Dele af Planerne AOB , BOC , COA . Denne Vinkel frembyder, som man seer, tre almindelige Vinkler AOB , BOC , COA , og tre Vinkler, dannede af to og to Planer. Den beskriuvende Geometri lærer Midlerne til at kjende Vinkler, dannede af Planer, ved Hjælp af Vinkler, dannede af Linier, og omvendt.

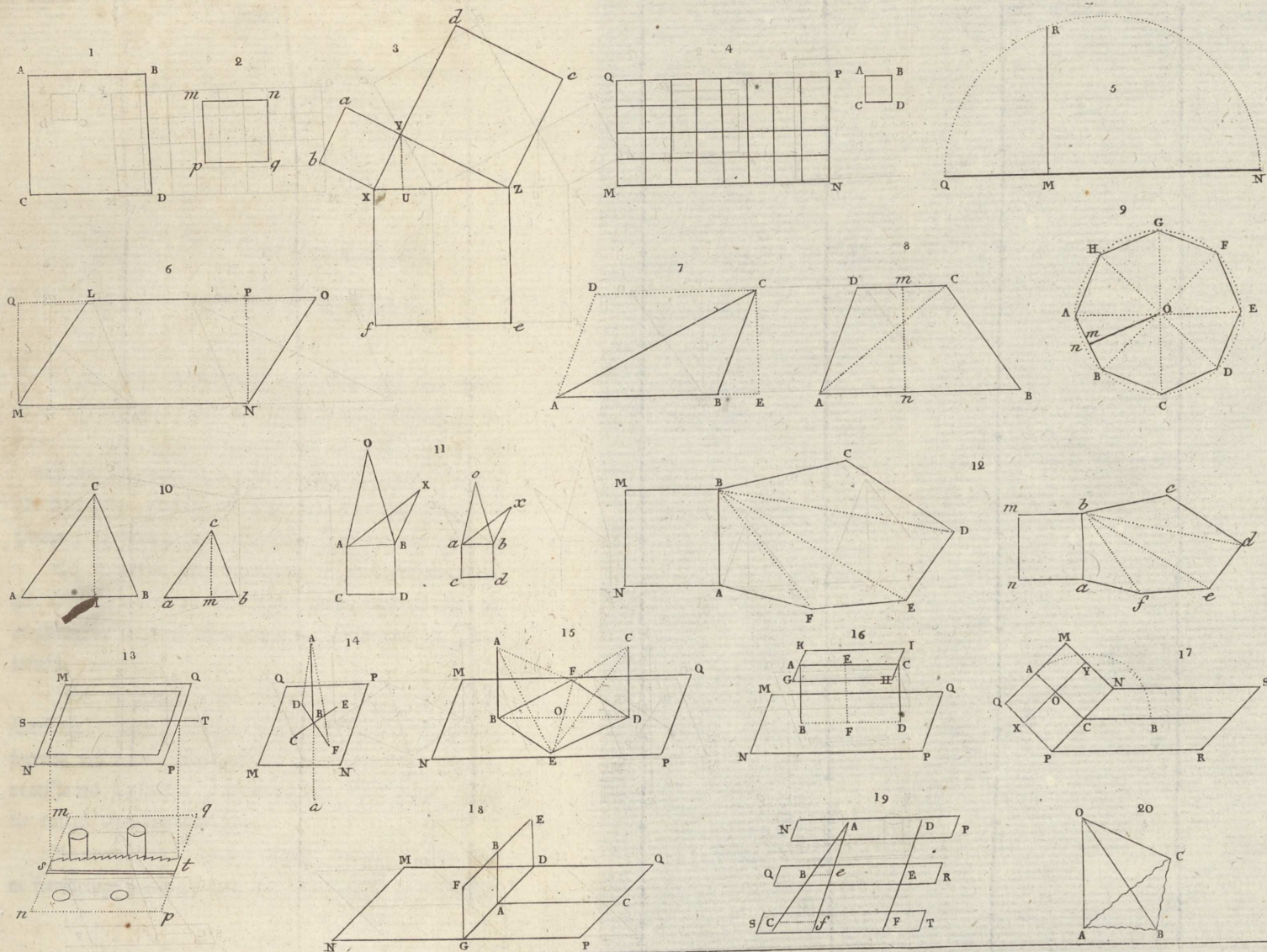
1. bis.

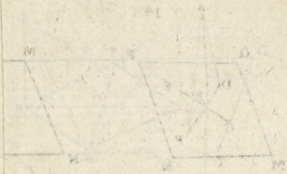
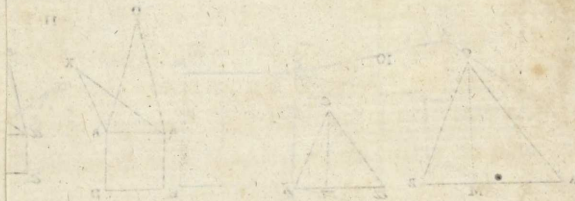
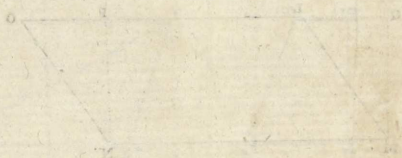
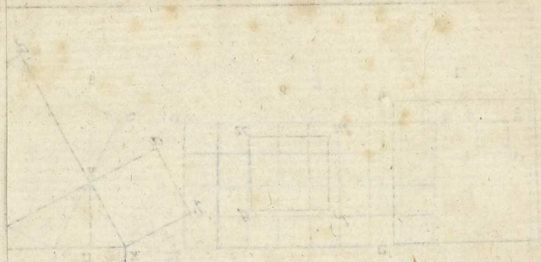


13









Syvende Forelæsning.

Legemer, begrændsede af Planer.

Efter at have forklaret Egenskaberne ved den rette Linie og Cirklen, have vi efterhaanden undersøgt de Figurer, som kunne sammensættes af rette Linier og Cirkelbuer. Vi ville nu, paa en dermed overensstemmende Maade, først undersøge de Legemer, som begrændses af Planer, og derpaa de, som have krumme Overflader.

To Legemer ere ligestore, naar de kunne antages at være komne ud af samme Form, saaledes som de af Støberne formede Efterligninger af Buste og Bas-reliefs.

To Legemer ere symmetriske i Form og Stilling, naar de tilsvarende Puncter i begge kunne forenes ved rette, ligeløbende Linier, der paa eengang overskjæres i Midten af et paa disse lodret Plan, hvilket kaldes Symmetriplanet.

Anvendelser. Hvert Dieblif behøver Industrien at frembringe Legemer, som ere symmetriske med Hensyn

til andre Legemer, og Legemer, som ere sammensatte af to symmetriske Dele; saasom regelrette Bygninger, Kirker, Palladser, byggede efter een og samme Plan.

Ofte er Symmetrien kun en Ziirligheds- eller Smags- sag i Industri- Frembringelser, bestemte til at staae uflyt- tede paa samme Sted, f. Ex. Huse, Kirker etc. Den er derimod en væsentlig Nødvendighed for en Mængde Legemer, som med lige Lethed skulle bevæge sig til Høire og til Venstre. Derfor har Naturen givet de fleste Dyr to symmetriske Sider, forenede ved et Plan i Ret- ningen af deres sædvanlige fremskribende Bevægelse. Efter samme Grundsætning giver Skibsbygmesteren Skibene to Sider, Styrbord og Bagbord, symmetriske med Hensyn til Planet, som ligger i Retningen af Skibets Gang. Vognene ere ogsaa symmetriske med Hensyn til dette Plan, overensstemmende med samme Grundsætning.

Stangen er et Legeme af ubestemt Længde, hvis plane Sideflader begrændses af ligeløbender rette Linier, som kaldes Kanter. Overskjaæres Stangen ved to ligelø- bende Planer, da fremstaaer et Prisme. Ethvert af disse to Snit, man kalder Grundflader, er en Mange- kant, med samme Antal Sider, som Prismet eller Stangen har Sideflader. Prismet er ret, naar Kanterne ere per- pendiculaire paa Grundfladerne, ellers er det skjævt. Det er affskæret, naar Grundfladerne ikke ere parallelle.

Det rette Prisme er symmetrisk med Hensyn til Planet, som overskjaærer dets Kanter under en ret

Vinkel og i Midten. Disse Kanter blive da Perpendiculairerne, som bestemme Vilkaarene for Symmetrien.

Der gives affkaarne Prismer, som ere symmetriske med Hensyn til et Plan, der paa samme Maade overfjærer alle deres Kanter under en ret Vinkel og i Midten.

Det tresidede Prisme, Fig. 1, har tre Sideflader og dertil to trekantede Grundflader. Saamange forskellige Former, en Triangel kan modtage, saamange kan ogsaa et tresidet Prisme have.

Anvendelse i Optiken. Physikerne bruge et saadant tresidet Prisme af Glas eller Krystal, til at opløse Lyset, hvis forskellige Straaler dele og udsprede sig, idet de gaae igjennem en Sideflade af Prismet, for at trænge ind i dette Legeme, og en anden, for at gaae ud deraf. Man skjelner da tydeligt følgende syv Farver: rødt, orange, gult, grønt, lyseblaat, mørkeblaat og violet, saaledes, som disse Farver sees i Regnbuen.

Anvendelse i Bygningskunsten. Bygmesteren anvender det flette tresidede Prisme med symmetriske Grundflader, ABCDEF, Fig. 7, til Tage, med to Skraaninger og Gavle, paa regelrette Bygninger. Det affkaarne symmetriske Prisme, Fig. 8, bruges til Valmstage. Det er den samme Skikkelse, man giver Steenhobe, ordnede ved Siderne af Beie, som skulle istandsættes; da den er regelret og let at udmaale, kan man strax med Sikkerhed bedømme, hvor stor en

Mængde Steen, der findes i Bunken. Af samme Art: sag bruges den almindeligen til Kugle- og Bombestabler i Arsenalerne.

Anvendelse i Mekaniken. I Maskinbygningen forfærdiger man af tresidede Prismer, med symmetriske Grundflader, faste Ledere, hvorpaa saadanne Hammer eller Bogne glide, hvilke man vil give en fuldkommen retlinet Gang.

Det firsidede Prisme, Fig. 2, har fire Sidesflader og to firkantede Grundflader. Er Firkanten et Parallelogram, faaer Prismet Navn af et Parallelepipedon, og dette er retvinklet, naar alle Sidesfladerne danne rette Vinkler. Ere alle Parallelepipedets Sidesflader Quadrater, kaldes det en Cubus, eller Tærning.

De rette firsidede Prismer med symmetriske Grundflader have deres Symmetriplaner ligeløbende med Kanterne, og disse Planer gaae gjensidigen igjennem Symmetriaren af hver Grundflade.

Er Grundfladen en Rectangel, har Prismet tre Symmetriplaner, hvoraf hver er ligeløbende med to og to af Legemet's sex Sidesflader. Er Grundfladen en Rhombus, har Prismet tre Symmetriplaner: 1. Planet ligelangt fjernet fra Grundfladerne; 2. og 3. Planet, som gaaer igjennem Grundfladernes parallelle Diagonaler.

I Cuben er der tolv Symmetriplaner: tre parallelle med Sidesfladerne; sex, som gaae igjennem Sidesflader-

nes Diagonaler; og tre, som gaae igjennem Cubens Diagonaler.

I ethvert af disse Prismes gaae Symmetriplanerne igjennem et mærkværdigt Punct, nemlig Prismets Midtpunct; to og to overskjære hinanden efter Linier som ere Aker i Prismet. Dette Punct og disse Linier, have vigtige Egenskaber for Mechaniken, hvilke vi skulde forklare i den anden Deel.

Forskjellige Anvendelser. Smedkeren, Tømmermanden, Smedden og en Mængde andre Haandværkere bruge meget ofte firsidede symmetriske Prismes. Stolper og Bjelker i vore Huse, samt Sparrer og næsten alle de andre Dele af Tagværket ere Prismes af dette Slags. Tilforn betjente man sig af Prismes med quadratiske Grundflader; men efter at man bedre har lært at beregne Træstyrken, har man erkjendt Fordelen af at anvende Prismes, tyndere i den Retning, hvori de have mindst at bære, og tykkere i den Retning, hvori de have meest at bære.

Firsidede Piller ere retvinklede Parallelepipedes.

Krystalliserede Prismes. Naturen, som i sine Krystallisationer frembringer ligesaa forskjellige, som nøiagtige geometriske Former, viser os ofte tressidede, firsidede, seksidede, ottesidede, etc. Prismes. Undersøgelsen af disse krystalliserede Figurer er een af de skønneste Anvendelser af Geometrien. Den har udbredt Lys over Beskaffenheden af selve Stofferne, hvoraf disse Krystal-

ler ere sammensatte. Endeligen har man, ved behændigheden at spalte Krystallerne efter deres bladagtige Gjenneangange, bestemt deres oprindelige Former, og ved Geometrien gjort Regnskab for alle deres Forskjelligheder; man har viist Naturens Uforanderlighed i sine Dannelser, lige indtil i de tilhyneladende største Uregelmæssigheder.

Vi ville nu angive Midlerne, til at udsjære et Prisme af et Legeme af en hvilken som helst Skikkelse.

Læt til Legemet, man vil give den prismatiske Form, udstrammes en Snor, parallel med den Retning, Kanterne skulle have, og som vi til større Lettelse ville antage horizontal. Derpaa lægges det ene Been af en Vinkelhage, holdt horisontalt, mod Snoren. Fremdeles mærker man med Spidsen af et Lod, idet man lader Lodslinten vandre langs med Vinkelhagens andet Been, en Række af Puncter, der alle falde i Grundfladen af Prismet, man vil danne. Er dette gjort, da overskærer man Legemet efter det verticale Plan, som gaaer igjennem de saaledes anmærkede Puncter. Paa dette Plan afsætter man Mangelanten, som skal være Grundfladen. Fra enhver af denne Mangelants Vinkelspidser gjør man i Legemet Fordybninger, hvis Bund overalt følger Retningen, der er lodret paa Grundfladen; disse blive da Prismets Kanter. Fra enhver Kant til den

nærmeste afretter man nu Legemet, formedelst de i sjette Forelæsning angivne Midler. For at prøve Arbejdet, maa man forvisse sig om, at Kanterne ere fuldkommen lodrette paa Grundfladens Plan, og følgelig ogsaa paa de af Grundfladens Sidelinier, som enhver Kant støder til. Til end større Sikkerhed maa man undersøge, om alle Kanterne overalt have samme Afstand fra hinanden, og om to og to nøiagtigen ligge i samme Plan, hvilket man kan erfare ved det blotte Syn, ved at lægge Mærke til, om en Kant fuldkommen dækker for Siet alle Puncterne i dens Nabofant, paa begge Sider. Nu staaer kun tilbage at danne den anden Grundflade. Man afsætter dens Sider paa Legemet, ved efterhaanden at lægge det ene Been af en Vinkelhage til alle Kanterne, og slaae lige Linier efter det andet Been. Den sidste Linie maa nøiagtigt falde sammen med det Punct, man gik ud fra. Denne Maade anvende Huustømmermænd*) og Skibsbyggere.

Har man tilbannet een af Prismets Sider og vil bearbejde de tilstødende, da anvender man Vinkelhagen

*) Huustømmermændene i Frankrig maae være langt nøiagtigere i deres Arbejder, end i Danmark og paa flere Steder. Denne Nøiagtighed er i de fleste Tilfælde heller ikke nødvendig; i mange vilde den blive altfor tidsspildende og bekostelig.

eller Smigen til at affætte Vinklerne, som Sidefladerne skulle danne med hinanden indbyrdes, og med Grundfladen. Paa flere Steder i den Side, som skal paabegyndes, gjør man saa dybe Indsnit paa tværs, at Vinkelhagens ene Been kan ligge at deri, medens det andet slutter til den allerede færdige Side, tillige maae begge Been holdes vinkelret til Kanten, der adskiller den fuldfærdige Sideflade fra den, man er ifærd med. Ligge saaledes Bundene af disse Indsnit alle i eet og samme Plan, har man kun nødtigt at borttage Træet, der staaer frem imellem dem og flette efter, for at have en ny Sideflade færdig.

I Geometrien aftegner man hule og fremstaaende (fordybende og ophøjede) Figurer, som wiagtigen kunne passe i hinanden, med Linier, der ved deres Udstrækninger og Beliggenheder ikke tilkjendegive nogen Forskjel. Men i Udvøvelsen af Kunsterne er Forskjellen mellem Forarbeidelsen af de samme Figurer i fordybet og ophøjet Arbeid ganske betydelig.

Prismers Forfærdigelse frembyder et Exempel herpaa. Vi have nyligen forklaret, hvoredes man kan danne et ophøjet Prisme ved Hjælp af Passer, Lineal, Vinkel og skjærende Værktøier. Antag, at vi nu skulde udføre et hult Prisme, s. Gr. et retvinklet Parallelepipedon, hvilken Form almindeligen gives de Kasser, vi bruge i vore Værksteder og til Transporter.

Man begynder med at anskaffe sig Bræder af en passende Tykkelse, vel afrettede og fletthøvlede i den fornødne Længde og Brede. To af disse Bræder skjæres efter Kassens Længde og Brede, to efter dens Længde og Høide, og to efter dens Høide og Brede. Man sætter dem ved Siden af hverandre og sammensfører dem, enten med Søm eller Liim. Ofte sætter man Hængsler paa Kassen; undertiden ogsaa Overfald med Krampe, for at lukke den med Hængelaas eller Rjæde. Ere Bræderne nœiagtigen forarbejdede, vil Samlingen nødvendigen danne et Parallelepipedon. Kun maa bemærkes, at Bræderne, efter deres Tykkelse, enten bør samles under en Vinkel af 45° , som i Fig. 3, Aa, Bb; eller Laag og Bund lægges over Sidestykkerne, som i Fig. 4.

Er Kassen saa stor, at eet Brædts Brede ikke er tilstrækkelig til een Side, samler man flere Bræder. I grovt Arbeid skeer dette ved Nævler, hvorpaa alle til en Side hørende Bræder navles med Søm. Saaledes forfærdiges de almindelige Pakkasser.

Til finere Arbeid anbringer man paa Kantsiden af det ene Brædt BDQP, Fig. 5, en Kam, og paa Kantsiden af det andet BDMN, en Noth, hvori Kammen netop passer og inddrives.

Kammen er ikke andet end et retvinklet, fremstaaende Prisme, og Nothen et retvinklet, fordybet Prisme. Man har Høyle til at frembringe begge Dele.

Tap og Taphul, Fig. 6, ere ligeledes to retvinklede Prismer: det ene fremstaaende, det andet huult, der ligesom Kam og Noth ere forarbejdede til at passe nøiagtigen i hinanden. De anvendes, naar man vil samle to Prismer i Vinkel. Tappen lader sig skjære med Sagen; men Taphullet maa gjøres med Meiselen, og fordrer længere Tid. Dette er endnu ett Devijs for, at det er vanskeligere at forfærdige et forrøbet, end et ophøiet Prisme.

Snedker: og Tømmerhaandværket frembyde, foruden de nyligen anførte Former, mange andre findrige og simple Anvendelser af Figurer, begrændsede af Planer: nogle hule, andre fremstaaende, og passende i hinanden med Nøiagtighed.

Ofte skulde Tømmermændene bygge, eller snarere danne Prismer ved Hjælp af Træstykker, der blive Udsiderne deraf, saasom ved Tagbygning. Fig. 7 forestiller saaledes Tømmerværket i et Tag, der har Skikkelse af et tresidet Prisme, anbragt ovenpaa et firsidet Prisme, eller et retvinklet Træhuus. For at bygge et saadant Huus maa Tømmermanden opøse mange geometriske Opgaver, som falder ham let efter de i disse Forelæsninger fremsatte Grundsætninger. Han maa kunne affætte og tilदानe ethvert Stykke Bygningstømmer efter sin Længde og rigtige Skikkelse, med skarp fremspringende Vinkler og nøiagtigt passende til de Stykker Tømmer, han giver en dertil svarende Form, etc.

Det er altsaa af største Vigtighed for Høustømmermanden at kjende alle de geometriske Læresætninger, vi have fremsat, for at kunne gjøre en skøn som Anvendelse deraf, og ikke standses af usorudsete Tilfælde, der ikke tilstøde Uvidenheden anden Udvei, end at arbejde paa Slump, blindt hen, og næsten altid flet.

Geometrien er endnu vigtigere for Skibstømmermanden; thi denne skal frembringe de kunstigste og meest forviklede Former, hvis Værd beroer paa Udførelsens Nøiagtighed.

Tilsyneladende simplere end Prismet, fordi den har færre Sider, men i Virkeligheden mere indviklet, da dens Sider ikke ere parallelle, er — Pyramiden.

Pyramiden, Fig. 9. 10, 11, 12, 20, er begrændset af plane Triangler, som alle forene sig i eet Punct, der kaldes Pyramidens Top, og hvis Grundlinier danne en plan Mangekant, hvilken kaldes Pyramidens Grundflade.

Den symmetriske Pyramide har en symmetrisk Mangekant til Grundflade, og sin Top liggende i Symmetriplanet.

Den regelrette Pyramide har en regelret Mangekant til Grundflade, og tillige maa Linien, som kan drages fra Pyramidens Top til Grundfladens Midtpunct, hvilken Linie kaldes Pyramidens Axe, være perpendicular paa Grundfladen. Er denne vandret, vil

Pyramidens Top ligge lodret over Grundsladens Midtpunct. Loddet, saaledes ophængt, vil altsaa angive Aksen.

Den tresidede Pyramide $OABC$, Fig. 12, har en Triangel ABC til Grundflade; den fir-sidede Pyramide $ABCDE$, Fig. 11, har en Firkant $BCDE$ til Grundflade, etc.

Tagene paa tre- og firkantede Taarne ere Pyramider, hvis Grundflader have Skikkelse efter Taarnenes Omfærdse, Fig. 9 og 10.

Obelisker ere regelrette Pyramider, anvendte til offentlige Mindesmærker; i Almindelighed ere de fir-sidede Pyramider. Lader os see, hvorledes man i Steenbruddet kan hugge en lignende Obelisk, saaledes liggende, at dens Ase er horizontal og dens Grundflade vertical.

Man udhugger i Stenen eller Klippen et lodret Plan, paa hvilket Kvadratet $BCDE$, Fig. 11, som skal være Obeliskens Grundflade, afsættes. Derpaa begynder man at tilhugge den øverste Sideflade ACD , og de to tilstødende ACB , ADE , hvorved nogle maa iagttages, at Vinklerne, som Sidefladerne ACD , ACB , ADE danne med Grundfladen, blive fuldkommen af samme Størrelse, som paa Tegningen af Obelikken. Man prøver dette, ved at undersøge om Punctet A ligger i Linien AO , der er perpendicular paa Grundfladen og gaaer igjennem dens Midtpunct O . Til den Ende fører man Linien OM i Grundsladens Plan, gjør AN parallel og ligestor med OM , og seer nu

efter, om Linien NM , som er ligeløbende med AO , danner rette Vinkler baade med AN og med OM . Findes dette ei alene at være Tilfældet i denne Retning af OM , men ogsaa, naar man fører OM til en anden Side i Grundfladen, da er saaledes Aksen AO perpendicular paa to Linier, dragne fra Punctet O i Grundfladens Plan; følgerigen maa denne Axe være perpendicular paa selve Planet. Ere Undersøgelserne tilendebragte og de fundne Feil rettede, staaer kun tilbage, at hugge den underste Sideflade ABE , hvis Plan bestemmes ved Kanterne AB og AE .

Vi ville nu vise, hvorledes man kan udhugge enhver trefludet Pyramide af en Steen: eller Træblok, forudsat at man kender Figuren af Grundfladen, og Størrelsen af de Vinkler, Grundfladen danner med de tre andre Sideflader.

Man affætter og tildanner Grundfladen efter de i 6te Forelæsning givne Forskrifter. Derpaa affætter man, ved Hjælp af Smigen, Sidefladerne ABO , BCO , ACO , Fig. 12, under de givne Vinkler med Grundfladen, hvorved iagttages, at begge Smigens Been holdes vinkelret til Grundfladens Sidelinier.

Ofte er alene Beliggenheden af Pyramidens Top givet ved Punctet m , Fig. 12, hvori Perpendicularen Om støder til Grundfladen, og ved Høiden Om . Efter at have tildannet Grundfladen, stilles denne vandret; derpaa affættes, med Lodlinien, to Hvider NP , QR ,

ligestore med Om og saaledes, at Puncterne Q, N ligge i Forlængningen af Grundfladens vandrette Plan; endeligen gøres $OR = mQ$, $OP = mN$, saa vil Punctet O, hvori disse to Horizontaler OR, OP mødes, være Pyramidens Top. Er nu denne furen og mærket, da fures Blokken efter Linierne OA, OB, OC, og tilsidst borttages og jævnes Massen mellem disse Linier.

I enkelte Tilfælde vilde det være meget lettere, først ved en geometrisk Tegning at bestemme Vinklerne, som de tre Sidesflader skulle gjøre med Grundfladen, og derpaa danne disse Sidesflader efter de fundne Vinkler, uden at bryde sig om Beliggenheden af Pyramidens Top.

Drager man f. Ex., Fig. 13, fra Fodpunctet m af Perpendicularen Om, der er nedfælet fra Pyramidens Top paa Grundfladen, Linierne mn, mp, mq, vinkelret til AB, BC, CA, og derpaa tegner Trianglerne Omn, Omp, Omq, hver for sig, da ville Vinklerne Onm, Opm, Oqm være de samme, som Pyramidens tre Sidesflader danne med Grundfladen.

De Stykker, som ere nødvendige for at tegne en Triangel, angive tillige Vilkaarene, hvorunder to Triangler ere ligestore. Det Samme finder Sted ved Pyramiderne. To tresidede Pyramider ere ligestore: 1. naar alle tre Sidesflader af den ene ere stykkeviis ligestore med alle tre Sidesflader af den anden; 2. naar to Side-

flader og den af disse indsluttede plane Vinkel ere i begge stykkeviis ligestore; 3. naar een Sideslade og de tre plane Vinkler, som høre til denne, ere i begge stykkeviis ligestore; 4. naar alle sex Kanter i den ene ere stykkeviis ligestore med alle sex Kanter i den anden.

Pyramidernes Studium, Tegning og Beregning ere af særdeles Bigtighed i topographiske Arbejder, hvor Puncterne, hvis Beliggenhed skal bestemmes, ikke ligge i eet og samme Plan. Man henfører da Beliggenheden af ethver saadant Punct til tre andre Puncters, og antager den af disse dannede Triangel til Grundslade. Med Instrumenter som Astrolabiet, Repetitionsceirklen og Theodoliten maales Vinklen, som Sigtelinien, draget fra hver af Triangelens eller Grundsladens Vinkelspidser til den observerede Gjenstand, enten danner med en Sidelinie, eller med selve Planet af Grundsladen. Ved disse tre Sigteliniers Forening med Grundsladens tre Sider fremstaaer da en Pyramide, hvis Top er det iagttagne Punct. Disse sammensatte Arbejder gaae ind i de videnskabelige Foretagender af Mænd, som besørge Optagelsen af Søe og Landkaarter, eller astronomiske Opmaalinger.

Er et Legeme paa alle Sider begrændset af Planer, da ere disse Planer igjen indsluttede af rette Linier, hvilke danne plane Manglekanter; og vi vide, at alle disse Manglekanter kunne opløses i Triangler.

Vælg vi nu inden i Legemet ABC . . . , Fig. 21, et Punct O, kunne vi efter Behag ansee dette: 1. som Toppen af ligesaamange mangesidede Pyramider, som Legemet har Mangeskanter til Sideflader; 2. som Toppen af ligesaamange tresidede Pyramider, som man kan danne Triangler paa disse Sideflader. I begge Tilfælde vil alle disse Pyramider tilsammen nøagtigen udgjøre det hele Legeme.

Udmaalning af Legemer, begrændsede af plane Sideflader. Vi have brugt Kvadratet som Maal for Flader; vi vælge for Legemer Cuben eller Tårningen, hvis Sideflader alle ere Kvadrater.

At cubere et Legeme, vil sige, at undersøge hvor ofte det indeholder den Cubus, man har taget som Enhed. Vi ville begynde med at udmaale Indholdet af en stor Cubus ved Hjælp af en liden.

Lader os til Exempel antage, at Siden af den store Cubus C, Fig. 14, indeholder Siden af den lille Cubus c 10 Gange; da vil den store Cubus ved Snit, ligeløbende med een af dens Sideflader, kunne deles i 10 Lag, af samme Tykkelse som den lille Cubus; og Grundfladen af hvert Lag vil atter indeholde Grundfladen af den lille Cubus 10×10 eller 100 Gange. Den lille Cubus indeholdes altsaa i hvert Lag 10×10 , og i alle 10 Lag tilsammen $10 \times 10 \times 10$ Gange, hvilken sidste Multiplication man ogsaa udtrykker saaledes, 10^3 . Overeensstemmende hermed, og efterdi $2 \times 2 \times 2$

er 8, $3 \times 3 \times 3$ er 27, etc. indsees, at dersom Siden af den lille Cubus indeholdes i Siden af den store 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 Gange, saa vil den lille Cubus indeholdes i den store 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000 Gange.

Forkortet kalder man 8 Cubus af 2, 27 Cubus af 3, 64 Cubus af 4 etc., hvilket antyder, hvormange Gange den lille Cubus indeholdes i en større, naar dennes Side indeholder Siden af den lille Cubus 2, 3, 4 ... Gange.

Indholder af et firsidet Prisme er liig Productet af dets Grundflade og dets Høide. Vi ville antage det retvinklede firside Prisme, Fig. 15. Skjære vi dette ligeløbende med dets Grundflade i saa mange Lag, som dets Høide indeholder Siden af den som Maal antagne lille Cubus, saa vil ethvert saadant Lag indeholde saa mange smaae Cuber af Maalets Størrelse, som dets Grundflade er indeholdt i Lagets. Det hele Antal Gange, Maalet indeholdes i Prismet, bliver altsaa liig Tallet, som udtrykker Grundfladen, multipliceret med Tallet, som angiver Høiden, d. v. s. liig Productet af Grundfladen og Høiden.

To Prismer, som staae paa samme retvinklede Grundflade og have samme Høide, men hvoraf det ene er ret AG, Fig. 16, det andet skjævt Ag, ere ligestore. For at bevise dette, bemærkes at de to tresidede Prismer ABEFef og DCHGhg ere ligestore.

Thi de have samme Høider $AB = DC$; og tillige ere deres Grundflader AEE og DHH to ligestore Triangler, saasom $AE = DH$, og de to andre Sider i den ene Triangel ere parallelle med de tilsvarende i den anden. Lægger man nu til Parallelepipedet $ABCDEFGH$ det trefidede Prisme $DCHGh$, og atter affjærer deraf det ligesaa store $ABEFef$, saa fremstaaer det firsidede skjæve Prisme $ABCDefgh$. Dette sidste maa altsaa være ligestort med det rette Prisme, der staaer paa samme Grundflade og har samme Høide.

Lætteligen bevises, at Prismerne $ABCDEFGH$ og $ABCDefgh$, Fig. 16, maae have samme Indhold som ethvert andet, der har samme Høide, og hvis Grundflade er et Parallelogram af samme Fladeindhold som Rectanglen $ABCD$.

Indholdet af et ret trefidet Prisme er liig Productet af dets Grundflade og dets Høide. Thi ethvert firsidet Prisme $ABCDEFGH$, Fig. 17, kan deles i to ligestore trefidede Prismer, og denne Ligestorhed finder Sted, hvilken Hældning man end giver Parallelepipedets Kanter, uden at forandre dets Grundflade eller Høide. Men Fladeindholdet af de trefidede Prismers Grundflader ABC eller ADC er det Halve af Fladeindholdet af Parallelepipedets Grundflade $ABCD$. Altsaa er Indholdet af et trefidet Prisme liig Productet af dets Grundflade og dets Høide.

Indholdet af ethvert fleersidet Prisme $ABCDE$ abede, Fig. 18, er liig Productet af dets Grundflade og dets Høide.

Et saadant Prisme kan opløses i saamange tresidede Prismer, som dets Grundflade indeholder Triangler ABC , ACD Da disse alle have samme Høide som det hele Prisme, maa det hele Beløb af deres Indhold være liigt Summen af deres Grundflader ABC , ACD , ADE ..., multipliceret med Høiden.

Pyramidens Udmaalning. Vi ville begynde med den tresidede Pyramide.

Indholdet af en tresidet Pyramide er liig Trediedelen af Productet af dens Grundflade og dens Høide.

Lage vi hvilket som helst tresidet Prisme $ABCDEF$, Fig. 19, og skjære det efter et Plan ACE , som gaaer igjennem A , C og E , saa opstaaer to Pyramider, nemlig en tresidet $ABCE$, der har samme Grundflade og Høide som Prismet, og en firsidet, hvortil $ACFD$ er Grundfladen og E Toppen. Dele vi atter den firsidede Pyramide i to tresidede ved et Plan AEF , have vi den omvendte Pyramide $ADEF$, hvortil DEF er Grundfladen og A Toppen, og som har ligestor Grundflade og samme Høide, som det givne Prisme. Sammenligne vi fremdeles den tredie Pyramide $ACFE$ med $ADEF$, finde vi dem af ligestort Indhold; thi ansee vi Trianglen $ADF = ACF$ for deres Grundflader,

have de fælleds Top E. Saaledes ere de tre Pyramider, hvori Prismet er deelt, ligestore, eller dette ligestort med 3 ABCE, der har Grundflade og Høide tilfælleds med samme; følgerigen er Productet af enhver trespidet Pyramides Grundflade og Høide, hvilket er det tilsvarende Prismes Indhold, det Tredobbelte af Pyramidens Indhold.

Indholdet af enhver Pyramide, Fig. 20, er liig Trediedelen af Productet af dens Grundflade og dens Høide.

For at bevise dette, dele vi Grundfladen i Trianglerne ABC, ACD, ADE, hvoraf enhver bliver Grundfladen i en trespidet Pyramide, der har O til Top. Enhver af disse trespidede Pyramider har da til Maal Fladeindholdet af Trianglerne ABC, ACD ..., multipliceret med $\frac{1}{3}$ af den fælleds Høide; følgerigen vil hele Pyramidens Indhold være liig Productet af hele Grundfladen, multipliceret med en Trediedeel af denne Høide.

Udmaaling af et Legeme, der begrændses af et hvilketsomhelst Antal plane Sideflader, Fig. 21. Man tænker sig Legemet deelt i Pyramider, der have dens Sideflader til Grundflader og et i Legemet vilkaarligt valgt Punct O til Top. Fladeindholdet af hver Sideflade, multipliceret med en Trediedeel af dens Afstand fra Toppen, vil da være Indholdet af den tilsvarende Pyramide, og Summen af alle disse Producter være Indholdet af hele Legemet.

For med Lethed at bringe denne Maade i Udøvelse, maatte man kunne stille sig indeni Legemet, og umiddelbart maale Afstanden af hver Sideslade fra Punctet O; man vilde ellers forfalde i vidtløftige, sammenfattede geometriske Beregninger, der ikke passe til den Hurtighed og Simpelt, som er saa nødvendig i Industriens Foretagender. Heldigviis gives der en anden Maade, som baade er lettere og hurtigere.

Dog, førend vi fremsætte denne Maade, ville vi udregne Indholdet af det affkaarne trefidede Prisme $ABCDEF$, Fig. 22. Vi kunne opløse det i tre Pyramider. Den første Pyramide har ABC til Grundslade, BE til Høide, og altsaa i Indhold en Trediedeel af Grundsladen ABC , multipliceret med Høiden BE . Den anden Pyramide, som har ACF til Grundslade og sin Top i E , er ligestor med en Pyramide, der har samme Grundslade og sin Top i B , eller, hvilket er det Samme, der har ABC til Grundslade og sin Top i F . Den tredie Pyramide $ADFE$ er liig Pyramiden $ADFB$, som igjen er ligestor med $ABCD$. Altsaa er endeligen Indholdet af det affkaarne Prisme $ABCDEF$ ligestort med Summen af 3 Pyramider, der have ABC til fælleds Grundslade og deres særskilte Toppe i D , E , F , ved Enden af de tre Kanter.

Er alle tre Kanter lodrette paa Grundsladen, bliver Indholdet af de tre Pyramider, og sølgelig af det affkaarne Prisme $= \triangle ABC \times \frac{1}{3} (AD + BE + CF)$.

Man forlanger Indholdet af et affkaaret Prisme **MNODEF**, indsluttet mellem 2 Planer **MNO**, **DEF**, der ligge sjaevt mod Prismets Kanter. For at finde dette, antage vi **ABC** lodret til disse Kanter; da bliver Indh. af **ABCDEF** $= \triangle ABC \times \frac{1}{3} (AD + BE + CF)$
 — — **ABCMNO** $= \triangle ABC \times \frac{1}{3} (AM + BN + CO)$;

altsaa

Indh. af **MNODEF** $= \triangle ABC \times \frac{1}{3} (DM + EN + FO)$.

Efter disse Grundsætninger bestemmes nu lettelligen Indholdet af et Legeme, begrændset af hvilke som helst plane Sideslader. Man deler Legemet i hele og affkaarne tressidede Prismer, hvis Indhold strax kunne findes; Summen af alle disse Indhold bliver da Legemets fuldstændige Indhold.

Man kan med samme Lethed bevise, at ethvert firsidet heelt eller affkaaret Prisme **ABCDEFGH**, Fig. 24, hvis Kanter staae lodrette paa Grundsladen **ABCD**, har til Indhold Productet af denne Grundslade, multipliceret med en Sjerdedeel af Summen af de fire Kanter **AE**, **BF**, **CG**, **DH**.

For at bevise dette, dele man først det firsidede Prisme i to tressidede Prismer **ABCEFG**, **ADCEHG**, og dernæst i **ABDEFH**, **BCDFGH**.

Indholdet af de to første Prismer findes da
 $= \frac{1}{2} ABCD \times \frac{1}{3} (AE + BF + CG + AE + DH + CG),$
 og af de to sidste

$$= \frac{1}{2} ABCD \times \frac{1}{3} (AE + BF + DH + BF + CG + DH).$$

Tager man Summen af disse to Producter, be-
 kommer man det Dobbelte af det firside Prisms Ind-
 hold, nemlig

$$\frac{1}{2} ABCD \times \frac{1}{3} (3 AE + 3 BF + 3 CG + 3 DH);$$

altsaa bliver Indholdet af det firside Prisme

$$= \frac{1}{4} ABCD \times (AE + BF + CG + DH).$$

Anvendelse paa Udmaalingen af Skibsrums. Vi
 have seet i den anden Forelæsning, at man deler Skib-
 rummet i horizontale Afsnit ved horizontale Planer,
 lagde igjennem Vandlinierne og i ligestor Afstand fra hinan-
 den. Ligeledes deler man det efter Spanterne i verticale
 Afsnit ved verticale Planer, som ogsaa have samme Af-
 stand indbyrdes. Formedest alle disse Planer skjæres
 Skibsrums i retvinklede Prismer med ligestore Grund-
 flader, men affaarne mod hver af Skibets Sider. Man
 erholder hele Indholdet af alle disse affaarne Prismer,
 ved at multiplicere deres fælleds Grundflade med en
 Fjerdepart af hvert Prismes fire Kanter. Men enhver
 Kant hører til fire Prismer *); altsaa er Indholdet

*) Udtagen Kanterne, som ligge i Skibsrums Over-
 flade, hvilke kun høre til 2 Prismer, og af den Mar-
 sag kun hver maa tages $\frac{1}{2}$ eller $\frac{1}{4}$ Gang. Der ere

af Skibsrummet liig Overfladen af een af Rectanglerne, d. v. s. Productet af de vandrette Planers Afstand og de lodrette Planers Afstand, multipliceret med Summen af alle de horizontale Kanter, som ligge baade i de lodrette og vandrette Planer. Ved Hjælp af denne Nærmelsesmaade kan Indholdet udregnes af ethvert andet Legeme.

To symmetriske Legemer ere ligestore i Indhold. Thi dele vi disse Legemer i affkaarne trefladede Prismer, som have de ligeløbende Linier, der bestemme Symmetrien, til Kanter, saa vil til ethvert affkaarret Prisme MNODEF, Fig. 23, paa den ene Side af Symmetriplanet ABC, svare et affkaarret Prisme mnodef paa den anden Side, saaledes at $DM = dm$, $EN = en$, $FO = fo$, og begge disse affkaarne Prismer ville have ligestort Indhold. Summen af alle de affkaarne Prismer i det første Legeme er da ligestort med Summen af alle de tilsvarende affkaarne Prismer i det andet Legeme. Altsaa, naar to Legemer med plane Sideflader ere symmetriske, ere de altid ligestore. Da denne Egenskab er uafhængig af Sidefladernes Antal, maa den ogsaa have Sted, naar Sidefladerne ere saa uendeligen smaae, at man kan ansee Le-

endnu fire Kanter, som kun hver høre til eet Prisme, og af hvilke altsaa kun Hjerdeparten maa lægges til Summen af alle de Kanter, som høre til fire Prismer.

gemerne, som begrændsede af krumme Flader. Følgeligen deler ethvert Symmetriplan i et Legeme dette i to ligestore Dele.

Ligedannede Legemer. To Pyramider $ABCD$, $abcd$, Fig. 25, ere ligedannede, naar alle deres eensliggende Kanter AB og ab , BC og bc , CD og cd , AD og ad , etc. ere ligeløbende.

Det er indlysende, at de Triangler, som danne de eensliggende Sideflader, ere ligedannede, da deres Sidelinier ere parallelle; altsaa ere de tre plans Vinkler, som danne hvert Hjørne i begge Pyramiderne, indbyrdes ligestore. Endvidere, da de tre Kanter, som danne hver legemlig Vinkel, ere parallelle, saa vil, naar man flytter $abcd$ parallel med sig selv, saaledes, at Punctet a bringes paa A , ab falde paa AB , ac paa AC og ad paa AD , altsaa ogsaa Planerne abc og ABC , abd og ABD , acd og ACD falde sammen, og folgeligen de legemlige Vinkler A og a i begge Pyramider være ligestore. Paa samme Maade kan bevises, at de legemlige Vinkler B og b , C og c , D og d ere ligestore. Alle de Betingelser, hvorunder to Figurer ere ligedannede, ere saaledes opfyldte ved den ene Omstændighed, at de eensliggende Kanter i begge ere ligeløbende.

Ere Kanterne i to Pyramider proportionale, da ere ogsaa Pyramiderne ligedannede.

Thi ere de tre Sidelinier i enhver af deres eensliggende Sideflader proportionale, saa maae disse Sidefla-

der være ligedannede, de plane Vinkler være ligestore, og følgelig ogsaa de legemlige Vinkler, som tre og tre danne med hverandre. Alle Vilkaarene for Lighedannelsen ere saaledes opfyldte.

To Legemer, begrændsede af plane Sideslader, ere ligedannede, naar deres eensliggende Kanter ere proportionale, og deres eensliggende Vinkler, plane eller legemlige, ere indbyrdes ligestore. Thi man kan stedse dele disse Legemer i Pyramider, hvis Kanter ere proportionale, og følgelig de eensliggende Vinkler ligestore.

Indholdene af ligedannede Pyramider $ABCDE...$, $abcde....$, Fig. 26, forholde sig som Cuberne paa to eensliggende Kanter.

Thi Indholdet af hver Pyramide er liig Productet af dens Grundflade og en Trediedeel af dens Høide. Da endvidere Grundfladerne $BCDEF....$, bedef... ere ligedannede Figurer, forholde de sig som Quadraterne, tegnede paa eensliggende Sider, eller, Fig. 26:

$$BCDEF: bedef = BCMN: bcmn.$$

Danne vi nu Cuber paa $BCMN$ og $bcmn$, som Grundflader, ville disse Cubers Indhold være:

$$BC^3 = BC^2 \times BC, \text{ og } bc^3 = bc^2 \times bc.$$

$$\text{Men } BC: bc = \frac{1}{3} AH: \frac{1}{3} ah;$$

$$\text{altsaa } BC^3: bc^3 = BC^2 \times \frac{1}{3} AH: bc^2 \times \frac{1}{3} ah,$$

i hvilken Proportion de to sidste Leed forestille Pyramidernes Indhold, og de to første Leed Cubernes Indhold.

Indholdene af ligedannede Legemer, bestående af hvilketsomhelst Antal plane Sidesflader, forholde sig som Cuberne paa de eensliggende Linier.

Eti vi kunne dele Legemerne i et ligestort Antal ligedannede Pyramider, hvis eensliggende Sider forholde sig som 1: r. Men forholde de eensliggende Sider i to Pyramider sig som 1: r, da forholde de tilsvarende Pyramiders Indhold sig som 1^3 : r^3 , eller som 1: r^3 . Addere vi nu paa den ene Side alle de mindre Pyramider, og paa den anden alle de r^3 Gange større Pyramider, findes Forholdet mellem Indholdene at være som 1: r^3 .

Anm. Under denne Forelæsning maae Eleverne vises Prismen og Pyramider, som ere ligestore, ligedannede, symmetriske etc. Ligeledes maa man under de følgende Forelæsninger vise dem vel udarbejdede Cylindre, Kegler, Kugler etc. med deres Snit.

Ottende Forelæsning.

Cylindre.

Bevæger en ret Linie Aa, Fig. 3, sig langs med en krum Linie ABCD....., altid parallel med en given Retning, saa kaldes det Legeme, som derved fremstaaer, en Cylinder, og enhver af den rette Linies Stillinger Aa, Bb, Cc bliver en Kant af Cylindren.

Man seer heraf: 1. at der maae være ligesaa mange forskjellige Arter af Cylindre, som der gives krumme Linier ABCD....., hvori den rette Linie Aa kan bevæge sig; 2. at man paa den samme krumme Linie ABCD, Fig. 1 og Fig. 2, kan danne en uendelig Mængde forskellige Cylindre, efter de forskellige Hældninger man giver den rette Linie Aa, Bb,

Ligesom en fuldkommen ret Linie, for Geometeren, kan forlænges fra begge Ender i det Uendelige, saaledes maa ogsaa en Cylinder, for at være fuldkommen, kunne forlænges i det Uendelige fra begge Ender af sine Kanter.

Men i Industrien, eller for Kunstneren, have Cylindrerne altid en endelig Udstrækning.

Begrændses Cylinderens ene Ende af et Plan ABCD, kaldes dette Cylinderens Grundflade; begrændses begge Ender af ligeløbende Planer, siger man, at Cylinderen har to Grundflader. Den er ret, Fig. 1, eller skæv, Fig. 2, eftersom dens Kanter staae lodret eller skævt paa Grundfladerne.

Undertiden er det ene af Planerne, som begrænsede Cylinderen, ikke parallel med det andet, som i Fig. 8, hvor man ser Cylinderen begrænset af Planerne ABCD, MNPQ. Man antager da, at Planet MNPQ har overskåret Cylinderen med de parallelle Grundflader ABCD, abed, og kalder saavel Stykket ABCDMNPQ, som abed MNPQ en afskåren Cylinder.

Cylinderen, hvis Grundflade er en Cirkel, kaldes en cirkelrund Cylinder; men Kunstnerne kalde den ligefrem Cylinder, fordi det er den, som næsten udelukkende forekommer i de fleste Grene af Industrien.

Den rette Linie Oo, Fig. 4, der forener begge Grundfladernes Midtpuncter, kaldes Cylinderens Ase. Den gaaer igjennem Midtpuncterne af alle de Cirkler, som fremkomme, ved at overskjære Cylinderen parallel med Grundfladen.

Ifølge Parallelliniens Egenskaber, (hvilke vi have beviist i den anden Forelæsning), bliver Cylinderens Overflade nøjagtigt den samme, hvad enten man frembringer den: 1. ved Bevægelsen af en ret Linie, som efterhaanden indtager de parallelle Stillinger Aa, Bb, Cc, Dd.....

langs med $ABCD$, Fig. 3; eller 2. ved Bevægelsen af den krumme Linie $ABCD$, Fig. 4, som efterhaanden indtager de parallelle Stillingen $ABCD$, $A'B'C'D'$, $A''B''C''D''$ langs med en ret Linie, saaledes, at et hvilket som helst Punct A i den krumme Linie, efterhaanden indtager Veliggenhederne A' , A'' , A''' i een og samme Kant Aa .

Kunsterne benytte begge disse Midler til at frembringe en ret, cirkelrund Cylinder. Efftersom Overfladen skal gives en større Jævnhed i den ene eller anden Retning, foretrække de denne eller hiin Maade.

I. Cylinderens Forfærdigelse efter Kanterne. Kommer det fornemmeligen an paa, at give Cylinderen en uafbrudt Jævnhed i Retningen af dens Kanter, beskriver man en regelret Mångeskant af et temmeligt stort Antal Sider i , eller om en Cirkel $ABCDE$..., Fig. 3; derpaa udarbejder man med Næagtighed saas mange plane Smaaflater, eller Paralleelogrammer $ABba$, $BCcb$ etc., som der ere Sider i Grundfladen. Tilsidst borttager man de fremspringende Kanter Aa , Bb , Cc ,.... med en Høvl, Øre, Skarøre, Sang, eller hvert andet Redskab, som er skiftet til at danne Flader, og afrunder Cylinderen. Saaledes er man vis paa, at Overfladen opfylder Betingelsen: at have retlinede, ligeløbende Kanter; men man er ikke saa sikker paa, at dens Omrids overalt er cirkelrundt, efterdi Høvlen, Øren etc. vel kan give jævne

Sammenhæng efter Længden, men ikke efter Cirkelrundingen.

Anvendelse paa Forfærdigelsen af Skibsmaster. Disse Master, fornemmeligen de øverste eller Stængerne, maae have en meget jævn Overflade efter Længden, at Ræerne med deres Rakker uden Modstand kunne glide op og ned om samme. Desaaarsag arbeides Masterne paa den beskrevne Maade.

II. Cylinderens Forfærdigelse efter ligestore og parallelle krumme Linier. Udfordres især Jævnhed i Retningen, perpendiculair paa Kanterne, betjener man sig af Dreieværktøier. Med disse Værktøier beskriver man efterhaanden en saa stor Mængde Cirkler ABC , $A'B'C'$, $A''B''C''$, . . . Fig. 4, at de samlet danne en Cylinder. Man er da sikker paa, at Overfladen er arbejdet nøiagtig og jævn efter Rundningen; men i Almindelighed er man ikke sikker paa, at Retsfeden vil ligge overalt an efter Længden.

Anvendelse paa Forfærdigelsen af Landsekskaster, Viskerstænger etc. I de engelske Tøihuse anvender man følgende Maade, til at frembringe cylindriske Overflader. Man skyder et Prisme af Træ, som isorveien er vel afrettet i fir- eller ottekant, igjennem Tragten af en Ringhølv; efterhaanden som Træet da presses frem, afrundes det af Høvljernets. Paa denne Maade danner man en nøiagtig cirkelrund cylindrisk Overflade, dersom Prismet er fuldkomment lige; men

mere eller mindre indbøjet, om Træet nogensteds er flaaet over Traad.

Vil man frembringe en fuldkommen cylindrisk Overflade, maa man forsikre sig en uafbrudt Jævnhed i begge Retninger. Dette skeer, naar man fører Dreiesjernet ved en Fæder, parallel med Cylindersens Ase, saaledes at Skæren altid forbliver i samme Afstand fra Aksen. Man er da sikker paa, at alle Cirklerne ere indbyrdes ligestore, og at Kanterne ere rettlinede.

Anvendelse paa Traad og Stanggittere. Begge Maader at forfærdige Cylindre paa forenes til at frembringe gjennembrudte cylindriske Overflader, saasom af Bure, Gittere etc. Man anvender enten Metalttraade, Jernstænger, Træstokke, eller blotte Snore, spændte efter rette Linier, for at give Kanterne, om runde Grundflader, man enten kan lade blive eller tage bort. Vaand af samme Materier, der alle hawe samme Størrelse og Krumming, afgive de ligestore med Grundfladerne parallelle krumme Linier. Derpaa lodder eller binde man Kanterne og Vaandene sammen paa hvert Sted, hvor de krydse hinanden; og den cylindriske Overflade er færdig. Paa denne Maade kan man give Gittere, Bure, Kurve etc. en cylindrisk Form.

Man kan danne Cylindre af en vis Tykkelse, ved at lægge en stor Mængde mindre Cylindre sammen, og forene dem ved cirkelrunde Vaand af Jern, Træ, Læder etc. Paa denne Maade gjøres Faskiner til militairt

Brug, og saaledes danner man ogsaa Knipper af Pi-
ke til Prydelse eller Nytte.

Der gives Kunster, hvis fornemste Gjenstand er
Forsærdigelsen af cylindriske Overflader ved Sammen-
bøining af plane Overflader. (See 10de Forelæs-
ning om Overfladers Udfoldning). Saaledes bøier
Ueskemageren vel afrettede og overalt eens tynde
Spaaner om Forme af forskjellige Størrelser, og sammen-
søier dem.

Kobbersmedden, Platten og Blikkenslageren,
som bruge tynde Kobber, Jern og Blikplader, forar-
bejde meget ofte cylindriske Overflader; de ere de letteste
af alle de krumme Overflader, de have at frembringe.
Saadanne ere Kachelovnsrør, Vandrender etc. I Al-
mindelighed opgiver man Haandværkeren Rørets Dia-
meter og Længde. Af Diametren slutter han sig strax
til Omkredsen, som multipliceret med Længden giver
ham Fladeindholdet af de Kobber, Jern eller Blikplad-
er, han behøver. Dertil maa endnu tilføies: 1. saa-
meget i Bredden, som udfordres til at lægge Pladens
ene Side over den anden, for at danne Cylinderen;
2. saameget til Længden, som det ene Rør skal stikkes
ind i det andet.

Kjedlerne til Dampmaskiner høre iblandt de
største Arbejder, som af Kjedelslageren udføres i Form af
Cylinderen; men disse Kjedler have ikke cirkelrunde
Grundflader. (See Fig. 5). Til at samle de forskjellige

Jern: eller Kobberplader, hvoraf en stor Kjedel maa sammensættes, anvender han cylindriske Søm, eller Nitter, hvilke maae passe saa nøiagtigt i Pladerne, at ikke den mindste Damp finder Udgang mellem disse og hine. Dette opnaaer man ved en Række af fire til fem ligestore og lige fjernede Dørslag, samlede i et Stempel, der kan løstes og sænkes ved Hjælp af en særdeles virksom mekanisk Indretning. Pladen, i hvilken Hullerne till de cylindriske Nitnagler skulle stødes, lægges paa en Ramme. Denne forbliver ubevægelig medens Stemplet sænkes, for at drive Dørslagene igjennem Pladen. Naar Stemplet der efter hæves, bringes Pladen saa langt frem, at Dørslagene ved en ny Sænkning kunne støde 4—5 følgende Huller, i den bestemte Afstand fra de første.

Denne Maade, hvorpaa Pladerne forberedes til en nøiagtig Samling, betjener man sig ikke alene af ved Forfærdigelsen af Dampkedler, men ogsaa til at slaae Huller i de Plader, hvormed Skibe forhudees, eller hvoraf de i Søetaten nyligen indførte Vandkasser forfærdiges. Med Hensyn til disse Vandkasser af Jern, hvilke have Form af en Cubus, eller et retvinklet afskaaet Prisme, maa bemærkes, at Kanterne ere afrundede og dannede af Plader, der ere bøiede i en Fjerdedeel af en ret Cylinder.

Blytækkeren og Orgelbyggeren forfærdige deres Rør og Piber cylindriske. Enten bøie de Pladerne som

Kobbersmedden og Blikkenslageren, eller de trække dem ved Valser.

Cylindriske Rørs Forfærdigelse ved Valsning. Vi ville beskrive den Maade, som anvendes i Løihuset i Chatham, for at frembringe hule Bly-Cylindre af en given Tykkelse og Diameter.

ABCD, Fig. 6, være en massiv Cylinder af Jern, hvis Diameter er ligestor med den indvendige Diameter af den hule Cylinder, man vil frembringe. Udenom den massive Cylinder støber man en Bly-Cylinder, tykkere og kortere end den, som skal frembringes, og lader dem saaledes gaae imellem to Valser med behørig Halvcirkel-Jnddreininger, hvilke sammenskrues for hver Gang, Cylinderen er gaaen igjennem, indtil denne er bleven saa lang og tynd, som attraaes. De paa denne Maade forfærdigede Rør blive baade ind- og udvendigen jævne i alle Retninger, saafremt den massive Cylinder er fuldkommen nøjagtig.

Metaltraade af alle Tykkelser, saavel som runde Jern- og Kobberstænger ere Cylindre, man frembringer ved Valsning, eller Traadtrækning. De cirkelrunde Huller, hvorigjennem de trækkes, maae gradviis aftage i Størrelse, for efterhaanden at bringe Stangen eller Traaden til den forlangte Tykkelse.

Cylindres Forfærdigelse ved Formning og Støbning. Paa denne Maade forfærdiges Jernrønder

til at lede Vand og Gas igjennem; ligeledes Støvler til Vand, Luft, og Dampumper.

Cylindres Forfærdigelse ved Boring. Støbning over Kjerne er tilstrækkelig til saadanne Rør, som anvendes til Vandledning, eller ikke udfordre nogen særdeles nøagtig indvendig Dannelse; men udkræve Rørene mathematisk Nøagtighed, saasom Pumpestøvler, Sjelen i Kanoner, Haubitser og Morterrer, da maa man tage sin Tilflugt til Boring. (Seer 12te Forelæsning).

Cylindres Forfærdigelse ved Saugning. Endeligen kan man forfærdige Cylindre med Saugen: 1. ved at holde Legemet, man vil sauge, fast, og derpaa føre Saugen parallel med en given Retning, i et forud afflaget Omrids; 2. ved at lade Saugen gaae op og ned i sin egen Retning, uden at vandre frem eller tilbage, men derimod give Legemet, som skal sauges, en passende krumlinet Bevægelse. Dette er Tilfældet i Saugemøllerne.

Cylindres Forfærdigelse af Bygmestere. Naar Bygmesterne ville udføre cylindriske Overflader, saasom Hvalvingen af en Port, en Brobue etc., begynde de med af Lømmerværk at bygge en ophæiet cylindrisk Overflade, nøagtigt svarende til det indvendige Omrids af Hvalvingen. De opstille i visse Afstande ligestore regelrette Manglekanter ABCDE, Fig. 7, indskrevne i Buens Omrids, og af et saa stort Antal Sider, at denne

letteligen kunne udfyldes med Cirkel-Segmenter, uden at for meget Træ spildes. Disse Segmenter beklædes med lige Planker, saaledes som det sees fra Enden i Fig. 7. Oversiden af disse Planker danne da den cylindriske Overflade, hvorpaa Murerne skulle lægge Hvelvingstenene.

Udmaaling af Cyldrenes Overflade. Man kan forestille sig Cyldrenes frumme Overflade bestaaende af overmaade mange Kanter, og saaledes ansee Cylinderen for et Prisme, begrændset af en stor Mængde yderligen smalle Sideslader.

Omkredsen af Grundsladen er da en Mangekant, som for vort Del falder sammen med Omkredsen af Prismets Grundflade.

Er Cylinderen ret, bliver dens Overflade (dens to Grundflader undtagne) liig Productet af dens Omkreds og Cylinderens Høide.

Den rette Cylders hele Overflade (den frumme Overflade og begge Grundfladerne) er liig Grundsladens Omkreds, multipliceret med Cylinderens Høide, lagt til Grundsladens Radius.

I Prismet ABCD abcd, Fig. 8, kunne vi opstjære den frumme Overflade efter Kanten Aa, og efterhaanden afvinde enhver Sideslade AabB, BbcC, etc. for at nedlægge den i Planet AaaA. Vi danne derved en Plan-Figur bestaaende af Parallelerne Aa, Bb, Cc....., Fig. 9, og af Siderne AB, BC, CD,

ab, bc, cd, lodrette paa Parallelerne; hvoraf følger, at ABCDE, abcde ere to rette, parallelle Linier, og tilmed lodrette paa Kanterne Aa, Bb, etc. Denne saaledes frembragte Rectangel, Fig. 9, kaldes Udfoldningen af Prismets Overflade; og Overfladen af Prismet kan udfoldes, efterdi den har ladet sig nedlægge i et Plan, uden at Delene AabB, BbcC,....., ere blevne forlængede, eller forkortede. Vi ville i en særskilt Forelæsning afhandle de Overflader, som kunne udfoldes, blandt hvilke maa regnes Cylinderens, da denne kan betragtes som et Prisme med uendeligen mange Sider.

Derfor vi i den rette Cylinder, Fig. 8, gjøre to skjære og parallelle Snit MNPQ, mnpq, og ville udmaale den cylindriske Overflade mellem disse to Snit, da indsees letteligen, at Delene af Kanterne Mm, Nn, Pp, Qq....., som ere parallelle Linier imellem to parallelle Planer, alle maae være ligestore. Betragter man altsaa Cylinderen som et Prisme med et stort Antal smalle Sidesflader, saa vil Overfladen af Parallelogrammerne, som forestille disse Sidesflader, være:

$$MmnN = AB, \text{ multipliceret med } \dots\dots Mm;$$

$$NnpP = BC, \text{ multipliceret med } Nn = Mm;$$

$$PpqQ = CD, \text{ multipliceret med } Pp = Mm;$$

etc.

etc.

Altsaa endeligen Overfladen MNPQ mnpq = ABCD....., multipliceret med Mm; det vil sige, liig Om:

fredsen af Grundfladen $ABCD$, multipliceret med Længden af det Stykke, som af Kanterne indsluttes mellem begge de parallelle Planer.

Vilde man udmaale den krumme Overflade af den affkaarne Cylinder $ABCD$ $MNPQ$, Fig. 8, maatte man udfolde den cylindriske Overflade, ved at affætte enhver Kant AM , BN , CP efter sin Længde, og derpaa bestemme Indholdet af Fladen $ABCD$ $MNPQ$ paa Udfoldningen, Fig. 9.

Ansees Cylinderen som et fleersidet Prisme, og man antager $AB = BC = CD$, bliver Overfladen af den affkaarne Cylinder $ABCD$ $MNPQ$ $= AB (AM + BN + CP + DQ$, det vil sige, liig een af de smaae Sidefladers Brede, multipliceret med Summen af alle disse Sidefladers Kanter.

Cylindres Udmaaling. Betragte vi Cylinderen som et Prisme af uendeligen mange Sider, indsee vi, at dens Indhold bliver liigt dens Grundflades Indhold, multipliceret med dens Høide.

Da Grundfladen af den rette, cirkelrunde Cylinder er en Cirkelflade, saa er dens Fladeindhold liigt dens Omkreds, multipliceret med dens halve Radius.

Altsaa findes Indholdet af en saadan Cylinder, ved at multiplicere Grundfladens Omkreds med dens halve Radius, og derpaa med Cylindrens Høide.

Skjæve og rette Prismer ere ligestore, naar de have samme Grundflade og Høide. Denne Sætning gjælder ogsaa om Cylinder.

Letteligen findes Indholdet af en affkaarne ret cirkelrund Cylinder. Er ABC , Fig. 10, Cylinderens Grundflade, og Oo Aksen, saa er Indholdet af den affkaarne Cylinder $ABCef$ liig Grundfladens Indhold, multipliceret med Aksen Oo , det vil sige, liig Indholdet af Cylinderen ABC amcn, som har Oo til Høide.

Dette vil være bevist, naar vi kunne godtgjøre, at Indholdene af Stykkerne amne og cmnf ere lige store. Vi bemærke strax, at da o er Midtpunctet i Cirklen amcn, deler Diametren mon denne Cirkel i to ligestore Dele. Tænke vi os nu Stykket mnae ført 180° omkring mn, som om et Hængsel, saa vil ei alene Halvcirklen mna falde paa Halvcirklen mnc; men alle Kanterne æe etc. ville falde sammen med Kanterne fc etc.; og lenz deligen vil Planet mne falde sammen med Planet mnf. Da begge Stykker amne og cmnf saaledes imdsluttes af tre Flader, som dække hinanden, ere de følgelig lige store. Men den rette Cylinder ABC amcn.... er Stykket mnae større og Stykket mnec mindre, end den affkaarne Cylinder $ABCef$ Altsaa ere disse to Cylinder af ligestort Indhold; og Maalet af den ene er ogsaa Maalet for den anden.

Ligesom der gives Cirkeludsnit AOB , Fig. 11, saaledes gives der ogsaa Cylinderudsnit, som have Cirk-

feludsnittet til Grundflade, og paa den ene Side ABba begrændses af selve Cylinderens Overflade, og paa de andre to Sider af to Planer AaoO, BboO, hvilke gaae igjennem Cylinderens Axe Oo.

Et Cylinderaffnit har et Cirkelaffnit ABC, Fig. 12, til Grundflade, og er paa Siderne begrændset af: 1. den cylindriske Deel ACBacb; 2. et Plan ABba, der er parallel med Axen, og har Stikkelsen af et Parallelogram.

Anvendelse af Cylinderens Egenskaber paa Bestemmelsen af Skygger. Naar Solstraalerne komme til os, ere de paa saa lidet nær ligeløbende, at det falder vanskeligt, selv med de fuldkomneste Instrumenter, at opdage allermindste Forskjel i Retningen, endog mellem to Solstraaler, som falde i en temmelig betydelig Afstand fra hinanden, saasom ved de modsatte Ender af en stor Bygning.

Derfor antager man i Kunsterne, at Lysstraalerne, som udgaae fra Solen, ere aldeles parallelle.

Naar en Dør, et Vindue, eller en Hvelving i Form af Cirkelbuen ABCDE, Fig. 13, oplyses af Solstraalerne Aa, Bb, Cc, Dd, Ee....., danne disse Straaler, da de ere rette parallelle Linier, som stryge langs med Omkredsen af en Cirkel, en Cylinder eller et Prisme, hvis Grundflade er ABCDE. Denne Cylinder adskiller den Deel af Rummet, som Solen oplyser inden i Dør

ren, Vinduet eller Hvælvingen, fra den Deel, som ligger i Skyggen.

Betragtningen af Cyindre, deres Dannelse og Stilling er altsaa af særdeles Bigtighed for Bygningskunsten, Malerkunsten og overhovedet for alle tegnende Kunster, naar det kommer an paa at bestemme de oplyste og beskyggede Dele.

I de følgende Forelæsninger ville vi vise, hvorledes man geometrisk kan opløse de vigtigste Opgaver med Hensyn til Skyggen.

Anvendelse af Cylinderens Egenskaber paa geometrisk Tegning, eller paa den beskrivende Geometri. En af de nyttigste Anvendelser af Cylinderens Egenskaber er det Brug, man gjør af denne krumme Overflade, for paa Planer at fremstille Tegningen eller Projectionen af hvilket som helst krumme Linier.

Antag, at vi i Rummet haade en krum Linie $ABCDE$, Fig. 14, hvilken vi skulde fremstille paa Tegneplanet $MNPQ$ Vi nedfælde da fra hvert Punct i den krumme Linie en Perpendiculair paa det givne Plan. Derved opstaaer i dette en Række af Puncter a, b, c, d, e, der ere Perpendiculaires Fodpuncter, og forenede danne en krum Linie, hvilken bliver den geometriske Fremstilling, eller, som den kaldes, Projectionen af den krumme Linie $ABCDE$.

I Almindelighed henseer (projicerer) man hver frum Linie til to paa hinanden lodrette Planer $MNPQ$, $PQRS$, saaledes at Projections-Linierne Aa , Bb , Cc, der ere lodrette paa det første Plan, blive parallelle med det andet, og at Projections-Linierne Aa' , Bb' , Cc', som ere lodrette paa det andet Plan, blive parallelle med det første. Disse to Projectioner abede, $a'b'c'd'e'$ ere, som vi skulde see i Læren om Flader, der skjære hinanden, tilstræffelige til fuldkommen at bestemme den frumme Linie $ABDE$, de fremstille.

Vi vide, at man med et Plan kan danne Cyindre; omvendt kan man med Cyindre frembringe Planer.

Cylinderens Anvendelse i Agerdyrking. Med en Cylinder, som rulles hen over en nyligen sandet Dei, en Engbund, en nypløjet Ager, nedtrykker man de fremstaaende Dele, for at bringe dem i lige Høide med de dybere; man jævner Jordsmonnet, for af samme at danne et Plan.

Cylinderens Anvendelse til at rulle Dei. Bageren og Conditoren bruge en Træcylinder, de kalde en Deirulle, og hvilkken de rulle, idet de paa eengang trykke den ned og skyde den frem med Hænderne, hen over Deien, for at jævne denne og omdanne den til Skiver, der baade foroven og neden begrænses af plane Overflader.

Forbindelse af Cyindre. Vælser. Istædetfor at anvende een eneste Cylinder til at frembringe plane

Overflader, har man fundet det fordeelagtigere at forene to Cylindre, hvis Aarer ere ligeløbende. Lad AB, ah, Fig. 15, være Aarerne af Cylindrene, der ere saaledes befæstede, at de ikke kunne nærme sig til, eller fjerne sig fra hinanden, uden efter Bestemmelse. Ere begge Aarerne lagde fuldkommen parallele med hinanden, og Cylindrene forarbejdede med muligste Nøiagtighed, saa maae disses Overflader overalt være ligelangt fra hinanden. Lader man nu under disse Omstændigheder en Plade af Metal, eller enhver anden Materie, som kan give efter, gaae imellem de to Cylindre, maa Pladen naturligviis derved udstrækkes og bringes til den Tykkelse, som Cylindrenes Afstand angiver.

Er Pladen gaaen første Gang mellem Cylindrene, bringes disse lidet nærmere sammen, og man lader Pladen atter gaae igjennem, hvorved den vil udtyndes efter den nye Afstand mellem Cylindrene. Ved at fortsætte denne Fremgangsmaade kan man efterhaanden give Pladen saa liden Tykkelse, man ønsker. Saaledes er Virkningen af Balserne.

Anvendelse i Papirfabricationen. Ved Hjælp af to med Klæde overtrukne Cylindre, presses og forvandles Papirmassen til et sammenhængende Blad, man kan gjøre saa langt, man vil, og af den Arvsag kaldes Papir uden Ende.

Anvendelse i Bogtrykkerier. Istedetfor at Typerne ellers stilles paa Planer, saa anbringes de paa

Overfladen af Cylindre, af betydeligt Omfang. Disse Cylindre staae i Berørelse med andre Cylindre, der ere beklædte med Læder og overtrukne med Sværte, hvilken de i passende Mængde afgive til Typerne. Ved nu at lade Arket gaae imellem Typevalserne, modtager det Trykket. Denne Maade, som i saare kort Tid leverer et stort Antal Aftryk, er især nyttig til Trykningen af Aviser, som kun tillade nogle faa Timer imellem at de sættes og de skulle udgaae.

Man anvender ligeledes Cylindre til at trykke Linned, Bomulds- og uldent Tøi. Ogsaa stikker man i Kobbercylindre de Tegninger, man vil afstrykke.

Steentryk. Presserne i Steentrykkerierne udføre kun een Cylinder. Papiret, som skal modtage Trykket, lægges paa Stenen, efterat Tegningen er gjort og bestrøget med Sværte. Derpaa gaaer en Cylinder hen over det Hele, idet den udøver et lige Tryk paa enhver Deel, hvilket giver Aftrykket Ensformighed og Skønhed.

Trykning af Kobberstik. For at afstrykke stukne Kobberplader, føres Pladen, som er plan, og Papiret, som skal modtage Aftrykket, paa eengang mellem to Cylindre, hvorved de presses mod hinanden.

Anvendelse af Cylindre til at forarbejde Jern til Stænger. Efter den gamle, og paa det europæiske Fastland endnu næsten almindelig gjængse Maade at tilvirke Jern i Stænger, bringer man en stærk ophedet Masse Støbejern, kaldet Luppe, paa en Ambolt under

en meget tung Bandhammer, som udpresser den urene Materie, Slak kaldet, af Massen og bringer de rene Jerndeale i næriere Forening. Denne Hammer danner Jernet til Prismes eller Stænger af en mere eller mindre fuldkommen Skikkelse. I de senere Aar have Engellænderne anvendt Cylindre, for at forrette den store Hammers Arbeid med mere Regelmæssighed. Man forestille sig to Sæt Valser, saaledes indskaarne, at derved fremstaaer Aabninger eller Lysninger, hvis Profill er en Række af mindre og mindre Rhomber, som i Fig. 16, eller Rectangler, som i Fig. 17. Efterat Luppen tilstrækkeligt er slagen i firkant under Hammeren, lader man den gaae imellem Valserne, og efterhaanden igjennem Aabningerne 1, 2, 3, som formindske dens Tykkelse, og forvandle Luppen i firkantede, eller flade Stænger. Denne Fremgangsmaade har den store Fordeel, at udtrække Jernet's Fibrer meget regelmæssigen. Man har begyndt at indføre den i Frankrig, dog kun paa meget faa Steder.

Cylindres Anvendelse til Kartning. Man har særdeles heldigt anvendt Cylindre til at karte Bomuld og Uld, saavelsom til at hegle Hamp og Hør.

Overfladerne af to fuldkommen parallelle Cylindre, Fig. 18, ere regelmæssigen besatte med Kartetænder, saaledes at den enes Tænder letteligen gribe ind mellem den andens. Lader man Bomuld, Uld, Hamp eller Hør gaae mellem disse Cylindre, som enten bevæge sig i modsatte Retninger, eller i samme Retning, men med

forskjellige Hastigheder, da udtrækkes Traadene af disse Materialier parallele, og danne et fladt Baand, idet de komme ud af Cyliindrene.

Anvendelse af Cyliindre paa Spindning af Bomuld, Hamp etc. Man forbinder en ret, jævn, cirkelrund Cylinder AB med en riflet Cylinder CD, Fig. 19. Traadene uddrages først mellem et Par Cyliindre, og derpaa hastigere mellem et andet Par Cyliindre, parallel med det første. Derved nødes Traadene mellem begge Cylinderpar til at forlænge sig forholdsmaessigen til disses forskjellige Hastighed. Ved saaledes at udtrække Traadene blive de finere, hvilken er een af de store Fordele ved de nye Spindemaskiner.

Forarbejdelsen af riflede Cyliindre er eet af de vanskeligste Arbejder, og udfordrer en høi Grad af Nøiagtighed. Den mindste Feil i Rislernes Parallelisme, og den ringeste Ulighed i Cyliindrenes Diametre, ere nok til at frembringe Ujævnheder paa meget fine Traade, hvorved disse tabe hele den Fordeel i Styrke og Jævnhed, der ellers lader sig forene med deres Fiinhed.

At rifle Cyliindre. Man bruger dertil en Indretning, der er skiftet til at dele Cirklen i ligestore Dele, ifølge de Midler, hvorom vi have talet i tredie Forelæsning.

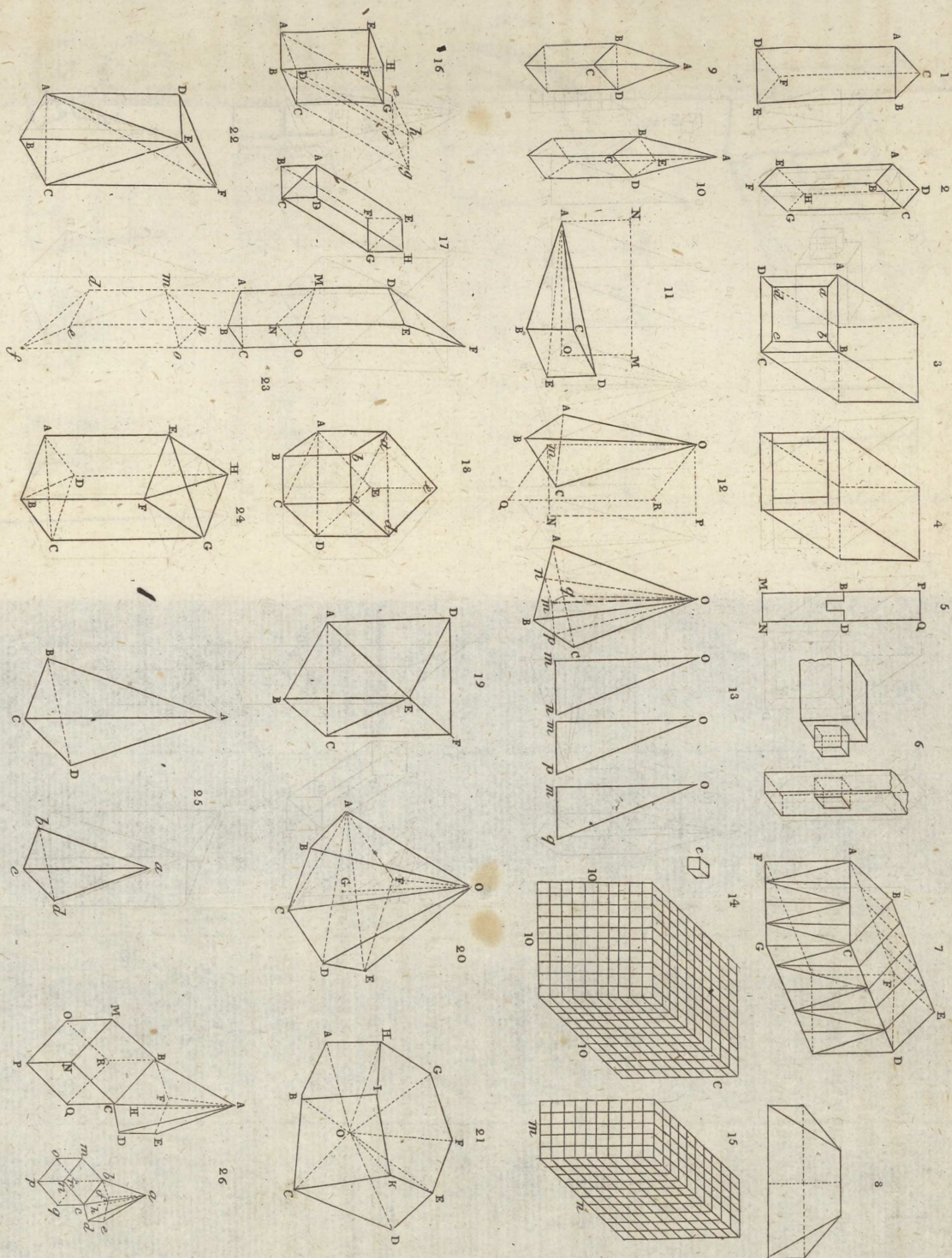
Efter at have bestemt Antallet af Rislerne, og indrettet sig paa den Cirkel af Delingskiven, som giver dette Antal, begynder man at udhule den første Riffel med et skarpt Værktøi, som følger en Leder, der er nøiagtigen parallel med Cylinderens Ase, og som derpaa gaaer tilbage. Er den første Riffel fuldendt, rykker man

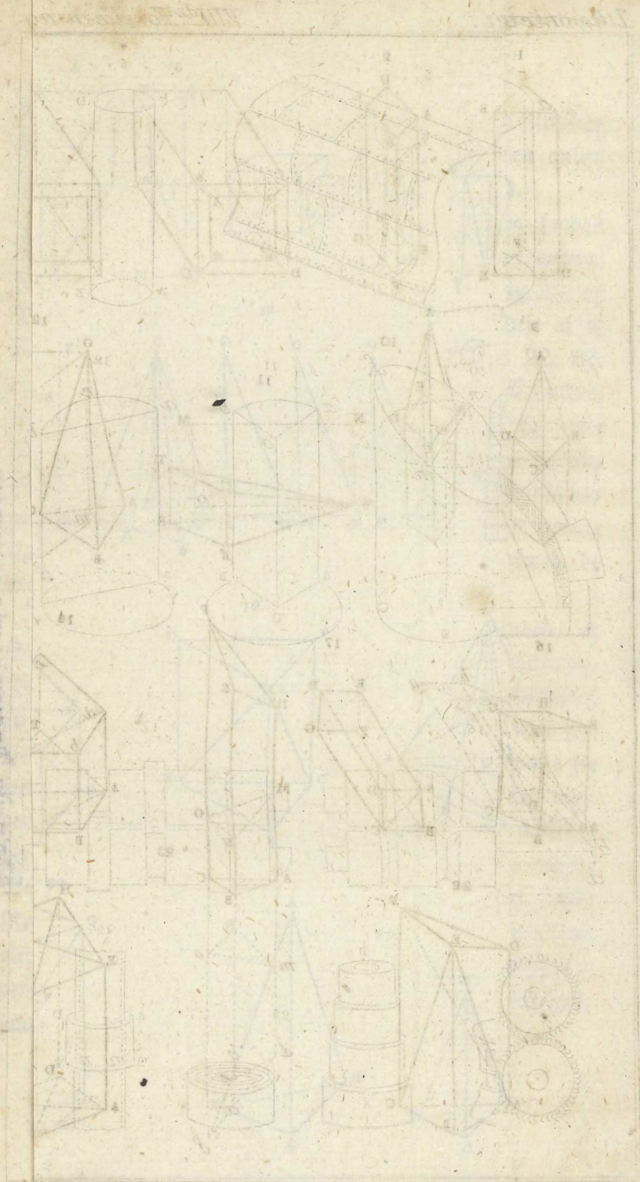
Biseren paa Delingscirklen en Punct frem. Cylindren ligger da i passende Stilling til at udarbeide den anden Riffel, med det samme Værktøi, og saa fremdeles.

Ofte forbinder man Cylindrene paa en saadan Maade, at den ene Cylinder gaaer inden i den anden; hvilket er Tilfælde med Stempler i Pumper, Fig. 20, og Proppen i Glasfen; ligesom ogsaa med de to Dele af et Naalehuus, Fig. 21, af en rund Daase, Fig. 22, etc.

Undertiden gjør man Brug af flere hule Cylindre, som gaae inden i hverandre. Skudskiftearten, der efter Behag kan trækkes ud og skydes ind, som i AB og ab, Fig. 23, er Exempel herpaa. Om disse Cylindre bevæge sig jævnt og slutte fuldkommen i hinanden, vil naturligvis ganske beroe paa den Nøiagtighed, hvormed de ere forarbejdede, saavel udvendig som indvendig.

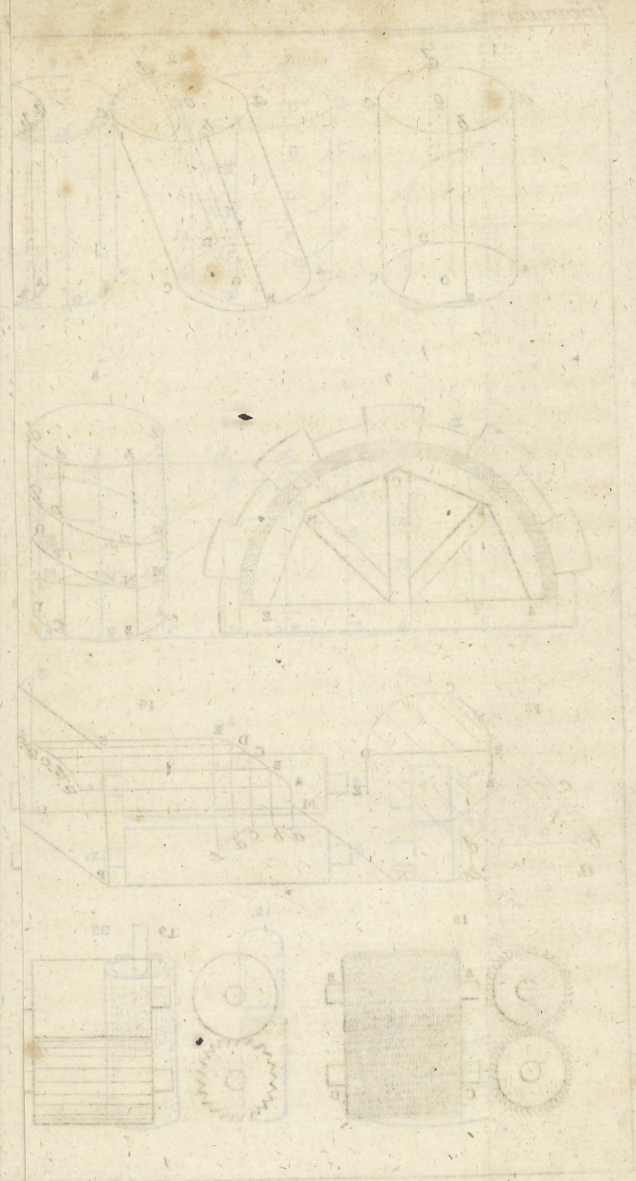
Det er ved at skyde Cylindre ind i hinanden, at Engelländerne sammensøie Rørene i deres Bandleddninger. Da Jernet udvides betydeligt af Varmen, og forfortes af Kulden, vilde Rørene springe, dersom de bleve forbundne saaledes, at deres Ender ikke kunde bevæge sig frit. For at forebygge denne Uleilighed, slutter man den ene Ende af hvert Rør med en Cylinder ABED, der er videre end Røret CF, Fig. 24. I denne videre Deel indskyder man den snævre Ende mn af det næste Rør. Indskydningen er saaledes, at det ene Rør kan glide lidet frem i det andet, uagtet Lodningen, som forener dem, og derved tillade de Forlængelser og Forkortninger, som Temperaturens Forskjelligheder forarsage.





LIBRARY

UNIVERSITY OF CHICAGO



Niende Forelæsning.

Coniske Overflader.

Man beskriver den krumme Overflade af en Kegel **SABCDE**, Fig. 1, ved en ret Linie, hvis ene Ende bestandig dreier sig om det samme Punct **S**, medens den anden gaar rundt i den krumme Linie **ABCDE**. De rette Linier **SA**, **SB**, **SC**... ere Kegle's Kanter eller Sidelinier, og Punctet **S** er Kegel's Top.

I det særdeles Tilfælde, at Toppen **S** og den krumme Linie befinde sig i et og samme Plan, falder Kegel's Overflade sammen med Planet. Saaledes vil, naar en Hest trækker ved en Maskine, den retlinede Arm, som gaar fra Maskinens Axe til det Punct, hvor Hesten er forspændt, beskrive en Kegel **SABCD**..., Fig. 3, saafremt Toppen **S** ligger udenfor den krumme Linies Plan. Men er Dragarmen horizontal, bliver Kegel til et Cirkelplan, fordi Toppen **S** falder i samme Plan som Cirklen **abcd**, hvilken Hesten gennemløber; Kanterne **SA**, **SB**, **SC**..., blive da Radier i Cirklen.

Geometeren anseer Kegel's Overflade, Fig. 1, saavel som de rette Linier, der ere dens Kanter, som forlæn-

gede i det Uendelige til begge Sider. Han betragter begge Regler, dannede af enhver Kants Dele, paa denne og hiin Side af Toppen, kun som een eneste Overflade, og kalder af den Aarsag Toppen Reglens Midtpunct.

Kunsten frembyder flere Exempler paa Anvendelsen af disse fuldstændige, eller dobbelte Regler. Timeglasset, Fig. 2, som bruges paa Skibene og andre Steder, for at udmaale Tiden, er sammensat af to saaledes stillede Regler. I en vis Tid, tagen som Eenhed, løber alt Sandet fra den øverste i den nederste Regle, og for hver Gang man vender Timeglasset, tæller man en ny Eenhed.

I Kunsterne have Reglerne altid en begrændset Udstrækning, og man tager der i Almindelighed kun Hensyn til den ene Deel SABCD, Fig. 1, af den dobbelte Regle.

Naar Reglen sluttet af en plan Flade, kalder man denne Reglens Grundflade. I denne Forelæsning antage vi enhver Regle begrændset af en plan Grundflade.

Den rette, cirkelrunde, eller reggelrette Regle, som er den simpleste af alle Regler, har en Cirkel ABCDEF, Fig. 3, til Grundflade, og Toppen eller Spidsen S ligger i Cirkelns Axe SO, der tillige er Reglens Axe.

Den fljæve, cirkelrunde Regle, Fig. 5, har en Cirkel til Grundflade, men dens Sidelinier ere ikke alle ligestore indbyrdes; og den rette Linie SO, draget fra Spidsen til Grundfladens Midtpunct, er ikke lodret paa Grundfladens Plan.

I den regelrette Kegel, Fig. 3, ere Kanterne SA, SB, SC, indbyrdes ligestore, da de ere Skraaliniér, som ere ligelangt fjernede fra SO, der er lodret paa Cirkelns Plan. Altsaa ere alle Kanterne i denne Kegel indbyrdes ligestore og danne tillige den samme Vinkel med Aksen.

Lader os antage, at vi paa en Kegel drage saa mange og saa fine Sideliniér, at de for vort Øie ikkun vise sig som en fuldkommen sammenhængende Overflade, bedækket med Linier, hvis Afstande ere saa ubetydelige, at de ikke ere kjendelige for Øynet. En saadan Overflade, sammensat af smaae plane Triangler, imellem de forskjellige Kanter, vilde saa at sige ikke være forskjellig fra Overfladen af en geometrisk Kegel. Tager vi den ene af disse Overflader istedetfor den anden, vil Feilen, om der er nogen, være saa ringe, at den vil undgaae vore Sandser, og være af slet ingen Betydning i Industrien.

Følgelig lader en Kegel sig altid ansee som en Pyramide med uendeligen mange smaae trekantede Sidesflader, hvis Brede er overmaade liden, og hvis Høide falder sammen med Kanternes Længde.

Alle de Kegler, vi i 7de Forelæsning have angivet i Henseende til at udmaale Overflader og Indhold af Pyramider, kunne altsaa ogsaa anvendes paa Kegler.

Da den rette cirkelrunde Kegel er en regelret Pyramide, saa er: 1. Fladeindholdet af alle de smaae Sides-

flader, eller af den krumme (coniske) Overflade liig Grundfladens Omkreds, multipliceret med det Halve af en Sidelinie; 2. Det hele Indhold af den krumme Overflade og af Grundfladen liig med Grundfladens Omkreds, multipliceret med halvdelen af en Sidelinie, lagt til Halvdelen af Grundfladens Radius.

Indholdet af en Kegle er liig dens Grundflade, multipliceret med en Trediedeel af Høiden.

Overfjærer man en Kegle med et Plan, parallel med dens Grundflade, faaer man en affortet Kegle, hvis Overflade og Indhold udmaales paa samme Maade som en affortet Pyramides.

Overfladen af en affortet regelret Kegle er liig den halve Sum af begge Grundfladernes Omkredse, multipliceret med Længden af Sidelinien, indsluttet mellem disse Flader.

Overfjærer man en Pyramide paraallel med dens Grundflade, Fig. 7, da bliver den lille Pyramide, som derved affjæres, ligedannet med den store. Da denne Egenskab har Sted hos en Pyramide, hvormange Sidesflader den end har, vil den, saavelsom alle deraf flydende følger, ligeledes gjælde for Keglen. Altsaa: 1. Overfjærer man en Kegle parallel med dens Grundflade, affjærer man en lille Kegle, ligedannet med den store; 2. Ere to Kegler ligedannede, da forholde deres krumme Overflader sig som Kvadraterne paa deres eens;

liggende Linier, f. Ex. til Quadraterne paa Sideliniernes;
 3. Forholde ogsaa deres Grundflader sig som Quadraterne paa deres eensliggende Linier; 4. Forholde Indholdene af ligedannede Kegler sig som Cuberne paa deres eensliggende Linier, Fig. 7.

Da vi frembringe en affortet Kegel $ABC\dots abc$, Fig. 7, ved at skjære en lille Kegel af en større, saa er det indlysende, at den affortede Kegles Indhold findes, naar man udregner Indholdet af den lille Kegel, og drager samme fra Indholdet af den store Kegel. Som bekjendt er ethvert af disse Indhold ligestort med Grundfladen, multipliceret med en Trediedeel af Høiden; dette Arbeid har altsaa ingen Vanskelighed.

Er en Kegel ikke ret, eller cirkelrund, da kunne vi ikke udmaale dens Overflade efter de hidtil givne Regler.

For at beregne Reglens Overflade, maa man da opløse denne i et til den attraaede Næagtighed tilstrækkeligt Antal Triangler, hvilke sættes ved Siden af hverandre paa et Plan. Paa denne Maade har man i $S'A'B'$, $S'B'C'$, $S'C'D'$..., Fig. 4 og 6, assat alle Trianglerne SAB , SBC , SCD ..., i Figurerne 3 og 5. Det er klart, at Reglens krumme Overflade maa være lige stor med den plane Overflade $S'A'B'C'$..., hvis Indhold nu kan udmaales efter de i 6te Forelæsning givne Regler.

Efter at have fremsat de væsentligste Regler for at udmaale Reglers Overflader og Indhold, ville vi omtale nogle af deres Anvendelser i Kunstene.

Bygmesterne anbringe lige, fegledannede Tage paa cirkelrunde Taarne, Fig. 8, hvis Arer ere Forlængninger af Taarnenes Arer. Artilleristen danner sine Kanoner af en sammenhængende Række affortede Regler, Fig. 9, hvis største Grundflade er ved Bunden. Sætemageren giver Gildtet, som han bestemmer til Hovedtøi baade for Mandfolk og Fruentimmer, Dannelsen, enten af en Regle, eller en affortet Regle, med en flad eller rund Rand (Skygge). Det er paa de forskjellige Dimensioner af disse Regler, affortede Regler og Skygger, at den uendelige Forskellighed i Hovedtøier, hvormed den egenstændige og frugtbare Mode forsyner os, beroer. (See Fig. 10, 11, 12). Orgelbyggeren slutter den nederste Deel af sine cylindriske Piber med en affortet Regle ABST, Fig. 13. Rørene, hvis Toner efterligne Trompetens, og hvis Samling benævnes Trompestemmen, ABST, Fig. 14, dannes alle med en affortet Regle.

Bygmesteren udvider undertiden sine Søiler, for Skønheds og Styrkes Skyld, fra Søjlen indtil en Tre-diedeel af Høiden, og forthynder dem igjen fra dette Punct lige op til Capitalet. Skal man opføre høiere Søiler, end at de kunne dannes af een eneste Blok, da deler man dem ved en Række, med Grundfladen

parallele Snit, og anseer de forskjellige Stykker af Søilen som affortede Kegler, Fig. 15, og tilhugger dem som saadanne.

Stibstømmermanden giver Masterne en lignende Dannelselse som Søilerne, idet han efterhaanden fortyn- der dem fra Foden til Toppen.

Keglen forarbeides paa flere Maader, overensstem- mende med dem, hvorpaa Cylindren forfærdiges.

Først maa man danne en regelret Mangelant ABCDE, Fig. 3 og 5, af et stort Antal Sider, og derpaa bearbejde enhver af de smaae plane Sideflader SAB, SBC, SCD...., ifølge de Midler, vi have for- forklaret i Forelæsningen om Planerne.

Skal man derimod istedetfor en fuldstændig Kegel kun danne en ret cirkelrund affortet Kegel ABCD... abcd, Fig. 16, da maa man først udarbejde begge de plane Flader ABCD..., abcd... fuldkommen parallelle. I disse Planer mærker man sig to Puncter O og o, som ligge i en paa Planerne perpendicular Linie, og drager fra disse to Puncter de parallelle rette Linier OA, oa, af samme Længde som Radierne i Cirklerne ABCDE, abode, hvilke dermed beskrives.

Er dette gjort, deles begge Cirkellinierne i samme Antal ligestore Dele; og i Delingspuncterne A,B,C,D,... a,b,c,d,... opreises Perpendicularer paa de til samme svarende Radier, for saaledes at omskrive hver af Cirk- lerne med en regelret Mangelant. Derpaa bearbejder

man de plane, trapezformige Sideslader I. II. 2. 1, II. III. 3. 2, III. IV. 4. 3, ..., der have Mangeskanternes Sider til Grundlinier; derved opstaaer en affortet Pyramide, som omgiver Keglen. Bortstoder man nu Kanterne I. 1, II. 2, III. 3, IV. 4, ..., saalænge indtil de nye Sideslader, som derved dannes, berøre begge Cirklerne, saa erholder man en affortet Pyramide, der har dobbelt saamange Sideslader som den første, og altsaa nærmer sig meer ttill Regleformen. Vedbliver man saaledes at borttage Kanterne, kommer man den sande Figur af Keglen stedse nærmere, og kan omsider opnaae den Grad af Næagtighed, som Industriien fordrer.

Den nyligen beskrevne Fremgangsmaade er, som man seer, kun en Nærmelsesmaade. Der udfordres andre Metoder til at forarbejde en fuldkommen jævn og glat Kegel.

Man kan frembringe Keglernes krumme Overflader paa et Dreielad, idet man fører Dreiejernet P, Fig. 17, langs med en fast retlinet Leder MN, der er parallel med Sidelinien AS. I enhver Stilling af Dreiejernet vil dette beskrive en Cirkel, hvis Axe er den rette Linie, som gaaer igjennem Kørnerspidserne paa Dreieladet; og Samlingen af de paa denne Maade beskrevne Cirkler vil danne den krumme Overflade af Keglen SABC, Fig. 17. Paa denne Maade forfærdiger man Toppen, SAC, Fig. 18.

Man kan frembringe en ret cirkelrund Regle, ved at lade en lige Linie SA dreie sig rundt om en Axe SO, Fig. 3, idet den bestandigen danner samme Vinkel med Axen. (See 11te Forelæsning).

Ifølge selve Definitionen, frembringer man hvilken somhøjest Regle med en bevægelig ret Linie, der altid er tvungen til at gaae igjennem et til Top antaget Punct.

Anvendelse paa Ansigt-Profiletægning. For at afdrage et Profil ABCD..., Fig. 19, med Nægtighed, betjener man sig af en retlinet Stok, som kan dreie sig om det faste Punct S, og ligger med den ene Ende an imod Profilet ABCD..., medens den anden Ende, hvori er indsat et spids Blyant, holdes mod et udspændt Papiir, hvis Plan er parallelt med Profilets. Den krumme, af Blyantet bestrevne Linie abcd... er ligedannet med Profilet ABCD....

For at bevise dette, drage vi OSo, Fig. 19, lodret paa begge de parallelle Planer af Profilet og Portraitet, saaledes at O og o ere Puncterne, hvori Perpendicularen møder begge Planerne. Lader os betragte den retlinede Stok, som tjener til at tegne Portraitet, i en hvilken somhøjest af dens Stillinger, f. Ex. ASa. Drage vi OA, oa, saa ville de to retvinklede Triangler ASO, aSo være ligedannede; fordi Topvinklerne ASO, aSo ere ligestore, og AO er parallel med ao.

Men ere Trianglerne ASO, aSo ligedannede, forholder
 $SO : So = SA : Sa = OA : oa.$

Paa samme Maade bevises, at

$$SO : So = SA : Sa = SB : Sb = SC : Sc = SD : Sd....$$

$$SO : So = OA : oa = OB : ob = OC : oc = OD : od....$$

Da nu Linierne OA og oa, OB og ob, OC og oc....
 hver to og to ere parallele, ere folgeligen Figurerne
 ABCDEF...., abcdef.... ligedannede, samt deres til-
 svarende Linier parallele og proportionale til Afstandene
 fra det faste Punct S til Profilets og Portraitets Plaz-
 ner. Profilet ABCD og dets Billed abcd ere saaledes
 ligedannede.

Naturen selv tegner coniske Overflader paa denne Maade,
 ved Hjaelp af de Straaler, som udgaae fra ethvert
 lyst Punct. Disse Straaler trænge gennem Pupillen
 ind i vort Øie og krydse sig i et Punct S, Fig. 22,
 for at komme til Netthinden PQ. Denne er den Grund,
 hvorpaa Naturen frembringer Omridsene af Gjenstandene
 og bevarer selv disses Farver. Dette Indtryk, frem-
 bragt paa Netthinden, forplanter sig igjennem Syns-
 nerven til Hjernen, Sædet for vore Forstandsevner.

De beundringsværdige Fremstillinger for Synet
 bewirktes saaledes i Menneffets og den største Deel af
 Dyrenes Øine, formedelst coniske Overflader, tegnede i
 Rummet og i vort Øie, af de Lysstraaler, som Legemer,
 der enten selv ere lysende, eller tilbagekaste Lyset, ud-
 sende i alle Retninger.

Alle de lysende Puncter, hvormed Himlen er over-
 saet i en klar Nat; alle de Gjenstande, som et stort
 Landskab frembyder paa en sjon Dag, male sig i vort
 Nie med deres Forhold og Skikkelser, deres Farver og
 Afvoerlinger, formedelsk Regler, hvis Stilling vi nyligen
 have angivet.

Camera obscura. Kunsten efterligner Naturen,
 idet den danner et Bærelse overensstemmende med det Ind-
 vendige af vort Nie, saa at Lyset kun kan trænge ind
 igjennem et Glas eller en Lindse, liig vor Nieste S,
 Fig. 22. Lyset afbilder paa Væggene af dette Kammer,
 ligesom paa Niets Nethinde, Gjenstandene, deres Far-
 ver, deres Skikkelser og deres Bevægelser. Opfanger
 man disse Lysstraaler paa et Papiir, kan man tegne de
 Omrids, som de beskrive, og gjengive deres Farver,
 Skygger og Lys.

Af de Straaler, som udgaar fra et eneste Punct S,
 Fig. 20, og møde et uigjennemsigtigt Legeme eller
 Glade abedef, hvorigjennem de ikke kunne trænge, ville
 de, som bestryge Omkredsen af denne Glade, forlænge
 adskille den Deel, som det uigjennemsigtige Legeme har
 berøvet Lyset, fra den af det lysende Punct oplyste
 Deel. Hiu mørke Deel kalder man Skyggen af det
 uigjennemsigtige Legeme. Naar saaledes en uigjennem-
 sigtig Glade, eller et Legeme stilles for et lysende Punct,
 da begrændses Gladens eller Legemets Skygge af en
 fegledannet Overflade, som har det lysende Punct til Top.

Silhouetter (Skyggebilleder). Man har benyttet sig af denne Egenskab ved Lysstraalerne, til paa et Plan at aftegne Portraiter, der ere ligedannede med givne Profiler. Man stiller Profilet abed..., Fig. 20, som man vil aftage, i et Plan, parallelt med det, hvorpaa man vil tegne Portraitet. Et Vop: eller andet Lys, holdt i en passende Afstand, bliver Toppen af en Regle, hvis Grundflade er Profilet, der skal aftages. Idet nu Reglen forlænger sig til Portraitets Plan, aftridses den paa dette en ny Grundflade ABCD ..., ligedannet med den første, og antydet ved det Omrids, som begrænses Profilets Skygge. Denne Grundflade bliver da Skyggebilledet af Profilet.

Vi have brugt de samme Bogstaver, som findes paa Fig. 19, til Fig. 20, fordi det Samme, som er bevist om hiin Figur, ogsaa passer paa denne, og leder til de samme Følger.

Chinesiske Skygger. Man har, til Morfskab for Børn, benyttet denne Egenskab ved fegledannede Overflader: at frembringe paa et givet Plan det næragtige Gjennemsnit af en Skikkelse, eller enhver Gruppe af Skikkelser. Et eneste Lys belyser enten Papfigurer eller virkelige Mennesker, og bringer Skyggen af Scenerne, de fremstille, paa et Gardin, der, uden at være gjennemsigtigt, dog lader saameget Lys gaae igjennem de belyste Dele, at de i Skyggen liggende Partier blive fuldkommen kjendelige for Tilskuerens Øie. Disse

Partier ere Grundfladerne af fegledannede Overflader, hvis Top er maaskee en Astral-Lampe, eller ethvert andet lysende Punct, anbragt bag Gardinet, og hvis Sideslinier alle gaae igjennem Profilet af de Personer, hvis Stilling og Skikkelse man vil gjengive.

Derfor den samme Gjenstand AB, Fig. 21, hvis Skygge MN er bragt paa Gardinet RR, fjerner sig fra det lysende Punct S og nærmer sig ab, vil den af ab kastede Skygge ikke blive større end mn, og følgerigen være formindsket. Ved uforandret Stilling af det lysende Punct er det altsaa tilstræffeligt, at bringe Gjenstanden nærmere mod Gardinet, for at formindske dens Skygges Udstrækning; medens denne forstørres meer og meer, naar man fjerner Gjenstanden fra Gardinet. Lader man derimod Gjenstandens Stilling uforandret, vil Skyggen forstørres eller formindskes, eftersom man bringer det lysende Punct nærmere til eller længere fra Gardinet.

Denne Afverling i Skyggernes Størrelse, medens de beholde samme Skikkelse, tilligemed Forskjelligheden af de Scener, som fremkomme ved Skyggernes Bevægelse, udgjøre det morende i dette Slags Skuespil. Formedelt de coniske Overfladers Egenskaber kunne vi bringe de forlangte Virkninger og de Forhold, som passe til saadanne optiske Forestillinger, i nøiagtige geometriske Tegninger. Vi ville nu handle om en langt vigtigere Anvendelse, end den til chinesiske Skygger.

Grundsætning for Perspectiven. Holbes Diet stadigt i Punctet S, Fig. 22, da ville alle Lysstraaerne, som fra den krumme Linie ABCD falde i Diet, danne en Regle SABCD. Overskærer man denne Regle med et Plan MN, Billedplanet eller Tavlen kaldet, da siges Figuren abcd, som derved fremkommer paa dette Plan, at være det perspectiviske Billed eller Projectionen af Figuren ABCD; og det vil, hvad Formen angaaer, gjøre samme Indtryk paa Diet, eller frembringe samme Billed paa Netinden som ABCD; efterdi Linierne Sa og SA, Sb og SB, Sc og SC, etc. falde sammen.

Perspectiven har da til Formaal: at give en saadan Afbildning af Gjenstandene, at den, seet fra Standpunctet S, frembringer samme Billed paa Netinden i vort Die, som de virkelige Gjenstande. Naar vi opfatte slige Billeder, falder det os ofte vanskeligt at skjelne, om de bibringes os af Gjenstandene selv, eller af en saadan Fremstilling af disse; og vi fryde os ved en Lighed, vi have Kunsten at takke for. Dette er Kilden til den aandige Fornøielse, Tilskueren føler, ved Synet af enhver vel udført Perspectivtegning.

Befinder Tilskuerens Die sig ikke i Synspunctet S, vil Reglen Sabcd faae en anden Stikkelse, og den vil ikke frembringe paa Diets Netinde et fuldkommen lige dannet Billed med det, Gjenstanden selv frembringer. Det er denne ubehagelige Virkning, som føles meer eller mindre, naar man bringer sit Die i en fra Synspunc-

ter forskjellig Stilling. Dette Punct kaldes saaledes, fordi det er det, hvorfra man bør see det perspectiviske Billed, for fuldkommen at kunne nyde dets sande Birkning.

Ved Perspectivet af krumme Linier og Mangelanter danne samtlige Synslinier, fra Øiet til Omridsene af de krumme Linier eller af Mangelanterne, i første Tilfælde Regler, i sidste Pyramider.

Betragte vi en regelret Mangelant, og et alene antage, at Billedplanet er ligeløbende med denne, men tillige at Synslinien, draget til Mangelantens Midtpunct, er perpendiculair paa dette Plan, saa vil den perspectiviske Figur blive ligedannet med Mangelanten, og det paa Nethinden malede Billed endnu være den samme regelrette Mangelant. Men forandrer man Synspunctet, da vil Mangelanten fortrække sig, og Billedet paa Nethinden ikke længer være regelret. Mangelanten vil synes forlænget i een Retning, og forkortet i den derpaa lodrette Retning.

Det Samme har Sted, naar Figuren, som skal afbildes, ikke ligger i et med Tavlen parallelt Plan; det perspectiviske Billed bliver da ogsaa i Stikkelse afvigende fra den virkelige Gjenstand. Disse Forskjelligheder frembyde uendeligen mange Forandringer. Der gives imidlertid særdeles vigtige almindelige Regler for at forfarte Arbejderne ved Perspectivtegningen, der er

uundværlig for saa mangfoldige Kunstnere, saasom Bygmestere, Landskabsmalere, Theatermalere etc.

Saafermt to rette Linier AB, CD, Fig. 23, ere parallele med Billedplanet MN, ville deres perspectiviske Afbildninger eller Projectioner ab, cd, ogsaa være to rette parallele Linier.

Thi drage vi Synslinierne SaA, SbB, ScC, SdD, ville Linierne AB, ab, saavelsom CD, cd, være parallele. Men nu ere AB og CD indbyrdes parallele; altsaa maae ogsaa Linierne ab, cd være parallele; og de kunne følgerigen aldrig løbe sammen.

Lader os nu antage, at Linierne AB, CD, EF, Fig. 24, vel ere indbyrdes parallele, men ikke med Tavlen MN.

Fra Synspunctet S til Tavlen MN drage vi Linien SO parallel med Linierne AB, CD, EF, hvilke vi ville bringe i Perspectiv. Derpaa drage vi Synslinierne SA, SB, som skjære Tavlen i a og b. Da begge disse Linier ligge i eet Plan, som gaaer igjennem S og AB, og derefter igjennem SO, som er parallel med AB, saa maae alle tre Puncter a, b, O baade findes i dette Plan og i Tavlen, nemlig ligge i begge Planers Overflæringslinie aO. Altsaa gaaer den forlængede Linie ab igjennem O. Det Samme kan bevises om cd, ef etc. Heraf følger:

At Linierne ab, cd, ef...., som ere Projectionerne af Parallelerne AB, CD, FE . . . ,

løbe altid, tilstrækkeligen forlængede, sammen i eet Punct O, naar AB, CD, EF... ikke ere parallelle med Tavlen.

Dette høist mærkværdige Punct O kaldes Foreningspunctet af Projectionerne af Parallelerne AB, CD, EF....

Naar man skal bringe Gjenstande, paa hvilke findes mange parallelle Linier i Perspectiv, er det meget fordeelagtigt at bestemme Foreningspunctet for Linierne i enhver Retning. Man har paa denne Maade eet Punct i Perspectivet af enhver af dem, og har altsaa kun nødtigt at bestemme nok et Punct til, for at have deres fuldstændige Tegning.

Anvendelse i Bygningsteknikken. Det er fornemmeligen, naar man skal bringe en Bygningstegning i Perspectiv, at man drager en saa betydelig Fordeel af Foreningspuncterne. Det største Antal Linier, Bygningen har at drage, ere Paralleler, enten i den lodrette Plan, som følger Retningen af Sidesladerne af Bygningen, der skal afbildes, eller i de lodrette Planer, som ere perpendiculaire paa disse Sideslader; altsaa ere nogle af disse Linier verticale, andre horizontale.

Tavlen, hvorpaa det perspectiviske Billed forestilles, er næsten altid vertical, Fig. 25. Alle de Linier, som i Bygningen selv ere lodrette, blive det altsaa ogsaa i Tegningen. Hvad de horizontale Linier angaaer, som ere parallelle med Opstaltens Plan, da have de alle deres

Foreningspunct *O*, hvilket maa bestemmes, saavelsom Foreningspunctet *o* af de horizontale Linier, som ere perpendiculaire paa Opstaltens Plan; derefter har man kun at bestemme et eneste Punct ved Horizontal og Vertical. Projectionsmaaden leverer hertil yderst lette Midler, hvilke vi skulde angive, naar vi komme til at afhandle Læren om Planers Overskjæring.

Naar man veed, at Linierne ere parallelle og at man seer dem i Perspectiv, bør man umiddelbart undersøge, om disse Linier forlængede ville gaae igjennem et eneste og vel stillet Punct, hvilket bliver deres Foreningspunct paa Tavlen.

Bringer man en Bygning i Perspectiv paa en vertical Tavle, Fig. 25, hvilket, som vi have sagt, er det almindeligste Tilfælde i Tegning og Maleri, saa komme Foreningspuncterne af alle mulige Samlinger af horizontale Paralleler, til at ligge i det horizontale Plan, som gaaer igjennem Synspunctet; thi dette er det eneste Plan, som kan lægges igjennem dette Punct, parallelt med de horizontale Linier. Saaledes falde, paa den ene Side, Foreningspunctet for Perspectivet af de med Opstalten parallelle Horizontaler, og, paa den anden Side, Foreningspunctet af de paa Opstalten perpendiculaire Horizontaler, i lige Høide med Synspunctet. Følgeligen ville de horizontale Linier, i begge Retninger, være bragte i Perspectiv efter en horizontal Linie *Oo*, der befinder sig i samme Høide som Synspunctet.

Man vil letteligen indsee, at Over- og Underkanterne af Binduerne, som ere i ret Linie paa Bygningen, ogsaa findes i en ret Linie paa Perspektivtegningen. Dette er netop Egenskaben ved alle Delene af en ret Linie, hvad enten de ere afbrudte eller ikke; thi man behøver kun at tænke sig Delene af den rette Linie forenede, for at danne en sammenhængende Linie, hvis Perspektiv er een eneste ret Linie, hvilken følgerigen indbefatter Fremstillingen af alle disse Dele af den rette Linie, man har villet bringe i Perspektiv.

Anvendelse i Malerkunsten. Anbringer Maleren menneskelige Figurer paa sit Maleri, da maa han vogte sig for, at sætte dem alle i samme Plan eller i samme Stilling. Undlader han dette, ville hans Figurer forekomme lige høje, eller formindskede paa en regelmæssig Maade, saaledes, at dersom de ere staaende og af samme Legemsstørrelse, ville ikke alene alle deres Fødder, men endog alle Knæer, Hænder, Albuer, Hoveder gjensidigen staae paa samme rette Linie; og alle disse rette Linier ville tilsidst løbe sammen i eet Punct, hvilket vilde være en uaalelig Eensformighed.

For at undgaae denne i Maleriet drøbende Regelmæssighed, ordner Kunstneren sine Figurer i forskjellige Afstande fra Tilskuerne; han tænker sig flere med Tavlen parallelle Planer. Paa det første Plan, som er Tilskuerne nærmest, males Gjenstandene i den forholds-

fige første Udstrækning; paa det andet Plan mindre, paa det tredie endnu mindre, og saa fremdeles.

Paa det første Plan, eller ganske nær ved dette, anbringer Kunstneren i Almindelighed sine Hovedfigurer, hvis Udstrækninger meest tiltrække Tilskuerens Opmærksomhed.

Det er indlysende, at Figurernes perspectiviske Afbildninger maae have en bestemt Udstrækning i Forhold til det Plan, hvorpaa de findes. Bestemmer Maleren ikke denne nøjagtigt, bliver hans Maleri falsk, og Gjenstandene vise sig ikke i de Afstande, han har villet antyde; har han endog givet deres Hoveder en rigtig Stilling, og deres Føddene en rigtig Retning, ville de Figurer, som skulde see paa hinanden, dog ei synes at gjøre det, etc.

Malerne kunne begaae, og begaae virkeligen endnu mangfoldige andre Feil i Perspectivet, især naar de fremstille Vegener, Arme, Veen, hvis Retninger ikke ere parallelle med Tavlen, og derved ofte forfórtes.

Disse Forkortninger ere for Kunstnerne den vanskeligste Deel af Tegningen; meget ofte lykkes det dem ikke at fremstille dem, uden ved at sætte Modeller i den Stilling, de ville gjengive; de stille sig da selv mod Modellerne i det Standpunct, hvor Tilskuerne bør staae, med Hensyn til den Scene, de ville aftegne.

Dette ringe Antal Grundsætninger, vi saaledes have udviklet, vil være tilstrækkeligt, for, i en Mængde Til-

fælde, at sætte os istand til at bedømme det Sande eller Falske i Gjenstandenes perspectiviske Aftegning. Det hænder ofte, at Bygmestere og Malere ikke forstaae Reglerne for Perspectivet rigtigt, og følgerigen anvende dem paa en fællagtig Maade. Men blive først Igeometriske Kundskaber almindelige iblandt os, da ville en Mængde grove Feil, som nu kun støde et ringe Antal Kjendere, støde Mængden, og Kunstnerne skulle ei længere kunne begaae dem ustraffet; de skulle blive nødt til grundigere at studere Geometriens Anvendelse paa Tegning. Da først ville deres Arbejder opnaae den Nøiagtighed, som er aldeles nødvendig for fuldkomne Arbejder, saavel i de skjønne Kunster, som i saadanne, der have Bestemthed i Former til Gjenstand.

Perspectivets Anvendelse paa Tegninger af Maskiner og Industrifrembringelser. I Fremstillinger af denne Art har Perspectivtegningen den Fordeel for den almindelige geometriske Tegning, at den gjør mange Partier synlige, som ellers vilde dække hinanden. Det er f. Ex. almindeligt, naar man projicerer ved parallelle Linier, at antage Tegningens Verticalplan, enten parallel med, eller perpendiculair paa Facaden af en Bygning. I første Tilfælde blive Siderne af Bygningen ikke synlige; i det andet seer man ikke Facaden. Den perspectiviske Tegning derimod viser, som man seer Fig. 25, paa eengang to Sider af Bygningen.

Den geometriske Tegning tjener til at bringe en Figur nøiagtigen i Perspectiv. Er Figuren given i Grundtegnning og i geometrisk Opstalt, saavel som Synspunctets og Tavlens Beliggenhed, erholder man Projectionen af ethvert Punct, ved at drage en ret Linie fra dette Punct til Synspunctet, og derpaa søge Punctet, hvori denne Linie skjærer Tavlen. (See 13de Forelæsning. Denne Maade bør anvendes paa nogle lette Exempler, saasom paa den perspectiviske Fremstilling af et Kvadrat, eller en Cubus).

For, efter blot Diesyn, at aftegne en Bygning, en Industrifrembringelse, en Maskine, har Perspectivtegningen den Fordeel, at den tillader at afbilde Gjenstandene saaledes, som Diet seer dem, uden i Tankerne at foretage nogen Forandring i Tingenes Udseende. Det er gavnligt, at Eleverne vænne sig til disse forskjellige Tegnemaader, hvortil Anviisning gives i særegne Værker.

Anvendelse paa Theaterdecorationer. For at forstørre Illusionen (Blændværket) og lette Forandringen af Scenen (Skuepladsen), anbringer Theatermaleren først et stort Dække eller Teppe i Baggrunden, hvorpaa han i Almindelighed maler Bygninger og Landskaber i Perspectiv. Derpaa opstiller han paa begge Sider, i to Linier, som fjernes sig fra hinanden, eftersom de nærmer sig Tilskuerne, en Række af smalle, opretstaaende Malerier, parallelle indbyrdes og med det bageste Dække, hvilke kaldes Coullisser. Paa disse afbilder han snart

Træer, snart eenligstaaende Søiler, snart sammenhængende Partier. Men denne Maade er usfuldkommen; thi de Linier, som paa Coulisserne forestille de afbrudte Stykker af een og samme ret Linie, og betragtede fra Synspunctet virkeligen kun danne een Linie, tabe denne Rietning, saasnart man betragter dem fra ethvert andet Punct. Imidlertid kan et vel udkastet og godt malet Perspectiv, uagtet denne Mangel, endnu besidde Lighed nok med Virkeligheden, for at forskaffe Tilskuerne paa forskjellige Puncter i Salen, en meget behagelig Illusion.

Coniske Projectioner anvendte i Geographien. For at fremstille de mærkværdigste Gjenstande paa Jordkloden og Himmelen, bruger man undertiden et System af coniske Projectioner, som svarer til Perspectivet^{*)}.

Endskjøndt Mechaniken ikke saa ofte gjør Brug af Forbindelsen af to, tre o. fl. Kegler, som af flere Cylindre, saa betjener den sig dog deraf med Fordeel ved forskjellige Leiligheder.

Den anvender glatte, regelrette Kegler, Fig. 26, for ved Rivning at forplante Omdreiningss Bevægelser fra en Axl til en anden, som ikke ere ligeløbende.

*) Den ene Jordpol bliver Toppen af en Kegel, hvis Grundflades Omrids er en krum Linie paa Overfladen af den modsatte Halvkugle. Overføringslinien af Keglen og Equators Plan er Polarprojectionen af den krumme Linie.

Den anvender i samme Viemod ogsaa regelrette, med Tænder forsynede Regler, Fig. 27.

Naar Bygmesteren vil opføre store Søiler, saa deler han dem i affortede Regler eller Blokke, som rifles, saa fremt Søilerne skulde være riflede. Kunsten at rifle Søiler udfordrer den yderste Nøagtighed i Arbeidet. Kan Noget lede til en rigtig Dom over den sjeldne Due- lighed, de til Bygningerne i Athenen brugte Arbeidere have besiddet, i de Aarhundreder, som hødte dette Kun- sternes Tæde, da er det umægteligen den Fuldkommen- hed, hvormed de have udarbejdet Risperne i Overfladerne af disse affortede Reglestykker, selv til de største Søiler, og den fuldkomne Sammenpasning af disse forskjellige affortede Regler, saa at de nøagtigen danne uafbrudte sammenhængende Risper, ligesom Søilefoden til Capitalet.

Nøagtigheden af Risperne eller Tænderne i de coniske Stjul er ikke alene en Gjenstand for Ziirlighed og Forsængelighed, som Søilernes Risper kunne være; men paa denne Nøagtighed beroer Letheden og Kraft- besparelsen i Bevægelsens Forplantning, hvorom vi ville overttydes, naar vi komme til at forklare Udvepinger ved Tænder. (See første Deel af Mechaniken, andet Bind af disse Forelæsninger).

Tiende Forelæsning.

Udfoldelige Overflader, fordreiede Overflader etc.

Overfladen af et Legeme siges at være udfoldelig, naar den kan oprulles, udstrækkes eller udfoldes i et Plan, uden at nogen af dens Dele derved forlænges eller forkortes, adskilles eller sammenlægges.

Vi have allerede behandlet Udfoldningen af Cylinder og Kegler. Vi have seet, at disses Overflader lade sig nedlægge i et Plan, og at man omvendt, altid kan sammenbæie en Deel af et Plan, uden Brud eller Fold, til en Cylinder eller Kegel, hvis Form og Udstrækninger ere givne.

Endeligen have vi seet, at man kan betragte Cylinderen som et Prisme med uendeligen mange smalle Sidesflader, der alle have Skikkelse af et Parallelogram, og Keglen som en Pyramide med uendeligen mange smalle Sidesflader, der alle have Skikkelse af en Triangel.

Man kan ligeledes betragte enhver udfoldelig Overflade, Fig. 1, som sammensat af plane Smaaflater, aAb , bBc , cCd, begrænsede af rette Linier Aa , Bb , Cc, hvilke kaldes Kanter.

Vil man udfolde denne Overflade, for at forvandle den i en plan Overflade, da maa man begynde med at dreie Gladen aAb om Kanten Ab , indtil den kommer i samme Plan, som den anden Glade bBe ; derpaa maa man dreie begge disse Glader om Kanten Be , indtil de komme i Plan med den tredie Glade cCd . Saaledes vedbliver man indtil den sidste Glade, da vil hele Overfladen derved fuldkommen være udfoldet.

Forfjellen mellem Reglens og den almindeligste udfoldelige Overflade er den, at ved Reglen have alle disse trekantede Smaaflader deres Top i samme Punct, istedetfor at i enhver anden udfoldelig Overflade ere Toppe pene $A, B, C, \dots$ af Smaafladerne aAb, bBe, cCd etc. forskjelligte.

Ligesom Geometrene ansee Reglen som dannet af to Udbredninger (nappes) (Fig. 1, 9de Forelæsning), saaledes betragte de ogsaa de udfoldelige Overflader, som om de havde to Udbredninger: den første saaledes, som vi have beskrevet den, og den anden dannet af Sidekanternes Forlængelser til $Aa', Bb', Cc', \dots$, paa den anden Side af den krumme Linie $ABCDE, \dots$, hvilken krum Linie kaldes Vendingsskanten. I Almindelighed behøver man i Kunstene kun at tage den ene Udbredning i Betragtning.

Anvendelser. Vil man bevare Gjenstande, hvor paa man sætter Priis, omgiver man dem med en mindre kostbar Materie. Almindeligen forfærdiger man Omslag af Lærred, Papiir, Pap, Skind, fortinnet Blik, Jern:

blik etc. Saadanne ere Fouteraler, Papdekkeler, Sæder, Telte, Omslag ved Indpakninger, Kræmmerhuse etc.

Det er begribeligt, at alle disse Omslag, hvorledes end deres Folder og Ombøininger, om de have nogle, ere beskafne, maae kunne udfoldes. Kun maa bemærkes, at naar de Materialier, man anvender, ere istand til at krybe ind eller række sig, hvilket især er Tilfældet, naar de ere vævede, da kunne de paa visse Steder afvige fra de strenge Former af den udfoldelige Overflade, saaledes som vi have bestemt den efter Geometrene.

Anvendelse i Tapetmagerkunsten. (Kunsten at betrække og ophænge Draperier). Iffun saameget ville vi sige om de i Tapetsering og Drapering dannede Overflader, hvormed vi udjire vore Bøvelser og det Indvendige af offentlige Bygninger, at dersom man indskrænkede sig alene til Former af saadanne Overflader, der strengt geometrisk lade sig udfolde, vilde man kun erholde retlinede Folder, stive Omrids uden Ynde og Afverling; omtrent som Omridsene af de etruskiske Draperier.

Grækerne synes at være det første Folk, hvis yndefulde og rige Indbildningskraft fuldkommen har opfattet de lykkelige Forbindelser, man kan erholde, ved at benytte Tøernes dobbelte Egenskab: at kunne foldes efter retlinede Kanter i Overflader, der igjen lade sig udfolde, og at kunne krumme sig med Censformighed, for ved Stregen og Falden, overensstemmende med den gode Smags Lov, at fjerne sig fra hine Former. I Bygningers Udji-

ring lade disse Love sig henseere til almindelige Grund-
sætninger.

Vi vende tilbage til de Overflader, som lade sig fuld-
kommen udfolde; og vi skulle see, hvor udstrakt deres
Brug er i Kunsterne, og hvilken Nytte Industrien kan
hente af den geometriske Opløsning af de Opgaver, som
høre herhen.

Skulle vi danne en udfoldelig Overflade, Fig. 2,
som gaaer igjennem to krumme Linier, $ABCDEF$,
 $abodef$, der ikke ligge i samme Plan, ansee vi den
krumme Linie $ABCDEF$ for en Mangefant af uendel-
gen mange Sider AB , BC , CD , DE Vi tage en
vel afrettet Lineal, hvis flade Side lægges med den ene
Ende paa AB , og dreies om AB , indtil den anden Ende
møder den krumme Linie $abodef$ i to meget nærliggende
Puncter a , b ; derpaa drages de rette Linier Aa , Bb .
Er dette gjort, lægge vi Fladen af Linealen efter BC og
 Bb , mærke os Punctet c , hvor Linealen skjærer den krumme
Linie $abodef$, og trække derpaa Cc . Paa samme Maade
bestemmes Dd , Ee , Ff Vi have saaledes frem-
bragt en udfoldelig Overflade $ABCDEFabodef$, der kun
vil afvige meget lidet fra den, som strengt gaaer
igjennem de krumme Linier $ABCDEF$, $abodef$. (See
13de Forelæsning).

Rundsugning. I Skibsbyggeriet hænder det ofte,
at man skal sauge et Stykke Træ efter Overflader, hvis
nederste Omrids abc ... og øverste Omrids ABC ... ere

affatte paa to af Træstykkets Sider. Vil man foretage Gaugningen, uden at være nødt til at vride Gaugen, da maa man stille den rette Linie, Gaugtænderne danne, saaledes, at den efterhaanden falder sammen med Kanterne Aa, Bb, Cc..., Fig. 2; Gaugen vil da skjære Træet, idet den beskriver en udfoldelig Overflade.

Udfoldelige Overfladers Anvendelse i Steenhugning. I Steenhugning gjøres hyppigt Brug af udfoldelige Overflader, i Almindelighed af Cylindre og Kegler. Ved Opførelsen af Hvælvinger af sammensatte Former maa man, saaledes, som vi skulde forklare det i Forelæsnningen om Gladers Overskjæring, bestemme Figuren af alle Omridsene af de Stene, der ere bestemte til Hvælvingen, og desaaarsag kaldes Hvælvingstensene. For at Bygningen kan erholde den størstmulige Fasthed, maa en fuldkommen Berøring have Sted mellem Bindingsfladerne, eller de af Stenenes Glader, der ved Forbindelsen komme sammen, og gjensidigen støtte mod hinanden. Det er altsaa nødvendigt, at Bindingsfladerne ere bestemte med Næagtighed, saa at de tvende Glader, der skulde passe sammen, blive fuldkommen overeensstemmende. Dette opnaaer man letteligen ved at gjøre Bindingsfladerne udfoldelige.

For tilfulde at overbevises om Nødvendigheden af, at Bindingsfladerne i de forskjellige Dele af en Bygning maae have en aldeles overeensstemmende Dannelse, høre man, hvad der mødte ved Opførelsen af Pantheon i

Paris. I denne Bygning skulde en viid og meget høi Kuppel hvile paa fire Samlinger af ziirlige Søiler. For paa den letteste Maade at give Arbeidet Udseende af Fuldkommenhed, havde man udhulet de affortede Regler, hvoraf Søilerne sammensattes, mod Midten, for at Yderkanterne kunde slutte sammen uden Tegn til mindste Mellemrum. For Diet havde disse Søiler, strax da de vare opsatte, Udseende af sande Mesterstykker, men da den uhyre Vægt af Hvelvingen kom til at trykke paa dem, knusede den Yderkanterne, som alene bare, og ikke havde Glade nok til at modstaae Trykket, og hele Kuppelen satte sig, indtil de indvendigen mellem de affortede Reglestykker værende tomme Rum vare udfyldte. Nu troede man sig nødsaget til at bygge uhyre Piller i Midten af Søjlegupperne, for at understøtte Hvelvingen, og — Bygningens Skjønhed forsvandt. Man havde bevaret den, ved at bearbejde de affortede Reglers Bindingsflader til fuldkommen sammenpassende Overflader. Geometrien afgiver Midler dertil i ethvert Tilfælde.

Have vi nøiagtigen affat de krumlinede Kanter AB, BC, CD, DA, ab, bc, cd, da, Fig. 3, af en Hvelvingssteen, kunne vi, for enhver Bindingsflade, bestemme en udfoldelig Overflade; nemlig een, som gaaer igjennem AB og ab, een igjennem BC og bc, een igjennem CD og cd, een igjennem DA og da. Bruges samme Fremgangsmaaade ved de tilstødende Stene, er man sikker paa, at de berørende Flader ville fuldkommen slutte til hinan-

den. Kjender man Figuren og Stillingen af AB og ab, BC og bc...., kan Intet være lettere, end at anvende den givne Maade, Fig. 2, for at bestemme enhver udfoldelig Overflade.

Naar Kunstnerne skulle dække en stor Overflade med Plader af en tynd og bølkelig Materie, hvæ de disse Plader som udfoldelige Overflader paa følgende Maade:

Paa Overfladen, de ville bedække, affætte de, Fig. 4, de krumme Linier ABCDE, abede, a'b'c'd'e', a''b''c''d''e'', med saa stor Afstand mellem hinanden, som Pladerne, de skulde bruge, ere brede. Derpaa bukke de Pladerne saaledes, at de passe paa Omridsene ABCDE og abede, abede og a'b'c'd'e'.... Enten lægge de dem ved Siden af hinanden og lodder dem, eller de lade dem gaae over hinanden, og befæste dem saaledes.

Anvendelse af udfoldelige Overflader paa Tækning af Dømer og Kuppeler. Paa en lignende Maade har man tækket den prægtige Kuppel over Kornbørsen i Paris med Kobberplader.

Anvendelse paa Skibes Forhudning. Det er ogsaa paa denne Maade at Skibsbyggerne forhude Skibene med Kobberplader, som i ABCDEF, Fig. 7. Kanterne af Pladerne klippes efter rette Linier, end: skjøndt disse Kanter ofte lægges over hinanden efter en Linie, der ikke svarer nøjagtigen hertil. Men ved Overlægningen, som hverken er ligestor i alle Vinkler, eller retlinet efter alle Sider, udretter man det Samme, som

om man havde klippet Kobberpladerne efter et Omrids, der nøie passede i Foreningen, naar man antog dem loddede sammen.

Skibsbyggerne have med Fordeel brugt denne Maade, fordi Overfladen af Skibets Skrog er meget stor i Forhold til Pladerne, der anvendes til Forhudningen, og fordi Kobberet, som afbenyttes dertil, lader sig række lidet, for nøiagtigen at følge begge Retninger af Skrogets Krumning, i ethvert Punct. Dette vil blive os mere indlysende, naar vi komme til at undersøge begge Krumninger af de almindeligste Overflader.

Paparbejderne, som danne en Mængde forskjellige Overflader af Papiir og Papblade, limes paa og ved Siden af hinanden, frembringe lutter udfoldelige Overflader, der ere meget forskjellige i deres Skikkelse og Forholdene af deres Sammensætning.

Naar Karetmageren har samlet Træværket i en Kareth, det vil sige har anbragt de Stykker Træ og Jern, som antyde Bognens kantede Omrids, Døre og Vinduesrammer etc., maa han dække Nabningerne mellem disse Rammer og de fornemste Omrids. Dette skeer med tynde og bølgede Skiver af Træ, hvilke han i Almindelighed bukker i Skikkelse af udfoldelige Overflader, der kunne slutte til de givne Omrids. Han maa altsaa kjende Opløsningen paa den forklarede Opgave, Fig. 2 og 3.

Kobbersmedden, Plattenflageren og Blikken: flageren maae ligeledes kunne opløse denne Opgave. Paa en Døn eller Kjedel behøves ofte et godt sluttende Laag med et Rør, eller en End. Man maa da tilfjære og danne en udfoldelig Overflade, som paa eengang gaaer igjennem den nederste Grundlinie ABCD, Fig. 5, af en vis Figur, og den øverste Grundlinie abcd, der er cirkelrund efter Røret. Det er da nødvendigt iagttagen at vide, hvilket Omrids man bør give Pladen eller Sammensætningen af Metalpladerne, at de, bukkede paa en hensigtsmæssig Maade, kunne danne en udfoldelig Overflade, der gaaer baade igjennem ABCD og abcd. Vi skulle fremsætte Opløsningen paa denne Opgave i den 14de Forelæsning, som handler om Berøringer.

Istedetfor at bedække Overfladerne med smaae udfoldelige Plader, som i Fig. 4, saa foretrækker man ofte at bedække dem med lange udfoldelige Striber (Baand). Da Krigerne bare Cuirasser, bestod den største Deel af de Stykker, hvormed de bedækkede Legemet og Lemmerne, af udfoldelige Overflader. Det var som oftest Samlinger af coniske eller cylindriske Striber, som man let tilveiebragte af Metalplader, ved en enkelt Krumboining. Deraf var kun et ringe Antal, som man maatte give to Krumninger, saasom Hjelmen. Man betjente sig undertiden endog af saadanne udfoldelige Overflader, som Jerngryder have.

Skibsbygningen frembyder os en fljøn Anvendelse af udfoldelige Overflader i Form af Striber eller Baand.

Naar et Skib er, hvad man kalder optømt, seer det ud som et Slags Skelet MNOPQ, Fig. 6^a, bestaaende af sammenføiede Træstykker. Disse Spanter 1. 1, 2. 2, 3. 3... som ligge i verticale Planer, lade Nabninger imellem sig, (xyz, Fig. 8, forestiller Opstalten eller Verticalsnittet af et Spant). For at lukke det saaledes dannede Skibsrums, tager man vel afrettede Planer, af en given Tykkelse, og tilhugne efter et passende Omrids. Man lægger dem plat paa den udvendige Side af Spanterne, og bærer dem derefter paa fri Haand til udfoldelige Overflader, kaldte Beflødninger, fordi de dække eller beklæde Overfladen af Skibet, ved at slutte nægtigten Side til Side og Ende til Ende af hinanden. Geometrien afgiver en streng Maade at danne disse Planer paa.

Vi ville antage, at man allerede har lagt Beflødningen forneden indtil ABCD, og nu vill lægge Beflødningen umiddelbart ovenfor, mellem Linierne ABCD, abcd. Imellem to Puncter x og y, paa et passende Sted mellem ABCD og abcd spænder man stærk en Snor tæt mod Spanterne. Sæt at Beflødningen, som skal udføres, virkelig var lagt, og at denne Snor var presset mod Overfladen af samme; dersom vi da udfolde, eller udrette denne Beflødning, vil Snoren, der paa Skrogets Overflade angav den korteste Linie mellem x og y,

vedblive at antyde den korteste Linie, som man kan drage mellem dens Ender paa den udstrakte udfoldelige Overflade, det vil sige paa Planet. Men den korteste Linie, man kan drage paa et Plan mellem to Puncter, er den rette. Snoren xy vil altsaa være i ret Linie, naar den paa Beflædningen bliver i den samme Stilling, som paa Skroget gjorde den til den korteste Linie mellem x og y .

Har man nu spændt denne Snor paa Skroget, bemærket paa dens Længde Puncterne 1, 2, 3, . . . , og stukket Træpløkke igjennem disse Puncter, lodret paa Snorens Retning, da gøres disse Pløkke saa lange, at de med deres ene Ende naae til Omridset $ABCD$, og med den anden til abed, mellem hvilke Omrids den nye Beflædningsplanke nøiagtigen skal lægges.

Derpaa afløser man Snoren xy , og udspænder den paa Planken GHL , Fig. 6^b, saaledes, at Pløkkene I-I, II-II, III-III, . . . , blive lodrette paa Snoren. Man drager de mangelantede Linier I, II, III, IV, . . . , I, II, III, IV, . . . , hvoraf atter dannes to jævntløbende krumme Linier. Disse forestille da nøiagtigen den øverste og nederste Rand af Beflædningsplankens Omrids efter Længden.

Men det er ikke nok at have bestemt disse Omrids, man maa tillige kjende den Vinkel, Beflædningsplanken, man skal lægge, bør gjøre med Skroget i ethvert Punct I, II, III, IV, . . . , I, II, III, IV, . . . , for at dens Forbindingside kan slutte til den næste

Planke. Dette skeer ved at læggedet ene Been af Smigen i Retningen af enhver Pløt, og det andet langs med Forbindingsiden af den allerede lagte Befklædningsplanke, vinkelret med den Kant af Planken, som ligger til Skroget. Endeligen har man kun at overføre disse Vinkler i de tilsvarende Puncter I, II, III, IV... I, II, III, IV..., naar man bearbejder Planken GHKL, med Øren eller Skarøren.

For at forebygge enhver Forvirring, lægger Tømmermanden, efterhaanden som han med Smigen aftager Vinklen, som Sluttsiden af den nye Befklædningsplanke danner i I, II, III, IV... med den lagte Befklædningsplanke, det ene Been st af Smigen mod Kanten af en Planke NP, Fig. 6^e, og drager langs det andet Been sr en ret Linie. Da alle disse Linier ere i samme Orden, som man har anbragt Pløkkene 1, 2, 3, 4..., der svare til Puncterne I, II, III, IV..., vil Intet være letterre for Tømmermanden, end at-gjenkjende for ethvert Punctet I, II, III, IV..., hvilket Vinkelmaal han bør tage, for at bearbejde Kanten af Befklædningsplanken i en passende Hældning mod Bredsiderne.

Det er værd at bemærke, at da denne nysbeskrevne Methode ikke forudsætter nogen vis Dannelse af Skrogets Overflade, bliver den ikke alene anvendelig i Skibsbygning, men i ethvert Slags borgerlig og militair Bygning. Dette er et af de meget heldige Exempler paa de Fordele, som Anvendelsen paa Kunsterne af de Egen-

skaber, Geometrien har opdaget ved Overfladerne, frembyder.

Udfoldelige Modeller og Patroner. Naar man i forskellige Kunster vil frembringe Overflader, begrænsede af visse Linier, opløser man disse Overflader i Dele, som næsten kunne betragtes som udfoldelige. Man afstager deres Figur ved Hjælp af Modeller, Patroner, eller Mønstre af Papiir eller Pap, som, formedelst deres naturlige Bøielighed, afgive virkelige udfoldelige Overflader, uden Nøvær og Folder. Saadanne ere de Mønstre, som Mands- og Fruentimmerskræddere anvende til at bestemme Formen og Snittet af det Tøi, hvoraf de forfærdige Klæder til Mandfolk og Fruentimmer.

Anvendelse paa Tilskjæringen af Tøier til Klæder. En meget nyttig Anvendelse af Geometrien har til Gjæstend, at forbinde Snittet af de forskellige til en Klædning hørende Stykker saaledes, at man taber det mindst mulige i Stumper af det Stykke Tøi, hvoraf den skal udfjæres. Endssjøndt man hertil hverken bruger Lineal*) eller Passer, maa man dog ikke derfor tro, at

*) Istædetfor Lineal bruge Skrædderne et bøieligt Maal, som er en udfoldelig Overflade, deelt i ligestore Dele. Denne udfoldelige Overflade buffes om Legemets og Lemmernes Omrids, hvorved man erholder disses Dimensioner, hvilke overbragte paa et plant Stykke Tøi, ved at udfolde Maalet, bestemme de Puncter, hvorigjennem Skrædderen drager Linierne i sin Tegning.

Skæbderer ikke her har at udføre et mathematisk og temmeligt sammensat Arbeid, som fordrer baade godt Øie: maal, Forbindelsesevne og megen Øvelse i at sammen: ligne Formerne af det menneskelige Legem med Former, som svare til udfoldelige Overflader, skiffede til deraf at forfærdige Klæder.

Uden at tænke paa Besparelsen, have de Opgaver, som behandle det Passende, Yndige og Ziirlige i Mands: folke og Fruentimmerpynt, Grundsætninger, som i mange Dele støtte sig paa geometriske og mekaniske Regler.

I Henseende til Klædebragter maae vi henholde os til det, som er sagt om Draperier og Tapetserier, med Hensyn til udfoldelige Overflader, der lade sig række og krympe i visse Dele, hvilket beroer paa deres Smidig: hed og Elasticitet. Da saadanne Tøier have den Egen: skab, at slutte bedre til Menneskets Former, virkelige eller antagne, ere de meest skiffede til at modtage det Udseende, Moden kræver; det er disse Tøier, som flåde bedst.

Fjorene Tøierne med Elasticitet en stor Smidighed og Væthed, da kunne de modtage alle de Bøininger og utallige Folder, som Lovene for Smagen foreskrive. Iste: derfor den geometriske Stivhed og Ubevægelighed, kunne meget smidige og fine Tøier, eengang draperede, blødt give efter for det letteste Indtryk og modtage det følgende Ud: seende, som erindrer om Livets Bevægelighed og Ynde. Af dette Slags synes de Stoffer at have været, som tjente til Mønstre for flere af Oldtidens Kunstnere i de

herlige Draperier, hvormed de have beklædt adskillige af deres Billedstøtter. Saadanne ere i vore Dage Mouseliner og Caschemirer.

Skal en Klædning være fuldkommen, maae de Overflader, hvoraf den er sammensat, lade vort Legem og vore Lemmer Frihed og Lethed i Bevægelserne, hvilket fordrer en vis Bidde, en vis Lethed, et vist Snit, afpasset til de forskjellige Dele. Men da Menneskene have forenet Begrebet om Alvorlighed, Bigtighed og Værdighed med langsomme Bevægelser, bør de Personer, hvis Stilling fordrer at vise dette Slags Belæstændighed, have saadanne Dragter, som kun synes at svare til slige Bevægelser. Høie Geistliges Processionsdragter, Kongers og Raadsherrers Høitidskapper bør være skaarne meget vide og af temmeligt stift Løi, for kun at slaae store Folder, og ikke at flagre i Luften.

Krigskappen, Theaterdandserens lette Dragt og Balflader bør tvertimod tilskjæres saaledes, at enhver Udstrækning saameget muligt forkortes. Til slige Dragter bør man vælge de smidigste, letteste og meest bølgende Løier, for med Ynde at have de menneskelige Former og deres forskjellige Bevægelser.

Under disse Forhold bør Stofferne Valg og Dragternes Tegning rette sig efter de skønne Kunsters Theori og svare til Statsindretningen. Med Hensyn til Bequemmelighed, Velbefindende og Sundhed knytte de sig til det borgelige Selskabs meest krævende Fordele. Hvad

Frembringelsen angaaer, da er det Mechaniken og Geometrien, som bær afgive Bestemmelsen for Formerne og Egenskaberne ved disse Frembringelser, og Midlerne til at forarbejde, skjære og passe dem saaledes, at de ere meest skikkede til at frembringe, ved Bøieligheden og Samlingen af de oprindelige plane Overflader, denne Forskjellighed af heldige Former, som Dragterne og Draperierne frembyde hos et Folk, paa hvilket de skønne Kunster yttre deres behagelige Indflydelse.

Vi skulle atter komme tilbage til de udfoldelige Overflader, for at vise nye Anvendelser, ikke mindre vigtige end de foregaaende, naar vi først have forklaret Grundsaetningerne for Overskjaeringer og Berøringer. Vi ville nu gaae over til fordreiede Overflader.

Fordreiede Overflader. Saaledes kalder man Overflader, som frembringes af paa hinanden følgende rette Linier, man ei kan ansee for at danne en Række af plane Smaaflader.

For at give et Begreb om disse ffordreiede Smaaflader, tænke man sig en Stige, Fig. 9 og 10, hvis tvende Sider ikke ligge i samme Plan. Vi sætte denne Stige saaledes paa Jorden, at dens to Sider faae en horizontal Retning, men ikke befinde sig i samme Verticalplan. Fig. 9 forestiller den verticale, og Fig. 10 den horizontale Projection. Siderne eller Leiderne AB, CD, Fig. 9, krydse hinanden i et Punct 4 IV. Drage vi en Verticallinie igjennem dette Punct, vil den, Fig. 10,

gaae igjennem Punctet 4 paa CD og Punctet IV paa AB. Dele vi nu de to Leidere AB, CD fra 4 og IV i ligestore Dele i Puncterne 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.... I, II, III, IV, V, VI, VII... og drage de rette Linier, 1 I, 2 II, 3 III..., have vi dannet en fordreiet Stige.

Møllevinger ere Stiger af dette Slags, sammensatte af lange divergerende Sider og Sprosser, hvilke ere perpendiculaire paa een af disse Sider.

Fordreiede Overflader kunne endnu betragtes som sammensatte af meget smalle fordreiede Smaaflader, svarende til den Stige, vi nyligen have beskrevet. Siderne, som begrænse disse fordreiede Smaaflader, kaldes Kanter.

Anvendelse i Skibsbygning. For at beklæde Skrogene af Skibe danner man udfoldelige Overflader, som man hugger af plane Bræder eller Planker, saaledes, som vi have forklaret i Fig. 6. Til visse meget krumme Dele af Skibet ved For- og Bagstavnen kan man endog af de bredeste Planker kun udbringe meget korte Beklædningsplanker, saafremt man nøiagtigen vil følge den Afslagning, som passer til udfoldelige Overflader. I Afslagningen af Beklædningsplanken, Fig. 12, seer man, at der vilde spildes meget Træ, ved af en Rectangel at udbringe den frumlinede Afslagning 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, VII, VI, V, IV, III, II, I. Antage vi nu, at Snoren gives en let og eensformig Krumning abedels, Fig. 11,

faa erholder man en Afslagning, der heelt og holden kan affættes paa en smallere Planke, end Afslagningen Fig. 12.

Men, naar man nu vil anlægge en, som i Fig. 11 tilhuggen Beflædningsplanke, vil den ikke nøiagtigen udfylde den Plads, som den skulde indtage paa Skibsfroget, man maa derfor ved mekaniske Midler tvinge den ind i dette Leie. Et saadant Foretagende vil næsten altid forvandle en udfoldelig Overflade i en fordreiet.

Paa de Dele af Skibsfroget, hvis Krumning er altfor betydelig, kan man ikke bøie Plankerne uden at udsætte sig for at brække dem under Bøiningen. Man bærer sig da saaledes ad:

Forarbeidelse af et snoet Stykke Træ. Vi foresætte os nu, at forarbeide et saadant Stykke, der kaldes saaledes formedelst sin store Krumning, og som passer paa Indfatningen af Skibet, under Omridset ABC, Fig. 13. Man fæster da en Lineal, der giver en ret Linie ED, igiennem hvilken man tænker sig eet Plan, som vil antyde paa Spanterne 3 Puncter m, n, o af ABC*). Gjennem disse Puncter drager man rette Linier m1, n2, o3 vinkelrette til ED, og maaler deres Længde. Derpaa tager man Smigen, lægger dens ene Been langs med m1, og det andet langs med Overfladen af Skroget,

*) Man antager her, at Omridset ABC, i den ringe Længde af et snoet Stykke Træ, ifkun har en enkelt Krumning.

saaledes, at Smigens tvende Deen bestandigen ligge i et Plan, der er lodret paa EDMno. Det Samme foretager man ved de andre Puncter n, o af den krumme Linie mno...; Rækken af disse Stillinger af Smigens andet Deen vil derved danne en fordreiet Overflade, som bliver den indvendige Side af det Stykke Træ, man har for. Den udvendige Side udarbejder man ved at frembringe en anden fordreiet Overflade, der overalt har samme Afstand fra den første, saa at Træstykket overalt bliver lige tykt. For at danne Kantsiden, der skal slutte mod ABC, maa man atter bruge Smigen; man udmåler først Vinklen, som det andet Deen, lagt efterhaanden i m, n, o mod Skrogets Overflade, danner med Slutsiden af den allerede lagte Beflædningsplanke ABC, og henfører derpaa disse Vinkelmaal til de Steder, hvortil de svare.

! Vil man bygge et Skib, da tilhugger man først Spanterne, som man sammensøier, og sætter i verticale parallelle Planer, Fig. 14. Dernæst forbinder man disse Spanter midlertidigen med stærke firkantede Lister, hvor paa Barkholterne lægges langs med begge Sider af Skroget. De krumme Linier, hvorefter de lægges, ere plane og forud afflagne i Chablon eller Modelsalen. Til de Dele af Skibet, som have kun ringe Krumning efter Længden, lader man det beroe med at tilbanne lange, behørigen firkantede Planker. Man bøier disse saaledes, at de ligge an mod de Puncter, man har antydet paa Omridset af de forskjellige Spanter.

Er den lille Deel af Skroget, som skal dækkes af Plankens Side, nøiagtig udfoldelig i en retlinet Stribe, kan Planken uden Vanskelighed bøies i sin hele Længde og Brede mod Skroget. Er denne Deel derimod en fordreiet Overflade, finder en fuldkommen Berøring vanskeligen Sted. Der udfordres store Anstrængelser, for at bringe Plankerne til at slutte nøiagtigen mod Spanterne, efter det af Skibsbyggerne afflagne Omrids.

Ved de meget krumme Dele af Skroget kan man ikke anvende denne Maade, men maa benytte følgende:

Er ABC, Fig. 14, en Deel af Plankens Plan, mærker man denne Plan med to Snore; den ene, som man fæster paa Skroget langs med ABC; den anden DE, som man holder i nogen Afstand udenfor Skroget. Man maaler med Smigen den Vinkel, som dette Plan danner med Skrogets Overflade i ethvert Punct A, B, C, paa de forssjellige Spanter.

Har man derpaa lagt Chablonet af den krumme Linie ABC paa Træstykket, Fig. 15, af hvilket man vil hugge Planken, afflaaer man ABC, og tilldanner Stykket, ved at hugge ligeover for Puncterne A, B, C... Leier eller Indsnit for Smigen, idet den nøiagtigen giver de paa Skibet aftagne Vinkler. Derpaa borttager man Træet mellem disse Indsnit, saaledes, at man derved danner en udfoldelig eller fordreiet Overflade. Indvendigen paa denne Overflade mærker man Puncterne a, b, c overalt i ligestor Afstand fra A, B, C; dernæst a', b', c' i Afstand fra abc efter Plankens Brede. Derved erholder man den første Side abcc'b'a', som skal ligge mod Spanterne. Man hugger den øverste og nederste Side i

Vinkel med abc $c'b'a'$, og giver disse Sider overalt den samme Brede; endeligen hugger man den 4de Side i Vinkel med den anden og den tredie. Saadanne Stykkers Tildannelse og Paaflagning forstaaes meget let ved at vises paa en Model.

Den borgerlige Bygningskunst anvender ogsaa fordreiede Flader, saasom til Hvalvingsstene i visse Hvalvinger, og til Trapper af en vis Art.

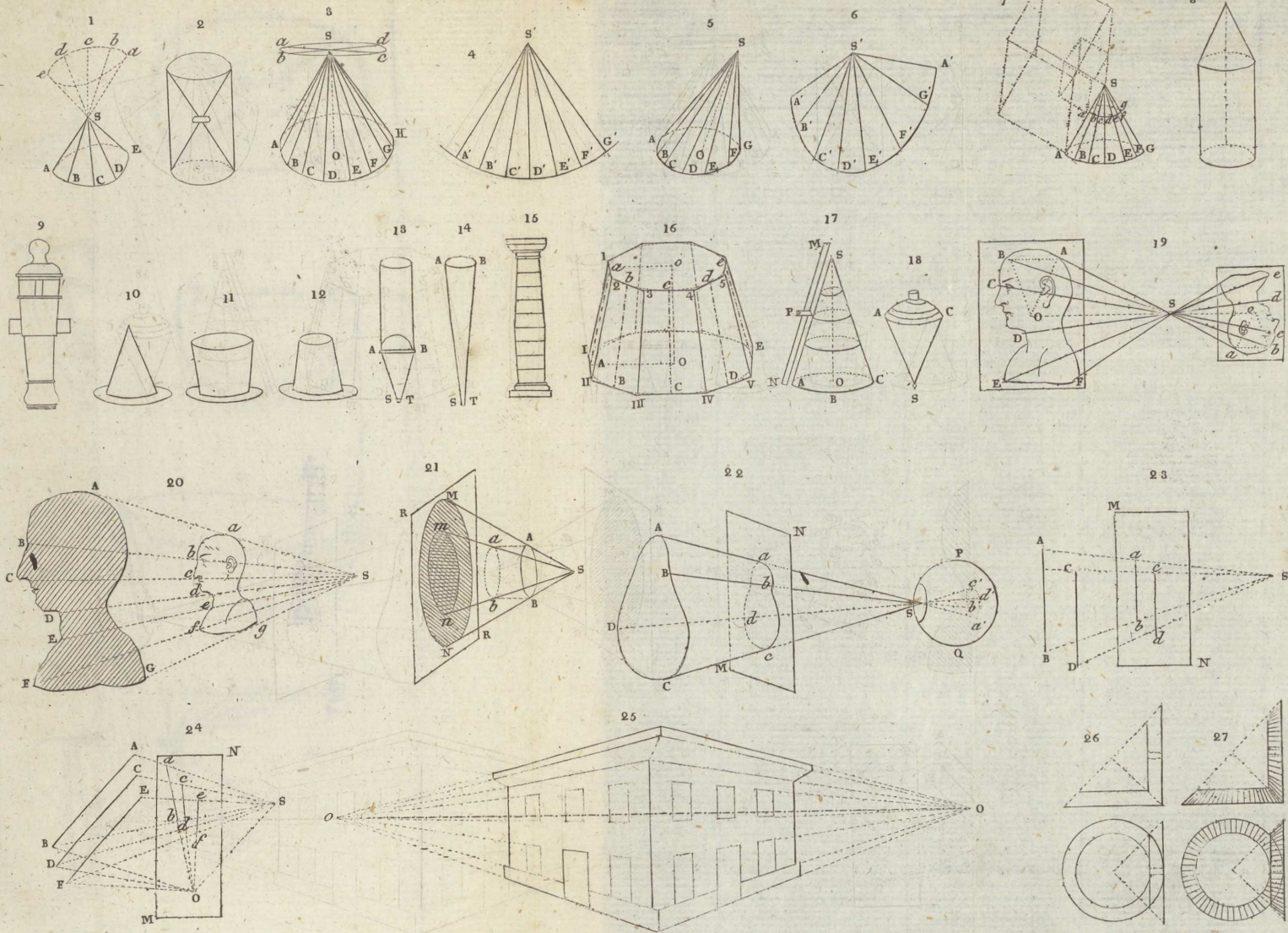
Man veed, at Trappetrinene bør være flade og horizontale i den Deel, hvorpaa man træder med Foden, idet man gaaer op eller ned. Deres Omrids er fremstillet i Fig. 16 ved $ABCFE$, $DEFGH$..., hvor man tillige seer Bindingsfladerne BC , EF , HG .., ved hvilke ethvert Trin hviler paa det, som er næst under, og bærer det, som er umiddelbart ovenover det. I Trappen med parallelle Trin ere BC , EF , HG ... alle indbyrdes parallelle; de ere flade og have Dannelse som Parallelogrammer.

Men, naar Trappen følger en krumlinet Retning, eller den er, hvad man kalder en Vindeltrappe, da bliver Opgaven om Trinenes Samling mere forviklet. Man seer først, Fig. 17, at Trinene ikke meer have samme Brede i ethvert Punct; de ere smallere mod den indre Deel eller Spindelen O af Trappen, og bliver bredere mod den ydre Side. Følgelig bliver Trappens Fald, maalt paa den underste Linie GFC , Fig. 16, saa meget ringere, som den fjerner sig meer fra Trappens Axe. Trinenes Bindingsflade EF , hvilken stedse er perpendicular paa GFC , nærmer sig altsaa Verticalitien, naar man gaaer mod Udsiden af Trappen, og til Horizontalen, naar man gaaer mod Trappens Axe.

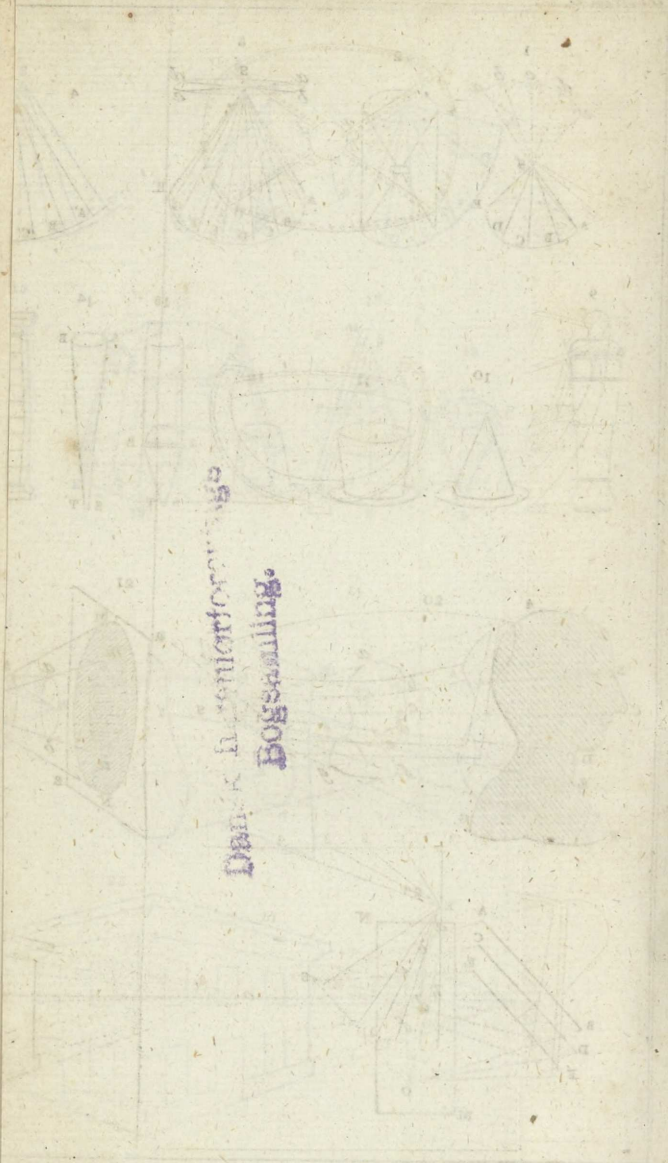
Stæffen af Perpendiculairerne EF til den indgaaende Kant E fremstiller da en fordreiet Stige, lig den i Fig. 9 og 10. Bindingsfladen EF af to paafølgende Trin er altsaa en fordreiet Overflade. Har man tildannet alle Plansiderne af et Trin, efter de simpleste geometriske Regler, bliver kun tilbage at aflaae Bindingsfladen EF. Til denne Hensigt deler man Længden af ethvert Trin i ligestore Dele; derpaa drager man igjennem de paa den indgaaende Kant OE, Fig. 17, mærkede Delingspuncter 1, 2, 3... de lige Linier 1.1, 2.2, 3.3..., lodrette til denne Kant, og saaledes, at de løbe ud til den umiddelbar ovenfor værende Kant OB.

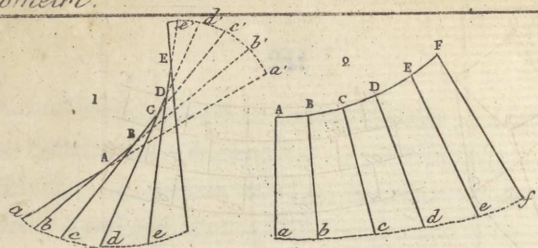
Figur 18 fremstiller, i det Større, Opstalten af Trinet OEB, seet perpendiculært til OE.. Her forestille EI, E2, E3... Linierne 1.1, 2.2, 3.3... i Fig. 17. Drager man i Fig. 18 EI, EII, EIII, perpendiculair paa EI, E2, E3..., ville disse Linier forestille Retningen af Bindingsfladerne af de to Trin, som støde sammen i OE, i de tilsvarende Puncter 1, 2, 3.... Det er da tilstrækkeligt at tage med Snmigen Vinklerne AEI, AEII, AEIII.., for at faae Hældningen af Bindingsfladerne EF, Fig. 16, af de sammenslødende Trin i ethvert af Puncterne 1, 2, 3...

Denne Forbindelse vil blive tydeligst ved en Model. Trapper, betragtede som fortløbende Overflader, idetmindste hvad deres Undersider angaae, henhøre til de spirale (snegleformige) Overflader, som ere af stor Bigtighed for Kunstnerne. (See 12te Forelæsning.)

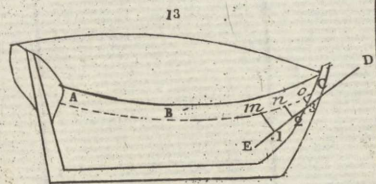
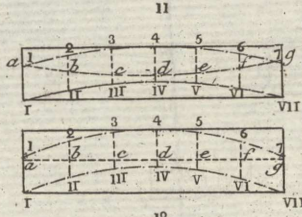
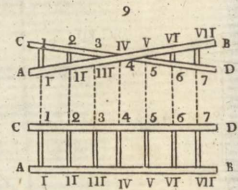
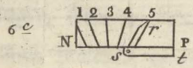
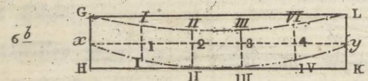
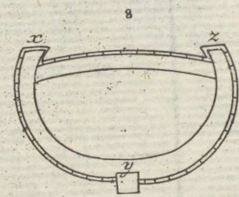
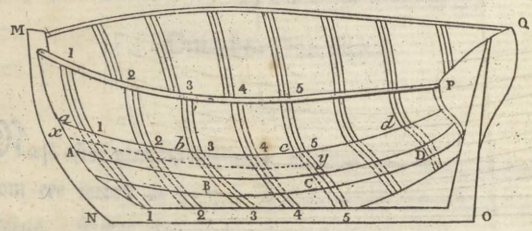
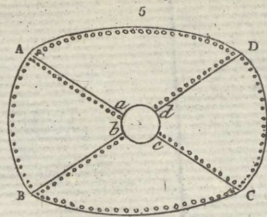
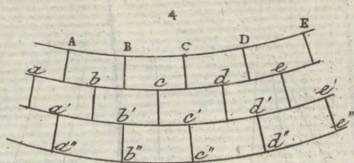
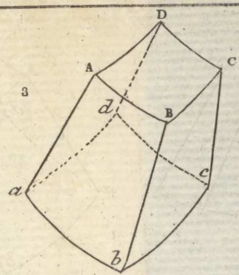


Danck in conformation
Bogssailing.



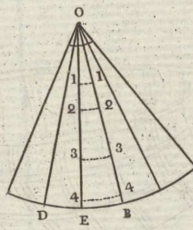
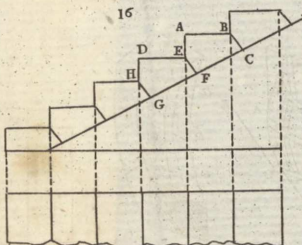
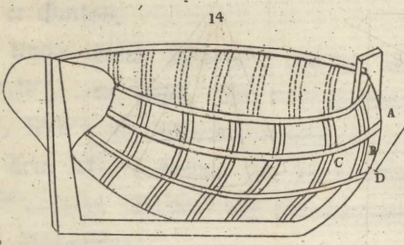


6a

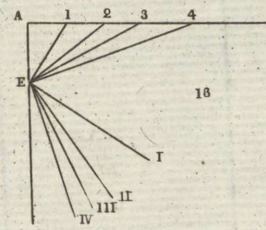


10

12

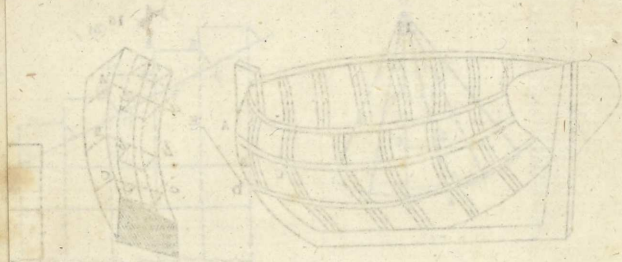
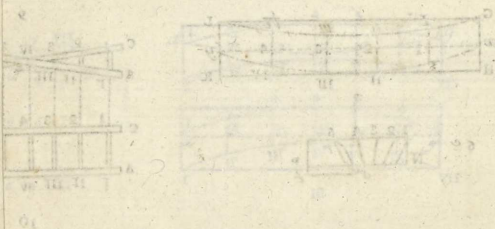
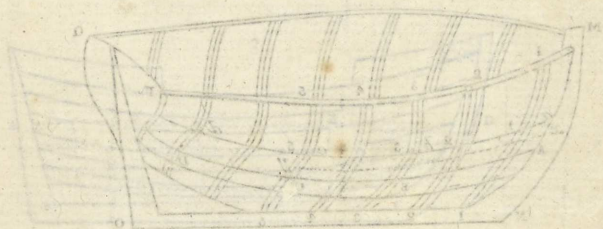
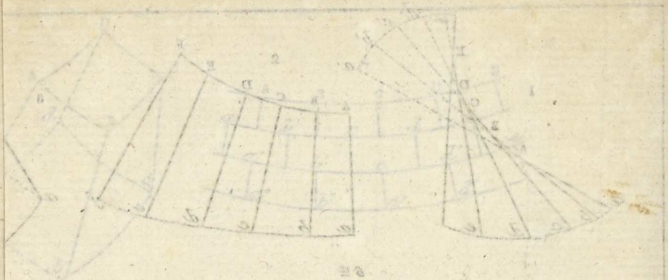


17



18

Bansk Institutet



Ellevte Forelæsning.

Omløbs-Overflader.

Næst efter plane Overflader, ere Omløbs-Overflader de, som ere lettest at danne, og som oftest anvendes i Kunstene. Deres Egenskaber ere af hyppig Brug i Mekaniken, og Naturphænomenerne frembringe dem uafsladeligen for vore Øine.

Forestiller man sig en vilkaarlig krum Linie ABC, Fig. 1, dreie sig om en Axe AC, saa vil Overfladen, som den frembringer, blive en Omløbs-Overflade. Bevægelsen, som man saaledes giver den krumme Linie, kaldes en kredsformig (circulaire) Bevægelse, eller Rotation. Er Rotationen fuldstændig, eller 360° , kaldes den et Omløb.

Under denne Bevægelse beskriver ethvert Punct $B, B', B'', \dots$ en Cirkel. Alle disse Cirklers Planer $Bb, B'b', B''b'', \dots$ ere indbyrdes parallelle og perpendiculære paa Aksen AC, i hvilken alle deres Midtpuncter O, $O', O'', \dots$ ligge. Vi have viist disse forskjellige Egenskaber i 6te Forelæsning.

Det er ikke nødvendigt, at alle Dele af den krumme Linie $ABB'B''C$ ligge i eet Plan, for at frembringe en Omløbs:Overflade, ved at dreies omkring AC . Dersom man fra ethvert Punct $B, B', B''...$ i den krumme Linie drager en Perpendicular $BO, B'O', B''O''....$ til Aksen AC , ville disse Perpendicularer hverken være forskellige i Størrelse eller Afstand, naar man henfører dem alle til eet og samme Plan. Deres Endepuncter B, B', B'' ville da danne en enkelt:Krum Linie, som, dreiet om Aksen, vil frembringe den samme Omløbs:Overflade, som den givne krumme Linie.

Den enkelt:krumme Linie, som frembringer Omløbs:Overfladen, ved at dreies om Aksen AC , kaldes Meridianen (Middagslinien i Astronomien) af denne Overflade. Cirklerne $Bb, B'b', B''b''....$, hvis Planer ere vinkelrette til Aksen, og indbyrdes parallelle, kaldes af denne Aarsag Parallelcirkler, eller ligefrem Paralleler.

Saamange forskjellige Figurer, man kan danne med rette Linier, Cirkler og andre krumme Linier, eller Forbindelser af disse Linier, saamange forskjellige Slags Omløbs:Overflader kan man frembringe. Selv disse Slags dele sig meget tydeligt i flere Arter, efter Aksen Stilling med Hensyn til Frembringelses:Linien. Vi ville efterhaanden undersøge de simpleste, og for Industrien vigtigste, Omløbs:Overflader.

Omløbs:Overflader frembragte ved Bevægelsen af en ret Linie.

Er denne Linie vinkelret til Aksen, vil den beskrive et Plan, naar man dreier den om Aksen. Vi have i den 6te Forelæsning fremsat de forskjellige Midler, denne Egenskab forskafter Kunsterne, til at udføre plane Overflader.

Er Frembringelses-Linien parallel med Aksen OO, Fig. 2, beskriver den en cirkelrund Cylinder, hvis Egenskaber og Anvendelser i Industrien ere forklarede i den 8de Forelæsning.

Gaaer Frembringelses-Linien igjennem et Punct af Aksen OO, og danner en Vinkel med denne, beskriver den en Kegle, Fig. 3, hvis Egenskaber og Anvendelser i Industrien findes afhandlede i 9de Forelæsning.

Er Frembringelses-Linien ikke parallel med Aksen, og befinder sig i samme Stilling mod denne Ake, som den ene Side af en fordreiet eller vreden Stige mod den anden, beskriver den rette Linie en Omløbs-Overflade, Fig. 4, hvis tvende Krumninger gaae i modsatte Retninger.

Naar en ret Linie AB ikke gaaer igjennem Aksen OO, kan man forestille sig en anden ab i symmetrisk Stilling med Hensyn til Planet OOo, som gaaer igjennem denne Ake. Disse to rette Linier maae nødvendigviis skjære hinanden i et Punct P, beliggende i Symmetriplanet. Dreier man lige hastigt de to rette Linier AB, ab om Aksen, for at nærme eller fjerne dem ligemeget med Hensyn til Planet OOo, vil dette altid blive deres

Symmetriplan, og de ville altid skjære hinanden i et Punkt i dette Plan. Lader os dreie baade Symmetriplanet og de rette Linier AB, ab om Axen. Ere de to rette Linier opstillede saaledes, at de altid skjære hinanden i Planet OOo , saa danner Rækken af deres Gjen-
nemsjæringer en krum Linie, som er Meridianen til en Omløbs-Overflade, frembragt af de to rette Linier AB, ab. Disse to Linier frembringe altsaa, ved at dreies om OO , den samme Overflade. Fig. 4 fremstiller de tvende Forbindelser af rette Linier, som danne Overfladen. Figuren vil blive tydelig ved en Møde af tvende Papircirkler, forenede ved en Axe og Traade, som hælde lige meget i to modsatte Retninger.

Saxe. Hr. Ferry, forhen Examinator ved den polytechniske Skole, har forfærdiget en sindrig Sax, med retlineede Skjærer: den ene fast, som AB, Fig. 4, den anden, ab, til at dreies om Axen OO . Denne sidste bliver under sin Bevægelse bestandigen i Berøring med den første, og skjærer de Legemer, som bringes imellem dem begge.

Gaspar. Man har forfærdiget saadanne af Pinde AB, ab, Fig. 4, som dreies om Axen OO . Traaden, som opvindes paa Struben (Hulheden) af Overfladen, kan ikke glide af. Det vundne Fid tager man siden letteligen af, idet man klemmer Pindene mod Axen, ved en simpel Mechanisme.

Kuglen. For at frembringe Kuglens Overflade er det nok, at lade en Cirkel $AMBN$, Fig. 5, dreie sig om kring een af sine Diametre AB . Alle Puncterne i Meridiancirklen $AMBN$, som staae ligelangt fra Midtpunctet, ville bestandigen blive i samme Afstand fra dette Punct, naar man dreier Meridiancirklen om Aksen AOB . Alle Puncterne i Kuglens Overflade ligge altsaa ligelangt borte fra et Midtpunct O : dette er Kuglens Midtpunct (Centrum).

Ethvert Punct i Planet af Meridianen $AMBN$, uden: eller indenfor denne Meridian, er enten længere fra, eller nærmere ved Midtpunctet O , end Puncterne i Omfærdsen $AMBN$. Altsaa vil ethvert Punct i Rummet, som findes i hvilken som helst Meridianens Plan, være længere fra Kuglens Midtpunct, naar det er udenfor Meridianen, og nærmere ved samme, naar det er indenfor.

Alle Puncter i en Kugles Overflade befinde sig saaledes i samme Afstand fra Midtpunctet, hvilket ikke er Tilfældet med noget andet Punct.

Ethvert Plan, som gaaer igjennem en Kugles Midtpunct, skærer den efter en krum Linie, hvori alle Puncter have en Afstand fra Midtpunctet lig Radius: denne krumme Linie er en Cirkel. Dreier man disse forskellige Cirkler hver om sin Diameter, fremkomme Kugler, som alle have samme Midtpunct og samme Radius; det vil altsaa bestandig blive den samme Kugle.

Enhver Chorbe mn af en Cirkel AMBN, Fig. 5, er mindre end Diametren MN, og desto mindre, jo længere den er fra Kuglens Midtpunct. Men dreies Cirklen omkring en Axe AOB, som er vinkelret til Chorden mn, vil Halvchorden om beskrive et Plan, og dens Endepunct m laae en Cirkel, som ligger ganske paa Kuglen. Altsaa: 1) overskjæres Kuglen af et Plan mn, da er Snittet en Cirkel; 2) ere disse Cirkler alle mindre end de, hvis Midtpunct er i Kuglens Midtpunct, og som man desaaarsag kalder Storcirkler paa Kuglen; 3) blive de mindre Cirkler desto mindre, jo længere deres Midtpunct er borte fra Kuglens.

Midler til at beskrive Kuglen.

Vi kunne befæste det Legem, vi ville danne til en Kugle, paa Axen AB, Fig. 6, af et Dreielad; der næst, i en vis Afstand fra denne Axe, fastgjøre Halvcirklen aTb, hvis Diameter ab er $= AB$, og parallel med den. Med Spidsen af et skjærende Værktøi, der springer saa langt frem som $TM =$ Afstanden fra ab til AB, og glider parallel langs med aTb, vil man kunne beskrive Meridiancirklen AMB, der atter vil beskrive Kuglen, naar Dreieladet sættes i Bevægelse.

Man kan ogsaa anbringe det skjærende Værktøi saaledes, at Skæftet T, Fig. 7, glider langs med en Cirkel aTb, der har samme Midtpunct som Meridiancirklen, medens Spidsen eller Skjæren bestandigen er rettet mod Midtpunctet O af begge Cirklerne AMB, aTb.

Det er klart, at dersom TM og tm forestille For-
 skjellen mellem begge Cirklers Radier, maa M bestandigen
 være i Meridiancirklen, naar T gennemløber Cirklen
 aTb: saaledes vil Bærtskjælets Snide ideligen være paa
 Kuglens Overflade.

Man tilveiebringer ogsaa Kugler ved Formning.
 Paa denne Maade forarbejder man Kanonkugler, som
 ere compacte Legemer. For at støbe Bomber og Gra-
 nater, som ere hule Kugler, maa man danne en Form
 med en Kjerne i, Fig. 8, som frembyder to Kugler:
 Kjernen A , som er compact, og Formen BBB , som er
 huul. Imellem disse tvende Kugler støber man nu Bom-
 ben, eller Granaten. Man seer, at Arbeidets Nødtig-
 hed her beroer paa flere Omstændigheder: 1) at de to Dele
 A og BBB have en fuldkommen kugleformig Dannelse;
 2) at deres Midtpuncter netop falde sammen i eet Punct.
 Ere disse Fordringer ikke aldeles opfyldte, vil Skuddet
 mangle behørig Nødtigthed.

I Cirklen $AmBm'$, Fig. 9, drage vi Chorden
 mm' , og Radien OoA vinkelret til denne Chorde. Dreie
 vi nu Figuren AmO om Areen AOB , saa beskriver: 1)
 Cirkelbuen Am en Kuglecalot; 2) Cirkelsegmentet mAm'
 et Kuglesegment; 3) Cirkeludsnittet $OmAm'$ et
 Kuglendsnit.

Vi ville opløse de Opgaver, som hyppigst fore-
 komme i Kunsterne.

Hvor stor er Overfladen af Kuglecalotten mAm' , Fig. 9, og af hele Kuglen? Hvor stort er Indholdet af et Kugleaffnit, af et Kugleudsnit, og af hele Kuglen?

For at bestemme Fladeindholdet af Calotten, eller Overfladen af Segmentet mAm' , Fig. 9, sætter man en Mangekant med et stort Antal Sider mn , $np...$ istedet for Buen mAm' af Meridiancirklen. Dreie vi denne Mangekant om Aksen AOB , vil enhver retlinet Deel mn , $np....$ danne en affortet Kegel, hvis Ase er AOB . Summen af alle disse affortede Keglers Overflader vil være saameget mindre afvigende fra Kuglesegmentets Overflade mAm' , som Mangekanten $mnpAp'n'm'$ har et større Antal Sider. Men Overfladen af en ret affortet Kegel er liig Summen af begge Grundfladernes Omkreds, multipliceret med Halvdelen af Sidelinien mn . Saaledes er

Overfl. af den affort. Kegel $mm'n'n$

$$= (\text{Omf. } mm' + \text{Omf. } nn') \frac{1}{2} mn$$

Overfl. — — — — $nn'p'p$

$$= (\text{Omf. } nn' + \text{Omf. } pp') \frac{1}{2} np$$

o. s. fr.

Drage vi nh parallel med Aksen, bliver den retvinklede Triangel mnh ligedannet med den retvinklede Triangel Oig , dannet af Oi , som er lodret paa Chorden mn , af ig , som er lodret paa Aksen AO , altsaa ogsaa paa nh , og endelig af Og , som er perpendicular paa mh .

Disse to Triangler ere følgerigen ligedannede, og man har $nh : nm :: ig : iO = \text{Omkredsen, der har ig til Radius eller ii' til Diameter, til Omkredsen, der har iO til Radius eller AB til Diameter, saafremt Antallet af Mangelkantens Sider er saa stort, at der ikke bliver nogen angivelig Forskjel mellem Oi og Om} = OA = \text{Kuglens Radius.}$

Altsaa Hayes $mn \times \text{Omkr. ii'} = nh \times \text{Omkr. AB.}$
 Men $ii' \text{ er } = \frac{1}{2} (mm' + nn')$; følgerigen
 $mn \times \frac{1}{2} (\text{Omkr. } mm' + \text{Omkr. } nn') = nh \times \text{Omkr. AB.}$

Hvad, som her staaer paa venstre Side af Lighedstegnet, er Overfladen af den affortede Kogle $mm'n'n$; paa høire Side staaer Omkredsen af Meridiancirklen, multipliceret med nh , eller med den affortede Kogles Høide.

Bestaaer altsaa Mangelkanten $mnp \dots$ af et stort Antal meget smaae Sider, vil Overfladen, den frembringer, blive ligestor med Meridiancirklen af Kuglen, multipliceret med Summen af Høiderne $nh, ph' \dots$, af de affortede Regler, som ere frembragte ved Mangelkantens Siders Omdreining om Aksen AO . Altsaa er:

1) Overfladen af Kuglesegmentet mAm' liig Omkredsen af Kuglens Storcirkel, multipliceret med Segmentets Høide Ao .

2) Overfladen af Kuglen liig Omkredsen af dens Storcirkel, multipliceret med denne Cirkels Diameter.

Men Gladeindholdet af en Storcirkel $AmBm'$ er liig Omkredsen, multipliceret med Halvdelen af Radien, eller Fjerdedelen af Diametren. Altsaa er Overfladen af en Kugle fire Gange større end Gladeindholdet af dens Storcirkel, eller Meridiancirkel.

Veed man, at der til at dække en Cirkelflade $AmBm'A$, Fig. 9, overalt og jævnt behøves en vis Vægt af Jarve, eller af Kobber, Jern: eller Blyplader etc., kan man slutte, at man med den firdobbelte Vægt af Ovenansførte, kan bedække hele Kuglen, som har denne Cirkel til Meridian, og med den dobbelte Vægt en Halvkugle-Hvælving, der har samme Meridian.

Udmaaling af Kugle's og Kuglestykkers Indhold. Ved at betragte Overfladen af en Kugle, som sammensat af en uendelig Mængde Smaaflader, kan man ansee enhver af disse som et Plan, der er Grundflade til en Pyramide, hvis Top findes i Kuglens Midtpunct. Samlingen af disse Pyramider vil være Indholdet af Kuglen. Nu er Indholdet af enhver Pyramide liig dens Grundflade, multipliceret med en Trediedeel af dens Høide, som her bliver en Trediedeel af Kuglens Radius. Det fuldstændige Indhold af en Kugle findes altsaa ligestort med Summen af alle Overfladens Dele, multipliceret med Trediedelen af Radius. Kuglens Cubikindhold er saaledes liig dens Overflade, multipliceret med en Trediedeel af dens Radius, eller

liig det Fiirdobbelte af Storcirkelsladdens Indhold, multipliceret med en Trediedeel af dens Radius.

Ligeledes vil man finde, at Indholdet af et Kugles udsnit, eller en Kuglesector $OmAm'O$, Fig. 9, er liig Overfladen af det tilsvarende Segment mAm' , multipliceret med en Trediedeel af Kuglens Radius.

Drager man fra dette Product Indholdet af Keglen mOm' , bekommer man Indholdet af Kugleaffsnitte $mAm' = \frac{1}{3}$ Omfr. $AmBm' \times Ao \times AO - \frac{1}{3}$ Omfr. $mm' \times Oo \times mo$.

Maaden, hvorpaa Overfladen af Kuglen beregnes, forsyner os med et Middel til at danne denne Overflade, hvilket Kunstnerne ofte benytte. Skal man bedække en kugledannet Hvalving med Plader af Metal, eller af andre Materier, saa deler man den ved en Række af parallelle Planer i Zoner eller cirkelformige Bælter, $mm'nn'$, $nn'pp'$ etc., Fig. 9, hvilke kunne antages kugledannede, og sølgeligene ere udfoldelige. En saadan affortet Kegel konstrueres paa følgende Maade:

Man forlænger mn , $m'n'$, Fig. 9, indtil de støde sammen i Punctet s , der bliver Toppunctet af den Kegel, hvortil den affortede Kegel $mm'n'n$ hører. Udfolde vi Keglen, ville alle Puncterne i enhver af Grundlinierne mm' , nn' , da de ere ligelangt borte fra Toppunctet s , Fig. 9, udfolde sig i to Cirkelbuer MM' , NN' , Fig. 9 bis, der have samme Midtpunct S .

Man erholder da, Fig. 9 og Fig. 9 bis, Omfr. $mm' =$ Buen MKM' , og Omfr. $nn' =$ Buen NLN' . Vi maae nu søge Størrelsen af Vinklen MSM' . Buen MKM' er ligestor med den Cirkelperipheri, hvis Radius er mo ; men denne Peripheri forholder sig til den, som har SM til Radius, $= mo : SM$. Altsaa bliver Peripherien, som har mo til Radius, $= MKM' =$ Periph. med Rad. $SM \times \frac{mo}{SM}$; eller Buen MKM' forestiller $\frac{mo}{SM} \times 360^\circ$ af Peripherien, som har SM til Radius. Ved en let Multiplication og Division findes saaledes det Antal Grader, Vinklen MSM' indeholder. Af sættes nu denne Vinkel, og beskrives med $SM = sm$ og $SN = sn$, som Radier, de to Buer MKM' og NLN' , Fig. 9 bis, bekommes Zonen $MKM'NLN'$, der, naar dens to Ender MN og $M'N'$ sammenbøies, vil frembringe den affortede Kegel $mm'n'n$, Fig. 9.

Blikkenslagere og Paparbeidere forarbeide ofte af Metalplader eller Papper, som klippes i cirkelrunde Striber, og derpaa loddes eller limes sammen, Overflader, hvilke komme Kuglens saa meget nærmere, jo smalle og jo flere Striberne ere. Den nyse beskrevne Methode vil være dem særdeles nyttig; den vil ogsaa kunne anvendes af Bygmestere, Tømmermænd o. a.

Efter at have forklaret, hvorledes Kugle-Overflader kunne dannes ved Kegler, ville vi nu vise, hvorledes de kunne forarbeides ved Cyindre.

Lader os antage en stor Mængde Meridianplaner lagte igjennem Aksen AOB, Fig. 10, af en Kugle, saaledes, at de dele Rummet om Aksen i meget smaae Vinkler. Endvidere forestille vi os en Række af Planer, som ere vinkelrette til Kuglens Ase, og folgeligen indbyrdes parallelle. Disse ville: 1) skjære Kuglen i en Række af parallelle Cirkler; 2) skjære Meridiancirklerne i en Række Puncter, der ligge ligelangt fra hinanden paa hine Cirkler. Disse Puncter blive Vinkelspidser i regelrette, ligedannede Mangekanter, hvis tilsvarende Sider ere parallelle; og alle disse efter een Retning parallelle Sider ville danne en Cylinder, hvis Sidelinier paa een gang ville gaae igjennem to paa hinanden følgende Meridiancirkler. Paa denne Maade erholder man en Række af cylindriske Striber, der med Hensyn til deres Omrids, ere ligedannede med Striberne paa en Melon; og jo flere disse Striber ere, desto meer vil den saaledes frembragte Overflade nærme sig Kuglens.

Anvendelser. Det er ved at sammensætte flige cylindriske Striber, at man af gummitet Taft, Skind, Pap, Silketoi, Gage, Papiir etc., forfærdiger Kugler eller Dele af Kugler, som skulde bruges til Aerostater, smaae Luftballoner, Spillebolte, Jord- og Himmelglobes, til Brug ved Geographiens og Astronomiens Studium, Sol- og Regnskjerme, Drienskjerme, i Form af Halvfugler, til argandiske Lamper etc. I Sol-, Regn- og

Diensfjerme antydes Meridianernes Retninger ved Stjebene, Messing eller Jerntraade.

Vi ville nu betragte Formen, man naae give disse cylindriske Striber, for at deres Samling kan danne en Overflade, hvis Foreninger eller Sammansætninger ere Meridianer af een og samme Kugle.

Brederne $mm' = MM'$, $nn' = NN'$ af en Stribe ere proportionale med Parallelcirklernes Radier OM , ON , efterdi Trianglerne OMM' , NN' ere ligedannede. Da OM og ON ere Radierne til Parallelcirklerne, som svare til mm' , nn' , forholder sig $OM : ON = MM' : NN' = mm' : nn'$. Man finder da letteligen Brederne, som svare til de forskjellige Puncter af enhver Stribe, og kjender følgerigen ogsaa dennes Form.

Anvendelser i Geographien og Astronomien. Begge disse Videnskaber have gjort et høist vigtigt Brug af Kuglens Egenskaber.

Jordens Figur kan ansees som en Omløbs Overflade, der kun lidet afviger fra Kuglens.

Arhundreder henrandt førend Folkeslagene indsaae, at Jorden var rund paa alle Kanter, eller at dens Figur var kugleformig; og der udfordredes samtidige Fremskridt i Geometrien og Mechaniken, for at lære Astronomerne, at Jorden er noget fladtrykt i een Retning, og ophøiet i den perpendicularit modsatte Retning.

Efterat Geographerne have antaget Jordens kugleformige Skikkelse, have de inddeelt dens Overflade paa følgende Maade:

Den rette Linie, om hvilken Himmelen synes at gjøre en fuldstændig Omdreining i 24 Timer, have de givet Navnet Axe; og de Puncter, hvor denne Axe gaaer igjennem Jordens Overflade, have de kaldet Jordens Poler. De Planer, som gaae igjennem Polerne, have de kaldet Meridianplaner, og de Linier, som disse Planer frembringe paa Jordens Overflade, Meridiancirkler. Endeligen have de kaldet de Cirkler paa Jordens Overflade, hvis Planer ere indbyrdes parallelle og perpendicularle paa Axen, Paralleler.

Betragter man Jorden som en Omløbs-Overflade, have to Paralleler overalt samme Afstand fra hinanden, og Meridianerne maale denne Afstand.

Den Parallel, hvis Plan gaaer igjennem Jordens Midtpunct, er den største af alle, og kaldes Æquator, fordi den deler Jordkloden i to ligestore Dele, som kaldes Hemisphærer eller Halvkugler.

Den nordlige Halvkugle er den, som indeholder Nordpolen; altsaa ligger Danmark paa den nordlige Halvkugle. Den anden Halvkugle kaldes den sydlige, efter Sydpolen.

Forestiller man sig 360 Meridiancirkler, som ere ligelangt fra hinanden, ville hver to nærmestliggende indslutte Vinkler af 1° ; de ville paa eengang dele enhver

Parallel og Æquator, i 360 ligestore Dele, eller 360 Grader, hvilke kaldes Længdegrader. Deler man fremdeles det imellem to af de 360 Meridianer indsluttede Rum i 60 ligestore Dele, ved nye Meridianer, ville disse dele hver Længdegrad i 60 ligestore Dele, og således i Minuter o. s. v. Have Parallelerne ligestore Mellemrum, og ere 180 i Tallet, ville de dele Meridianerne i 360 ligestore Dele, kaldte Bredegrader. Mellemfaldende Paralleler dele atter disse Grader i Minuter, Secunder, Terzer etc.

Jordoverfladens Inddeling i sphæriske Quadrater. Ligesom man inddeler en plan Overflade i Quadrater ved parallelle og perpendiculære Linier, saaledes deler man Klobens Overflade i sphæriske Quadrater ved parallelle og perpendiculære Cirkler, for med Nøiagtighed at kunne antyde Beliggenheden af alle paa Overfladen mærkværdige Puncter og Linier: saasom Byernes Sted, Flodernes Løb, Bjergkjædernes Retning, Rysternes Omrids etc. Beliggenheden af ethvert Punct er fuldkomment bestemt, naar man har betegnet under hvilken Parallel og Meridian det ligger, og paa hvilken Halvkugle. Man tæller Parallelerne ved 1, 2, 3.... 90° Brede, enten nordlig, fra Æquator mod Nordpolen, eller sydlig, mod Sydpolen. Meridianerne tælles ved 1, 2, 3.... 180° Længde, at regne fra den Meridian, som gaaer igjennem Den Ferro eller et vist Observatorium, f. Ex. i Paris, Greenwich, Kjøbenhavn; og der gjøres

da Forskjel paa østlig og vestlig Længde. Under 180 Graders Længde befinder man sig netop i den Meridian, hvorfra man reiser.

Veed man saaledes paa hvilken Halvkugle et Sted paa Kloben ligger, har man endnu kun nødig at vide Antallet af dets Længde og Bredegrader, for at kjende dets nøjagtige Beliggenhed, hvilken ikke kan forverles med nogen anden.

Det er et Arbeid af yderste Vigtighed for Geographien, Astronomien og Skibsfarten, at man har maalt de betydeligste Stæders og mærkeligste Puncters Længder og Breder i Grader og Dele af Grader. Det er, som man seer, et Middel til, med to Tal, at udtrykke et Puncts Beliggenhed paa Kuglen: et Middel, fuldkommen svarende til det, som man anvender, for, ved to Tal, at angive et Puncts Beliggenhed paa et Plan.

Man har benyttet sig af denne Liighed til, ved Quadrater dannede af rette Linier, at fremstille Jordens sphæriske Overflade paa et plant Kaart.

De rette parallelle Linier *I. I, II. II, III. III,....* (Fig. 2, Vte Forel.), med ligestore Mellemrum, forestille de udstrakte Meridianer i deres naturlige Størrelse, ligesom de rette parallelle Linier 1. 1, 2. 2, 3. 3, ... forestille Parallelcirklerne, ikke alene udstrakte, men forlængede; saa at 1. 1=2. 2=3. 3, etc., omendssjøndt Parallelterne aftage i Størrelse, efterhaanden som de fjerne sig fra Equator.

Vi forudsætte nu, at Inddelingerne 1. 2, 2. 3, 3. 4... forlænges forholds­mæssigen efter de tilsvarende Paralleler 1. 1, 2. 2, 3. 3 etc. Antager man Qvadraterne meget smaae, vil man kunne betragte ethvert af dem, man har tegnet paa Kuglen, som et plant Qvadrat; dets Længde og Brede vil staae i Forhold til Længden og Bredden af det i to Retninger forholds­mæssigen forlængede Qvadrat paa det plane Kaart.

I de saakaldte vorende eller reducerede Kaarter blive saaledes Figurerne, som ere tegnede paa Kuglen, henførte paa ligedannede Qvadrater. Enhver af de smaa Dele, hvoraf de bestaae, ere sølgelig ligedannede; deres Linier danne de samme Vinkler, saavel indbyrdes, som med Parallelerne og Meridianerne, etc. Saadanne Kaarter ere isærdeleshed Søkaarter.

Anvendelse ved Coursens Bestemmelse i Søfarten. Forestiller man sig, at man bestandig styrer en Cours, som danner den samme Vinkel med Meridianen, da maa denne Cours fremstilles paa det reducerede Kaart ved en ret Linie, dragen fra det Punct, hvorfra man er afsjeilet, til det Punct, hvortil man er henkommen. Denne samme Linie vil da angive Coursen, den Søfarende bør holde, for at komme fra et Punct til et andet, naar han seiler paa et kugleformigt Hav, eller paa et Hav, hvis Overflade idetmindste er en Omløbs­Overflade.

Ved at antage Jordens Figur at være kugleformig, have Geographerne alene villet tilkjendegive, at Jorden, uagtet de mange Ujevnheder, som findes paa dens Overflade, dog, i Forhold til dens Størrelse, er ubetydeligt forskjellig fra Kugleformen. Virkeligen udgjøre de største Bjerges Høider ikke en Tusindedeel af Klobens Diameter.

De smaae Ujevnheder paa Skallen af en Pomerants ere langt betydeligere i Forhold til Pomerantsens Størrelse, end de høieste Bjerge med Hensyn til Jordens.

For at maale disse Ujevnheder med den yderste Næagtighed, antager man en Kugle, hvis Midtpunct er det samme, som Jordens, og hvis Overflade gaaer igjennem et bestemt Punct, f. Ex. ved Bredden af Havet eller ved en Ø, og antyder paa denne Kugles Overflade Meridianer og Paralleler, svarende til Jordens.

For nu at bestemme Beliggenheden af ethvert Punct paa Jordkloden, angiver man Punctets Høide over Ruglen, og betegner det Antal Brede- og Længdegrader, som tilkjendegiver den Meridian og Parallel, hvilke gaae igjennem Perpendicularen nedfældet paa Ruglens Overflade fra det bemærkede Punct.

Naar vi komme til Forklaringen af de flydende Legemers Ligevægt, skulle vi vise, hvorledes man ved Hjælp af et Instrument, som kaldes et Barometer, kan maale Høiderne af de forskjellige Puncter paa Kloben

over Overfladen af den Kugle, man antager til Sammenligning. Saadanne Opmaalinger ere ikke en Gjenstand blot for Videlysten; de gjøre Ingeniuren, som skal afstikke Canaler og Veie, bekendt med Størrelsen af de Jordbygninger og Forhøininger i Terrainet, han maa overvinde, for at komme fra et Punct til et andet. De tjene ogsaa til at dele Kloden i Jordstrøg (Regioner), hvori Høiderne have Indflydelse paa Klimaet og mange physiske Egenskaber.

Uafhængig af de utallige Ujevnheder, som danne de mere eller mindre udstrakte, mere eller mindre udmærkede bølgeformige Strækninger paa Jordens Overflade, fremviser Jorden en almindelig Afvigelse fra den fuldkomne Kugleform: den er nemlig noget fladtrykt ved Polerne, og følgelig ophøiet under Equator. De Dele af Jordens Overflade, som omgive Polerne, ere altså nærmere Jordens Centrum end de, som omgive Equator.

Det er af Bigtighed for Industriem at kjende Jordens Fladtrykning. Den gjør Bredegraderne længere ved Polerne og kortere i Nærheden af Equator.*) Den

*) Man kan gjøre sig et Begreb om denne Virkning, ved at undersøge Fig. 36. IVde Førel., som forestiller en fladtrykt krum Linie BDEFG. Man kan her betragte BG som Equator og E som Polen. Da Buen DF har en større Radius DP end BO og GQ, saa ville Graderne paa Buen DEF blive større end paa BD og FG.

har Indflydelse paa Tyngdekraften, hvilken alle Legemer ere underkastede: denne Kraft er større ved Polerne end ved Equator; ogsaa vil et og samme Pendul, bragt fra Polerne mod Equator, svinge meer og meer langsomt. Under forresten lige Omstændigheder vil en Luftcolonne, af samme Høide, trykke stærkere ved Polerne end ved Equator, hvoraf kommer Forskjelligheder i Vand og Dampmaskinernes Gang, etc.

Naar vi komme til at tale om Maskiner og vægende Kræfter, i 2den og 3die Deel, ville vi udvikle Lovene for Forskjelligheden i Legemernes Tyngde, Atmosfærens Vægt og Pendulets Hastighed, paa forskjellige Puncter af Jorden; og vi ville da tillige vise Følgerne deraf for mange Kunster.

Himmelskuglen. Man betjener sig af en Kugle, som er inddeelt i Quadrater ved Meridianer og Paralleler, for at antyde Stjernernes Beliggenhed paa Himmelen. Man antager: 1) at Himmelen er en Kugle, der har samme Axe og Midtpunct som Jorden; 2) at alle Stjernerne ligge paa Overfladen af denne Kugle.

Et stort Antal Stjerner, nemlig Firsstjernerne, hvilke altid forblive i samme Afstand fra hinanden paa Himmelskuglen, forandre ikke deres gjensidige Stilling.

Fandtes en Firsstjerne netop i Arens Retning, d. v. s. ved Himmelpolen, vilde den alene blive ubevægelig, medens alle de andre Stjerner bevægede sig. Den saar

kaldte Polarstjerne er meget nær ved vor Himmelpol, og beskriver af den Marsag en meget lille Cirkel.

Alle Stjernerne forandre Stilling med Hensyn til os. Astronomerne maale det Antal Grader i Brede og Længde, som betegne denne Stilling paa visse Tider af Dagen, og for hver Dag. Naar de have bemærket paa Himmelen en Række affondrede Puncter, som tilstrækkeligen angive Veien, Stjernen har fulgt, og de igjennem disse Puncter drage en sammenhængende krum Linie, erholde de Banen, som Stjernen i sin synlige Bevægelse har gjennemløbet paa Himmelfuglens Overflade.

Ved at undersøge disse ved Stjernernes Bevægelse paa Himmelen beskrevne krumme Linier, have Astronomerne fundet, at de kunne nedlægges i et Plan, og kunne tegnes paa en ret cirkelrund Kegle, eller paa en kugledannet OmløbsOverflade; man kaldter disse krumme Linier Keglesnitte. Planeternes Baner ere Ellipser; Kometernes synes at være Parabler, og Solen indtager et Brændpunct (Focus) i disse krumme Linier. (See 13de Forelæsning.

Disse Anvendelser af Geometrien paa Himmellegermernes Baner ere saameget vigtigere, som man uden dem ikke kunde have opdaget den store Lov for Tiltrækkningen, hvoraf forklares hele Planetsystemets Kræfter og Bevægelser, og giver de Nyeres astronomiske Videnskab en saa betydelig Overvægt over de Gamles.

Saaledes er det — ligesom den simple Kobbersmed, som forfærdiger en Tragt i Form af en Kegle, og afskærer den skjævt, om han vil anbringe den paa et Kar i skraa Stilling, indtil Geometeren, som beregner Himmellegemernes Baner, og Figuren af de Synsfegler, hvis Grundlinier ere de krumme Linier, Stjernernes Midtpuncter have gennemløbet — den samme Geometri, de samme Overflader, de samme Snit, de samme krumme Linier, som bruges i de simpleste Haandværker, og i Videnskabens meest ophøjede Anvendelser.

Ved slige Sammenstillinger blive Begreber, som man ellers kunde frygte for at undersøge, lettere at fatte, idet man seer deres Overeensstemmelse med saadanne Begreber, som ere os ganske almindelige, fordi de forekomme i de ringeste Arbeider, udførte hver Dag ved vore Hænder og under vore Næse. Man kunde kalde dette Philosophien af Geometrien, anvendt paa Videnskaber, Kunster og Haandværker.

Betragte vi med Opmærksomhed Skuespillet paa Himmelen i en smuk Nat, vil det forekomme os, som Stjernerne, hvormed Himmelhvælvingen er oversaaet, ei staae stille med Hensyn til os. Vi ville see dem efterhaanden staae op, ligesom Solen, i Østen, stige mod Sønden, og gaae ned i Vesten, for at forsvinde til næste Dag.

Under denne Bevægelse beskriver enhver Fjrstjerne en Cirkel, og alle disse Cirkler have samme Axe, hvilken

tillige er Jordens Axe. Saaledes forekommer Skuespillet paa Himmelen os, som om Himmelhvalvingen havde en ombreiende Bevægelse om Jordens Axe.

I en lang Række af Aarhundreder have hele Nationer troet, at alle Stjernerne dreiede sig saaledes om vor Klobe, medens denne sad ubevægelig i Verdens Midtpunct.

Geometrien vil kunne oplyse os desangaaende.

Vi ere saa langt fra Fjrstjernerne, at alle de Syns linier, vi kunne drage til een og samme Stjerne fra forskjellige Puncter paa Jorden, kunne antages parallelle. Desaaarsag vil Skuespillet paa Himmelen være aldeles det samme for os, hvad enten vi stille os paa Overfladen af Jorden, eller i dens Midtpunct. Dersom Himmelen gjør et fuldstændigt Omløb i 24 Timer om Verdens Axe, saa gaaer Jorden ikke omkring. Er Solen derimod ubevægelig, da maa Jorden dreie sig om Verdens Axe. Under denne Bevægelse ville Verdens Poler være de eneste Puncter, som synes faste og ubevægelige. Da Afstanden fra enhver Stjerne til disse Poler er usforanderlig, vil enhver Fjrstjerne, endstjændt den synes at gaae op og ned med Hensyn til Synskredsen af de forskjellige Puncter paa Jorden, dog bestandig befinde sig i en Synslineie, som danner een og samme Vinkel med den Synslineie, man kan rette mod Polen, og som forestiller Verdens Axe. Altsaa vil enhver Fjrstjerne endnu synes os at bevæge sig paa den samme Regle af

Synslinier; og alle Fjrstjernerne ville, idet de gaae frem paa deres tilsvarende Regler, ikke ophøre at vise sig for os i deres gjensidige Afstande: Skuet af Himmelen vil altsaa blive aldeles det samme, som, naar vi antage Jorden at staae stille, og Himmelen at bevæge sig.

Det er saaledes ved en yderst simpel Egenskab ved Omdreiningen af Planer og Puncter omkring en fast Axe, at man har indseet, at Himmelen maa vise sig eens for os, hvad enten Jorden staaer stille og Himmelhvælvingen dreier sig om Jordens Axe, eller tværtimod Himmelhvælvingen er ubevægelig og Jorden dreier sig om sig selv. Naar vi først have gjort os bekendte med Lovene for Kredsbevægelsen, ville vi erfare, hvorfor Astronomerne have erklæret sig for det sidste System.

Kuglen er ikke den eneste Omløbs-Overflade, man kan frembringe, ved at dreie en Cirkel omkring en ret Linie. Antager man, at Overfladens Axe ikke gaaer igjennem Cirkelens Midtpunct, vil der fremstaae en Overflade af det Slags, man kalder ringformig; fordi de Ringe, man bruger i Industrien, ere en særdeles Art af dette Slags Overflader. Det er klart, at alle Meridianplaner ville skjære Ringen efter ligestore Cirkler, Fig. 12; og at ogsaa alle Parallellplaner ville skjære Overfladen efter Cirkler.

De Ringe, som Fruentimmer og Mandfolk bære paa Fingrene, ere som oftest saadanne ringsformige Overflader.

I Haandværkerne anvender man Ringe eller Spænder, som ABC, Fig. 13, der ere anbragte i Diet EDH af en Ringbolt EDHF, hvilken er fastgjort i et Gulv eller en Muur, for saaledes at give en fast Cirkel, hvortil man kan fæste et Toug.

Man anvender ogsaa Ringe eller Dele af Ringe i Bygnings-Forziringer. Huullisten AA og Bulsten QQ, Fig. 14, paa Capitælerne og Søjlerne af Søjler, ere Fjerdedele af ringsformige Overflader, frembragte ved Omløbet af en Cirkel omkring Søjleens Ase. Rundstaven BB er Halvdelen af en ringsformig Overflade, dannet ved Omløbet af en Cirkel omkring Aksen af en Søjle.

Bygmesteren anvender ligeledes ringsformige Overflader, naar han skal bygge Hvælvinger. Saaledes seer man i Slotskirken i Kjøbenhavn, først en stor Hvælving i Form af en Halvfugle ABC, Fig. 15, om hvilken gaaer en ringsformig Overflade, som har de to Halvcirkler ADF, CFG til Meridianer.

De runde Baser (Kar) af antique Form, saaledes, som man seer dem fremstillede, Fig. 16, bestaae af cylindriske Dele AB, CD, EF, GH, og af ringsformige Dele mn, pq, rs, tu, xy.

Naar en Snekker stryger Gesims om en Port med heel Hvælving, beskrive de cirkelrunde Dele af hans Høveljern ringsformige Overflader.

Klokken **ABCDE**, Fig. 17, er en Omløbs-Overflade, som bestaaer af kegledannede og ringsformige Dele.

Søfolkene bruge en Halvcirkel-Ring, som de kalde en Kous. I Hjulheden lægges udenom Ringen et Stykke Toug, hvis Ender saaledes sammenføies, at Ringen ei kan glide ud. Et andet Toug, stikken igjennem Ringen, bevæger sig frit i denne.

Astronomerne vare længe ikke istand til at forklare Phænomenet ved Saturnus og dens Ring, som afværlende fremstiller sig under forskjellige Skikkelser I, II, III, Fig. 11. Da de opnaaede mere udstrakte geometriske Kundskaber, indsaae de lettelligen, at Ringen, som foranderlig i sit Udseende snart synes at omgive, snart at gjennemskjære Saturns Legem, i Virkeligheden er af uforanderlig Form og Størrelse. Den simple og lette geometriske Tegning var istand til at forklare Alt.

Ringsformige Overflader, hvoraf Kunsterne ofte betjene sig, ere Hjulet og Skiven. Skiverne, som anvendes i Blokke, ere meget flade Cyindre, i hvis yderste Omkreds findes en Fordybning, der er en ringsformig Overflade, frembragt af en Cirkelbue.

Paa et Vognhjul danne Fælgene $m, m, m, \dots$, Fig. 18, ligeledes en ringsformig Omløbs-Overflade. Disse Hjul have i Midten et heelt Stykke, som kaldes Navet, **ABCD**. Egterne, satte som Radier i ligestor Afstand fra hinanden, forene Navets Omløbs-Overflade med Fælg-

ringen. Følgene beslaaes udvendigen med Jernskinner, som møde hinanden midt imellem Følgenes Samling, og saaledes dække denne. De fastholdes med Bolte og Søm.

Der gives Hjul, paa hvilke Egerne alle ligge i een og samme Plan rRRr; i dette Tilfælde ere Skinnerne overalt vinkelrette til denne Plan, og danne en Cylinder.

Der gives andre Hjul, hvis Egter Ss, Ss sidde som ligesaamange Sidekanter af en ret cirkelrund Kegle; Skinnerne, der overalt ere perpendiculære paa Egernes Retning, danne da selv en kegleformig Overflade.

Naar vi komme til at undersøge Hjulenes mekaniske Egenskaber, ville vi sammenligne Fordelene og Manglerne ved hver af disse tvende forskjellige Slags Omløbs-Overflader, med Hensyn til Lasters Fjortbringelse paa Landeveie.

En af de, for sin simple Sammensætning mærkverdige, Omløbs-Overflader, er Tønden. Tønderne sammensættes af tynde Planker, som kaldes Staver, og samles med Kantsiderne, saaledes, at naar man tvvinger dem, og holder dem samlede ved parallelle Cirkler AB, ab, cd, CD, Fig. 19, hvilke kaldes Baand, fremstaaer en Omløbs-Overflade, hvorpaa Baandene ere Parallelser, og Stavernes Foreninger ere Meridianer.

For at lukke for disse Omløbs-Overflader, forfærdiger man af andre tynde Bræder et cirkelrundt Plan, man kalder en *Bund*. Denne affraaes conist paa Kanterne, for at kunne passe ind i en afrundet Rende, kaldet *Luge*, som udhules i den indvendige Side af Staverne.

For at tilदानne Staverne, efter at have givet dem den behørige Tykkelse, fortynder Bødkeren dem fra Midten mod begge Ender, paa en fast Hølv, kaldet *Suebank*. Denne Fortynding gjør han efter Siemaal, hvilket ofte forarsager stødende Uregelmæssigheder i Tøndernes Sammensætning.

Man har beskæftiget sig med at anvende geometriske Maader, til at forarbejde Staverne paa en fuldkommen regelmæssig Maade. Lader os antage, at man borer enhver Stav imellem 2, 3 eller endnu flere faste Punctet A, B, C, Fig. 20, og at, naar Oo forestiller Åren af Tønden, hvori ABC er en Stave, man har en Høvl, hvis Jern er stillet i et Meridianplan, d. v. s. gaar igjennem Åren. Lader os fremdeles antage, at dette Jern kan snart dreie sig om, snart gaae frem og tilbage i sit Meridianplan. Nærmest nu Høvlen behørigt til Staven ABC, vil man først kunne bearbejde Kanten foroven, efter den Form, som passer til Tøndens Meridian eller Profil; og dernæst den anden Ende af Kanten paa Staven, ved at vende op og ned paa denne.

De paa denne Maade forarbejdede Staver ere fliske til at danne en meget nøiagtig Omløbs-Overflade.

Efter denne Grundsætning havde man indrettet en stor Tøndefabrik i Glasgow; men den er ikke meer til. Frankrig har een, som synes at lykkes bedre.

Naar alle Staverne ere samlede, affjærer man deres Ender efter et Plan, som er vinkelret til Axen; derpaa udhuler man Luggen med en Høvl, som ligner Smedkerens Strikmaat: den har en glat og blind Side, hvilken hviler paa Tøndens Grundcirkel, medens et smalt fremspringende Jern, der i behørig Afstand fra Enden viser vinkelret ind paa Staverne, udhuler Luggen. Man aabner derpaa Staverne tilstrækkeligen, for at kunne bringe Bunden ind i Luggen. Endeligen slaaer man Tønden til med de egentlige Tøndebaand af Træ eller Jern, istedetfor Sættebaandene, man kun har brugt til at samle Tønden.

Tønderne ere de bekvemmeste af alle mulige Indretninger af samlede Træstykker, til at opbevare flydende Ting i, uden at spille noget, saafremt Træet er sundt, og Tønderne forarbejdede med Nøiagtighed.

Bed Stuvningen af en Skibslast forekommer ofte en stor Mængde Tønder og Vandfade, som indtage flere Lag AB, CD, EF, Fig. 21, kaldte 1ste, 2den, 3die Lag i Stuvningen. Det er nødvendigt forud at vide Høiden af disse Lag, for at kunne bedømme, hvormegen

Plads Vand: Witn: og Brændeviins: Fadene indtage i Lasten, og deraf atter, hvormegen Plads, der bliver tilovers for de andre Sager, hvoraf Lasten kunde bestaae.

Ere Tønderne m , n , p ligestore og alle tre berøre hverandre, da maa Afstanden mellem hver to af deres Midtpuncter være liig Tøndernes største Diameter. Drages i Trianglen mnp , Linien nh , fra Toppen n , lodret paa mp , og sættes $mh = hp = 1$, bliver $mn = 2$; fremdeles have $nh^2 = mn^2 - mh^2 = 2^2 - 1^2 = 3$, og uddrages Kvadratroden af 3, findes $nh = 1, 73$. Men nu er Afstanden af Midtpuncterne m , p fra Jorden liig Tøndernes Radius $= 1$; altsaa Høiden af Centret n over Grunden $= 2, 73$.

Laae Tønden n derimod ligeover Tønden p , da vilde Høiden af Centret n over Grunden være liig 3 Gange Radius; altsaa vindes i første Tilfælde, paa hvert Lag, næsten $\frac{27}{100}$ af Radius.

Endsfjendt man, ved at lægge Fadene som i Fig. 21, vinder $\frac{27}{100}$ af Fadenes Radius, taber man dog megen Plads. Dette Tab undgaaes ved Bruget af Jernkasser af cubisk Form, til at indtage Vand i, hvorved dette desuden holder sig bedst.

I Land: og Søarsenalene opfører man store regelrette Stabler af Rugler, Bomber, Granater etc., hvilke lægges i horizontale Lag. I Almindelighed er Grundfladen af disse Stabler en Rectangel, og deres Figur et trespidet Prisme, med symmetrisk affkaarne Endeflader.

For at beregne Antallet af Kuglerne i en Kuglestabel, der er et symmetrisk affaaet Prisme, Fig. 22, tæller man først hvormange Kugler, der ligge i en Sidetriangel ABC, hvilket, for r Rader Kugler, vil blive

$$1 + 2 + 3 + \dots + r$$

Dette Antal multipliceres med Summen af Kuglerne i Ryggen Aa og de to med derne paralleløbende Grundrader Bb, Cc, hvilke tre Rader forestille Kanterne af det symmetrisk affaarne Prisme ABC abc.

Antages Antallet af Kuglerne i Ryggen Aa at være n , vil enhver af Grundraderne Bb, Cc indeholde $(r-1)$ Kugler flere end Aa; altsaa $Aa + Bb + Cc$ være $= n + (n + r - 1) + (n + r - 1) = 3n + 2r - 2$.

Endeligen findes Totalsummen af Kuglerne i Stablen at være $= (1 + 2 + 3 + \dots + r) \times \frac{1}{3} (3n + 2r - 2)$; et meget let beregneligt Product.

Ligger kun een Kugle i Ryggen Aa, bliver Prismet en firsidet Pyramide, hvori Kuglernes Antal er $= (1 + 2 + 3 + \dots + r) \cdot \frac{1}{3} (3 + 2r - 2)$ eller $(1 + 2 + 3 + \dots + r) \cdot \frac{1}{3} (2r + 1)$.

Er Stablen en tresidet Pyramide, nemlig Aa $= 1$, Bb $= 1$ og Cc $= r$, bliver Aa + Bb + Cc $= r + 2$.

Antallet af Kuglerne i en trekantet Stabel, som har r Lag, findes saaledes

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + r) \cdot \frac{1}{3} (r + 2).$$

Tolvte Forelæsning.

Spirale Overflader.

Forinden vi forklare de spirale Overfladers Egenskaber og Anvendelser i Kunstene, ville vi undersøge de krumme Vinter, som bestemme disse Overfladers Dannelse.

Efter at have tegnet Rectanglen $OHka$, Fig. 1, dele vi den i lige brede Striber ved Hjælp af rette, parallelle Linier Ab , Bc , Cd Derpaa drage vi Skraaliniernes Aa , Bb , Cc , Dd , hvilke ogsaa ville være indbyrdes parallelle, efterdi de indsluttes mellem ligestore Dele af andre Paralleler, $AB = ab$, $BC = bc$, $CD = cd$, etc.

Antage vi nu, at Rectanglen ombøjes i Form af en Cylinder, som har OH til en af sine Sidelinier, og saaledes, at ak nøagtigen slutter til OH , saa vil Punctet a falde paa O , b paa A , c paa B , d paa C etc. Da alle Sideliniernes ere parallelle med OH og med ak , ville de kunne fremstilles paa Rectanglen $OHka$ ved rette Linier PQ, RS, TU , etc., som ere parallelle med Siderne OH , ak . Men paa Rectanglen skjære alle disse Paralleler Skraaliniernes Aa , Bb , Cc ..., under een og samme

Vinkel, fordi disse skraae Linier selv ere parallele. Væier man siden Rectanglen om Cylinderen, Fig. 3, vil ingen af Vinklerne, dannede af Skraaliniere Aa, Bb, Cc., Fig. 1, og Sideliniere PQ, RS, TU, derved forandres. Skraaliniere ville altsaa, ved at forenes paa Cylinderen i Puncterne A og b, B og c, C og d, etc. Fig. 1, danne en sammenhængende krum Linie, som overalt gjør samme Vinkel med Cylinderens Sidelinier. Man kalder en saadan krum Linie en Snekke, en Skruelinie, eller en cylindrisk Spiral.

Lader os antage, at to Puncter paa samme Tid gaae fremad fra H; det ene langs med Siden Hk af Rectanglen, Fig. 1; det andet efter Skraaliniien Hh. Lader os fremdeles antage, at begge Puncter paa samme Tid ankomme: 1) til PQ; 2) til RS; 3) til TU etc.; saa vil, ifølge Proportionalliniers Egenskaber:

$$HQ : Qq = HS : Ss = HU : Uu, \&c.$$

Altsaa vil Punctet, som følger den skraae Retning Hh, fjerne sig fra Grundlinien Hk efter Størrelserne Qq, Ss, Uu..., som ere proportionale med Afstandene fra Sidelinien OH til Sideliniere PQ, RS, TU.

Lader man altsaa den ene af Sideliniere OH dreie sig omkring Cylinderen, medens et Punct gaaer frem paa denne Linie, saaledes, at de af Punctet og Linien gennemløbne Rum ere proportionale, vil det omtalte Punct beskrive en Snekke eller Spiral, saadan, som den er fremstillet i Fig. 3. Saaledes frembringes Spi-

ralen af et Punct, som, idet det dreier sig omkring en Axe, gaaer frem i en med Axen parallel Retning, forholdsmæssigen til det om Axen gjenløbne Rum.

Dreieren vil folgeltegen kunne beskrive en Spiral paa en Cylinder med et stjærende Værktøi, som gaaer frem parallel med Axen, forholdsmæssigen til det af Cylinderen om Axen beskrevne Rum.

Altsaa bør ogsaa Dreiejernet, ved enhver Omgang af Cylinderen, for at beskrive Spiralen, gaae den samme Længde fremad. Denne Længde, som bestandig bliver sig selv liig, kaldes Skruegangens Høide. Altsaa er Afstanden mellem Skruelinien forskjellige Vindinger, maalt paa enhver Sidelinie, en uforanderlig Størrelse; den er Spiral- eller Skruegangens Høide.

Lader os antage, at man ved Tryk, eller paa anden lignende Maade, aftager Fig. 1, d. v. s., at man frembringer en anden Figur, symmetrisk med den første, og at man lægger den om en Cylinder, Fig. 4, liig den Fig. 3, saa erholder man en Spiral i modsat Retning af den i Fig. 3.

Spiralen, Fig. 3, siges at være dreiet til Høire; Spiralen, Fig. 4, siges at være dreiet til Venstre.

Er Cylinderne ligestore og Skruegangen den samme, Fig. 3 og 4, saa er Rechtskruen symmetrisk med Hensyn til Links-kruen.

Skruens spirale Dannelsse. Istedetfor at dreie et eneste Punct om en Axe, kunne vi dreie enhver plan Figur, en Triangel, Fig. 5, et Kvadrat, Fig. 6, etc. Vi ville saaledes kunne frembringe Overflader, som enten ere udskaarne i, eller slyngede udenon Cylinder, der atter kunne være massive eller hule. Gjænge kaldes den spirale Fordybning eller Fremspringning, som fremstaaer paa Overfladen af en Cylinder, naar en Triangel eller et Kvadrat, udi eller indefter, bevæger sig langs Skruelinien, altid beholdende samme Stilling med Hensyn til dennes Omrids og Retningen af Cylinderens Axe.

Skrue kalder man Cylinderen ABCD, Fig. 5 og 6, som har fremstaaende Gjænger paa sin Overflade. Møttrik kalder man den hule Cylinder, som har Gjænger udskaarne i sin Underflade.

Vi ville nu antage, at vi have to saadanne Cylinder af samme Diameter, og paa deres Omkreds have skaaren samme Spiral, som man derpaa gjør til Leder for en Gjænge, den ene fremstaaende, den anden fordybet, da vil derved frembringes en Skrue og en Møttrik med samme Gjænger og samme Gang. Man kan føre Skruen ind i Møttriken, ved at dreie den fremad, uden at den lader nogen Måbning mellem sig og Møttriken, og uden at den behøver at tabe af sin Tykkelse.

Lader os antage, at man begynder at føre Enden af en Skrue med fremstaaende Gjænger ind i Enden af en

Skrue med fordybede Gjænger, saaledes, at Skruens og Møttrikens Axer komme i samme rette Linie. Ligger nu den ene af Cyliindrene ubevægelig fast, og vi dreie den anden, saaledes, at ethvert Punct af dens Gjænge gaaer frem parallel med Axen, forholdsmaessigen til Størrelsen af dens Omgang, og netop i det Forhold, der er antydet ved Krumningen af Skruelinien, som har tjent til Leder for Gjængerne, saa vil Overfladen af de fremstaaende Gjænger beskrive selve Overfladen af de fordybede Gjænger. Altsaa ville de fremstaaende Gjænger uden Spil eller Presning vandre heelt ind i de hule Gjænger. Saaledes er Gangen af Skruen i sin Møttrik. Man har med største Omhyggelighed geometrisk construeret trefantede og firantede Skrueer, at Eleverne kunne i sand Størrelse efterligne Tegningerne af Fig. 5 og 6. Denne er een af de bedste geometriske Dvælseser, man kan forelægge dem.

Ligesom der gives to Slags Spiraler, nogle dreiede til Høire og andre dreiede til Venstre, saaledes er der to Slags Skrueer og Møttriker, nogle skaarne til Høire, og andre til Venstre. Det er klart, at en Skrue skaaren til Høire ikke kan vandre i en Møttrik skaaren til Venstre, eller omvendt.

Skrueerne ere af hyppig Anvendelse i Kunstene. Snart bruges de til at forandre en retlinet Bevægelse til en circular Bevægelse; og snart til at frembringe den omvendte Forandring. (See 2den Deel. Maskiner.)

Vi ville bemærke, Fig. 1, at Høiden $OA = AB$, af en Skrue, kan være meget lille med Hensyn til Længden Hk af Cylinderens Omrids; endvidere, at Triangeln Hkh frembyder en Maalestof, sammensat af Dele Qq , Ss , Uu , der forholde sig indbyrdes $= 1: 2: 3: \dots$; og altsaa er en Maalestof, ligedannet med den, som man har dannet, 5te Forelæsning, Fig. 5. Dersom Omkredsen af Grundfladen viser ligestore Inddelinger HQ , QS , SU ..., vil en temmelig kjendelig Feil ved disse Længder blive mindre betydelig ved Højderne Qq , Ss , Uu

Anvendelse. Industrien har betjent sig af denne geometriske Egenskab, til med megen Nøiagtighed at inddele rette Linier i ligestore Dele, ved Hjælp af Skruen.

Vi ville foretage os at dele Linealen AB , Fig. 7, med stor Nøiagtighed. Lader os antage, at hver Skruegangs Høide af Skruen MN , hvis Axe er parallel med AB , er $\frac{1}{10}$ af Omkredsen af den Cylinder, paa hvilken Skruen er skaaren, og at Cylinderens Grundflade har til Radius $\frac{1}{10}$ af Cirkelskivens PQ , hvis Omkreds er deelt i ligestore Dele. Fremdeles ville vi antage, at Delingsfeilene ved PQ kunne gaae til $\frac{1}{2}$ Linie, hvilket vilde være utilgiveligt ved nøiagtige Arbejder. Da nu Omkredsen af PQ er 100 Gange større end en Skruegangs Høide, og hver Omgang af PQ kun bringer Gravstiften, som Skruen fører, een Skruegang frem eller tilbage, saa vil Feilen ved Rummet, som Gravstiften gennemløber,

ikkun blive $\frac{1}{100}$ Deel af Feilen ved Inddelingerne paa Cirklen PQ. Er altsaa Feilen paa PQ ikke større end $\frac{1}{2}$ Linie, kan den paa AB ikke blive større end $\frac{1}{100}$ af $\frac{1}{2}$ Linie, nemlig $\frac{1}{200}$ Linie, hvilken Feil er saa ringe, at den ei vil kunne opdages af selv det skarpeste Syn.

Dreie vi Cirklen PQ saaledes, at en fast Viser Z efterhaanden svarer paa Delingspuncterne 1, 2, 3 af denne Cirkel, saa ville vi kunne inddele den rette Linie AB i meget smaae Dele, hvis Uligheder ikke kunne falde i Sandserne.

Strueffjære-Maskinen er proportioneret efter det Forhold, som skal have Sted imellem Inddelingen efter Længden af AB og Inddelingen af en Cirkel PQ. Disse Maskiner forklares bedst ved tillige at forevise dem.

Skruerne ere meget forskjellige i Henseende til Gjængernes Figur; snart er det paa den spirale Leder perpendiculart Gjennemsnit af Gjængen, en Triangel, snart en Firkant, hvilket frembringer Skruer med trekantede Gjænger, Fig. 5, og med firkantede Gjænger, Fig. 6.

Man anvender ogsaa Skruer, naar parallelle Linier og Cyindre skulle bevæges mod eller fra hinanden, med Bedligholdelse af deres Parallelisme. Man tænke sig to ligestore Skruer, anbragte een ved hver Ende af et Par Cyindre, saaledes, at man ved at dreie disse Skruer nøder Cyindrenes Aker til at nærme sig mod eller fjerne sig fra hinanden. Dreier man disse Skruer

ligemeget, vil man nærme eller fjerne Cylindrene ligemeget; men en paa hver Skrue befæstet Visers gennemløbne Rum kan ved hver Omdreining gjerne være 100, 200, 300 Gange større end Hviden af en Skruegang. Det Stykke, Cylindrene bringes nærmere til eller længere fra hinanden, formedelst et af Viseren gennemløbet Rum, vil altsaa være 100, 200, 300 Gange mindre end dette. Man vil da kunne ordne deres Afstand med den yderste Nøagtighed, hvilket er af meegen Bigtighed for Industrien.

Man kan gjøre mange andre Anvendelser af samme Art, for at udmaale eller gennemløbe Længder med en Nøagtighed, som overgaaer betydeligen den Grændse, vi kunne naae ved det blotte Brug af vore Sandser. Forfærdigelsen af optiske og astronomiske Instrumenter frembyder talrige Exempler paa Anvendelser af Stillekruer.

Kommer det an paa, at stille et Instrument, som hviler paa 3 eller 4 Been i Waterpas, da anbringer man under hvert af disse Been en Stillekrue, hvilken man dreier lidt efter lidt frem eller tilbage, eftersom man vil heve eller sænke Instrumentet ved eet af disse Been. Saaledes kommer man umærkeligen til den rigtige Stilling, hvilket tillader at standse netop paa det fornødne Punct. Der findes Stillekruer i Reflexions-Instrumenter, for at bringe Speilene i deres rigtige

Stilling; ligesom ogsaa i mange andre Instrumenter, for at nærme eller fjerne visse Dele af samme.

Naturen viser os en Mængde Spiraler i Planteriget: de krybende Planter hæve sig omkring en vertical Cylinder, saasom Stammen af et Træ, af en Busk eller blot en Stage, idet de beskrive Spiraler. Undertiden skyder Planten lange Skud, som den sætter til Støttepuncter ved spiralformige Trevler. Adskillige indvendige Dele i Planter og Træer ere ligeledes snoede i Spiral. Paa flere Bærter ere Grenene, Bladene, Frugterne indgroede efter en spiralformig Retning i Stammen, som bærer dem.

Anvendelser. Kunstnerne have efterlignet disse Planterigets Spiraller, for at ombinde eller gennemtrænge Legemer.

Naar Chirurgerne ville lægge Bandage om saadanne Lemmer, der nærme sig Dannelsen af Cylindre, saasom Fingre, Arme, Been, omvikle de dem, idet de give Bandagen en Spirallform, for efterhaanden at bedække et større Rum, end Bandagen er bred. Den simpleste Hefstning holder siden denne let fast i sit Leie.

Vi skulle omstændeligen omtale Borer, Proptrækkere, Kradser etc., naar vi komme til at forklare Skruens og Røllens mekaniske Egenskaber. 2den Deel, Maskiner.

Snoede Søiler. Man seer Træstammer, hvorom en Bedbendegreen har snoet sig i Spiral, og derved frembragt en saadan Sammentrykning, at Træet ikke

kan vore uden mellem Bindingerne af denne Spiral, og derved faaer Skikkelse af en Skrue med halvrunde Gjænger. Deraf er Mønstreet taget til snoede Sæiler, Fig. 8, hvilke, da de hverken have de almindelige Sæilers Simpeltthed eller Styrke, ikke kunne behage uden Folk med en besynderlig Smag.

En yndigere, og de skønne Kunster værdigere, Prydelse er Blomsterfletninger, som man lægger i Spiral om regelrette Sæiler, eller om de lette Dragter, hvormed unge Piger smykkes til Dandseseftte. — Vi komme tilbage til nyttige Anvendelser.

Destilleerslangen. Denne er et Redskab, Fig. 9, som i Skikkelse ligner en Proptrækker, men indvendigen er hul. Den frembringes ved Bevægelsen af en Cirkel, hvis Midtpunct gjennemløber en Snekke, medens dens Plan altid er vinkelret paa denne. Naar et flydende Legem, som ved Opvarmning er bragt i dampformig Tilstand, gaaer igjennem Slangen, der er nedsat i en Tønde fuld af koldt Vand, saa fortættes Dampen, og den ankommer til Udløbet af Slangen, som en mærkeligen affjølet flydende Vædske. Saaledes fortætter man Brændeviin og andre spiritueuse Sager, hvilke frembringes ved Destillation.

Straahattesfletteren forfærdiger Cylindre, Fig. 10, af smalle og flade Fletninger, hvilke, da de overalt have samme Brede, forestille Striernes AabB, BbcC etc., Fig. 1. Væiede uden omkring en Cylinder og sammen-

syede Side til Side, danne disse Striber nøiagtigen en saadan Overflade. Ved at anvende en lignende Fremgangsmaade, kan man frembringe endog et Plan, en Kugle, en Kegle, ved at udstrække lidet den ene af Fletningens Kanter, eller ved at indknibe den modsatte Kant.

Jo smallere Fletningen er, jo mindre er det nødvendigt at udstrække eller at indknibe een af Siderne, og jo mere vil Overfladen, man frembringer, nærme sig strængt til den Form, man har bestemt. Fuldkommenheden ved de skønne florentinske Straahatte bestaaer i den fuldkomne Lighed i Bidden og Styrken af Fletningerne, i deres ringe Brede, i Straaenes Fiinhed, og i Bævet's regelmæssige Udseende.

Maskinmagerne bruge meget Spiralsjedre, hvis Virkninger vi skulle forklare, ved at afhandle Elasticiteten. Saadanne ere forskjellige Bogussjedre.

Der gives Mennesker, hvis Haar slaaer naturlige Krøller i Spiral. Der gives andre, som lade deres Haar krølle, ved at snoe dem om en rund Cylinder af liden Diameter, eller ligesvem ved at lægge dem spiralsformig i et Omslag af Papir, kaldet Papillot, og derpaa presse dem imellem temmelig hede Jerntænger. Varmen fordriver da Fugtigheden, som Haarene indsue, og som tjener til at udrække dem og lade dem falde i lige Linie; Sammentrykningen giver dem en spiral Krumning, som de

siden bevare i kortere eller længere Tid, efter Haarenes Natur og Atmosfærens Tilstand.

Ville Haarfsjæreren og Maleren frembringe et skjønt Heelt af Haarpynt, da bestaaer Kunsten i at samle saaledes dannede Spiraler eller Haarfrøller i Masser, som forbindes til at fremstille et harmoniskt Heelt med Hovedtøiet og Ansigtets Dannelselse paa den Person, de pynte. Som Mønstre kan man anføre adskillige græske og romerske Haarpynter, hvori Forbindelserne af Spiralformerne ere opfattede paa den heldigste Maade.

Vi maae nu besjæftige os med et meget vigtigere Slags Spiraler end største Deelen af de hidtil nævnte. Vi ville tale om Traad og Tougværk.

Til Bønning og Touglagning danner man finere og grovere Traade af Hamp, Hør, Nælder, Bark af nogle Træarter, Bomuld, Uld, Dyrehaar, etc.

Førend man danner Traadene, maa man ved Ræmning eller Kartning gjøre Taverne af den første Materie parallelle, og adskille dem i meget fine Dele, saa ligestore som muligt i deres Tykkelse og Længde.

Hamp og Hørspindning. Til denne Spindning betjente man sig først af Haandtenen. Efterhaanden som Traaden er snoet, lader man den løbe ind paa Zenen, og slaaer en falsk, let opløselig Knude for Spidsen af denne. Spindersken snoer Spidsen af Haandtenen rask mellem Fingrene paa sin høire Haand, hvilket giver den Deel af Traaden, der ikke er løbet ind paa Zenen,

en tilstrækkelig Snoning, hvilken Deel Spinderstven forlænger, ved, med sin venstre Haand, at udtrække de parallelle Laver fra Totten. Disse Laver antage Spiralsformen.

Spindningen paa Haandtenen er den langsomste af alle. Man har først i dens Sted anvendt en meget simpel Hjulrok, Fig. 11, som Spinderstven sætter i Bevægelse med en Haand eller en Fod. Efterhaanden som Traaden er snoet, løber den ind paa Røret af Tenen, som kun er en mekanisk Haandteen. Snoningen gives ved Hjulet selv. Saaledes har Spinderstven intet andet at gjøre, end at trække de forskjellige Laver af Totten, og at ordne dem i en Stilling, passende til at danne en Traad, som overalt har den samme Tykkelse.

Man bringer Traaden til at løbe ind paa Rokketenen ved Hjælp af Vinger, Fig. 12, forsynede med Kroge. Disse Vinger ere befæstede paa en Arel mn, som gaaer tværs igjennem Robinen eller Træcylinderens, hvorpaa Traaden skal løbe ind. Man lader denne Cylindersaaledes bevæge sig, at den gjør flere Omgange end Vingerne; derved tiltrækkes Traaden, som skal løbe ind paa Cylinderen, af denne, og oprulles efterhaanden og jævnt paa denne.

For at faae en Bestemmelse, ville vi antage, at Cylinderen gjør 5 fuldstændige Omgange, medens Vingerne gjøre 4. Isaafald maa Traaden have oprullet sig en fuldstændig Omgang, naar Cylinderen har gjort 5

Omgange og Vingerne 4. Disse forskjellige Kredsbevægelser frembringer man ved Koffehjulet OAB, Fig. 11, og to Tridser mn, pq, som ere to andre smaae Hjul, hvis Diametre forholde sig til hinanden $= 4:5$. Spændes Snorene AmB, AqpB over Galserne i det store Hjul og de smaae Tridser, maa nødvendigviis Tridsen mn gjøre 5 Omgange, naar Tridsen pq gjør 4, efterdi deres Snore tilbagelægge samme Vej paa Koffehjulet AB. Dette er netop det Forhold, som udfordres.

Koffen har et stort Fortrin for Haanden. Der hengik Aarhundreder forinden Menneskene opfandt denne Maskine, som Nutidens Opfindelser langt have overtruffet.

Spindning af Uld og Bomuld. Karderne danne først brede Flage, som overalt ere lige brede og tynde; derpaa udbrages de til smallere Baand. En ringe Grad af Snoning forvandler dem til Loketter. Disse snoer og udbrager man lidt efter lidt ved Siden af hverandre, enten ved Haanden eller paa en Maskine. Man lader dem dreie sig om sig selv, efterhaanden som Arbeidet fremmes, for at snoe dem ligeligen, det vil sige, give dem en Snoning, der overalt er den samme, saavelsom Indholdet af de snoede Taper, paa det at de kunne blive overalt lige tykke. Enhver Tape i denne jævne Snoning danner en Spiral, der har til sin Axe Axen af selve Cylinderen, som Traaden danner.

Rokken, hvorpaa man spinder Bomuld, bestaaer af et stort Hjul OAB, Fig. 13, af en Teen, forsynet med en lille Tridse CD, og af en Snor uden Ende ABCD. Spolen modtager her Traaden, ligesom Haandteenen fra Spinderfsken, og i Traadens usnoede Ende bliver en Loket. Denne Loket griber Arbeiderfsken i en passende Afstand fra Spolen, og snoer det store Hjul med den anden Haand, medens hun udtrækker Loketten, ved at fjerne sig fra Spolen. Kredsbevægelsen, som herved forplanter sig fra Teenen til Loketten, snoer den for deraf at danne en Traad, hvis Bestanddele ere bøjede i Spiral. Snoringen af disse Spiraler beroer: 1) paa Hastigheden, hvormed AOB dreies; 2) paa Langsomheden, hvormed man udtrækker Kardebaandet. Naar en Deel af Loketten er forvandlet til Traad, som har passende Snoring og Tykkelse, tilbagedriver Arbeiderfsken Hjulet lidt, for at løsne Spiralen, som Traaden dannede paa Enden af Teenen; holdende derpaa Traaden i en vinkelet Stilling imod Spolens Axe, dreier hun Hjulet i en Retning, modsat til den første Bevægelse, Traaden vil da oprulles paa Spolen, istedetfor at snoes og danne der en Række af Spiraler. Man seer her mekanisk udført de samme Arbeider, som med den simple Haandteen.

Man har fattet den Tanke, at erstatte Spinderfskens Fingre ved et mekanisk Middel, og dette er den originale og mærkværdigste Deel af de nye Spindemasiner. Man lader de fra Karterne udfomne lette Flage gaae

ind imellem parallelle Cylindre eller Valsepar, forbundne saaledes, at det første Par gaaer langsommere om end det andet, dette atter langsommere end det tredie. Glasgene maae altsaa udtrækkes mellem disse tre Par Valser, og følgerigen indknibes. Ved at gaae igjennem en anden Indretning, bestaaende, som den første, af tre Par Cylindre, giver man Bomulds- eller Udsflagene en ny Grad af Snoning; derpaa lader man dem løbe ind paa Spolerne.

Naar dette er skeet, anbringer man et vist Antal Spoler paa verticale Aarer, ordnede i Række paa en Maskine. Denne Maskine opfylder alle Spindens Forsretninger. Den udtrækker, snoer og opruller Traaden paa Tenen. Udtrækningen frembringes endnu her ved tre Par Cylindre, der have forskjellige Hastigheder; derfra løber enhver Traad ind paa en Spole, forsynet med en Binge, som ved den sædvanlige Spinderof. Denne Maskine kaldes den uafbrudte, fordi Spindningen skeer derpaa uden at afbryde den samme Art Bevægelse.

Paa Maskinen, som kaldes Mull-Jenny, omtalt i den 2den Forelæsning, Pag. 32, skeer Udtrækningen ikke alene ved den forskjellige Hastighed af Valserne, men ogsaa ved at lade alle Spolerne, hvorpaa Traaden skal løbe ind, nærme og fjerne sig mod Valsecylindrene. Naar Bobinerne fjerne sig, blive Traadene uddragne; naar de nærme sig, løbe Traadene ind paa Bobinerne.

Traadene Snoning skeer, naar Bobinerne eller Spolerne komme til Enden af deres Vei.

En Maskine, til at spinde grovt paa, har 108 Bobiner; en, til at spinde fint paa, 216 Bobiner, som bestyres af en Spinder med to Knytttere, og frembringer i Middeltal 80 Pund Traad af No. 30, i 11 Arbeidstimer. Saaledes ere 3 Mennesker herved istand til at frembringe den samme Mængde Garn, som 216 Personer paa Haandteen eller Spinderok, og enhver Traad frembringes hastigere end ved Spinderskens Fingre. Hvilken uhyre Fordeel af de Midler, Geometrien forskaffer, til at danne cylindriske Traade, med nægtig samme Diameter, af Plantetrevler, snoede i Spiraler.

Disse Forklaringer blive tydeligst ved at forevise Spinderokke og, om mueligt, Spindemaskiner.

Silken, saaledes som Ormen frembringer den, er bøiet i Spiral om en Omløbs-Overflade, man kalder Cocon. Det første Arbeid bestaaer i at afvikle Traaden af denne Cocon, og oprulle den paa en Spole; derpaa giver man den den første Grad af Snoning, ved at lade den gaae over paa en anden Spole. De saaledes forberedte Traade snoes først i een Rætning, saaledes, at alle Puncterne, som før Snoningen vare i lige Linie paa deres cylindriske Overflade, nu danne en Spiral. Man forener disse Traade 2 og 2, 3 og 3, endog 4 og 4, ved at give dem en anden Snoning, modsat den første (ved at tvinde dem). Denne anden Snoning opløser tildeels den første,

og bøier Traadene i Spiraler til hverandre; i denne Tilstand faaer Silken Navn af Organsin.

Den beskrevne Fremgangsmaade ligner den, man anvender for at slaae Toug af Hamp.

Formedelt de to Snoninger stræbe Delene af hver enkelt Traad at udrette sig i een Retning; og de sammenlagte Traade bestræbe sig for det Samme i den modsatte Retning. Herved fremkommer en Ligevægt mellem begge Snoninger, som forhindrer enhver Opsnoring, naar man ikke meer virker paa dem ved udvortes Kraft. Omstændeligere Forklaringer herover slaae ind i Læren om Kræfter, og ligge uden for den simple Geometries Grændser.

Af Hampen spinder man først enkelte Garn, snoede i een Retning; derpaa lægger man flere af disse sammen, og snoer dem i den modsatte Retning, for deraf at danne simpelt Tougværk, som man kalder Liner. Man slaar igjen 2, 3, 4 Liner sammen ved en Snoring, modsat den 2den, d. v. s. i samme Retning som den 1ste, for at danne Trosser. Af disse Trosser slaar man 3 eller 4 sammen i den 2den Retning, for at danne Kabeltoug. Af 3 eller 4 saadanne Kabler slaar man de svære Kabeltoug.

Ukertougene paa Skibene ere kabelslagene; Wanterne og de løbende Redskaber ere trosseslagene.

For nogle Aar siden have Engellænderne udtænkt findrige Midler til at frembringe de forskjelligte Snonin-

ger i Tongværk ved Maskiner. *) Den geometriske Regelmæthed i disse Maskiners Bevægelser har frembragt de heldigste Virkninger; saa at man nu ved en fuldkomnere Bearbejdning kan erholde samme Styrke af en Trediedeel, ja endog mindre Material, efter Tongværkets Tykkelse og Natur. Dette er eet af de skønneste Exempler, man kan anføre paa Fordelen, man har af at sætte videnskabelige Midler istedetfor simpelt Haandarbeid.

Reebflagerne burde tage dette i moden Overveielse, paa Grund af den dobbelte Fordeel, samme yder: at spare meget Material, og levere bedre Fabricat. See 2den Deel, Maskiner.

Der staaer endnu tilbage at tale om et Slags fordreiede Overflader, som anvendes saavel i den borgerlige og Skibsbygningskunsten, som i Maskinbyggeriet: nemlig spirale Overflader, frembragte ved Bevægelsen af en ret Linie, eller en Cirkelbue.

Spirale Overflader af Trapper. Iblandt de forskjellige fordreiede Overflader, vi have undersøgt i 10de Forelæsning, ere Vindeltrappernes spirale Overflader.

Den spirale Overflade af Trappen i et rundt Taarn, dannes ved Bevægelsen af en ret horizontal Linie, hvis ene Ende støttes mod Axen af Taarnet, hvori Trappen

*) Belfour i Helsingør var maafee den første.

opføres, og hvis anden Ende følger en Spiral, afflagen paa Taarnets indvendige Side.

Gjør man alle Trinene i Trappen lige høie, er det indblysende, at de ogsaa maae have samme Brede, i ligestore Afstande fra Midtpunctet. Dersom altsaa ABC, Fig. 14, er Cirklen, som forestiller Trappens Huus eller Indfatning, saa maa enhver anden Cirkel, slagen fra samme Centrum, deles i ligestore Dele ved Trinenes horizontale Projection.

Den spirale Overflade af Archimedes's Skruer. Den spirale Trappe i et rundt Taarn er ikke andet end den archimediske Skruer, som kaldes saaledes efter sin store Opfinder. Vi ville noie undersøge Anvendelsen af denne Skruer til at hæve Vand, naar vi komme til de hydrauliske Maskiner (Se die Bind).

Dupin's Maade at forfærdige Skruen paa er følgende:

Først deles Omridset ABCD, Fig. 19, i saa mange ligestore Dele, som man vil anvende Træstykker til at danne en heel Spiralomgang. Deraf afrettes Prismen, hvis Grundflade ODC er Sectoren, som fremstiller een af de saaledes dannede ligestore Inddelinger, paa den cylindriske Overflade, der har DC til horizontal Projection; og en ret Linie drages hældende efter Retningen af Snekken, som den spirale Overflade antyder paa Cylinderen ABCD.

Radierne OD, OC deles i ligestore Dele Dd, dd'.... Ce, cc'; derpaa, med en Saug (Rundsaug), som altid holdes i lige Afstand fra de to Puncter C, D, skjæres de afrettede Træstykker saaledes: 1) at Saugstrøget paa den øverste Flade af Træstykket løber ud i D, naar det samme Strøg paa den underste Flade ender i C; 2) at et Strøg paa den øverste Flade løber ud i d, i d'..., naar det samme Strøg paa den underste Flade ender i c, c'.... Ethvert af disse Saugstrøg er Siden af en Polygon, som fremstiller Omridset af en spiral Linie, paa den spirale Overflade, man skal frembringe.

Med en meget lille Rundhøv, der, holdt bestandig i horizontal Retning, ikke standser uden ved Saugstrøget CD, og i Verticalen ved O, borttages efterhaanden det overflødige Træ, for at erholde den archimediske Skrues øverste Spiralslade.

Bed en Vinkel sættes derefter Samlingssiderne i OD og OC overalt i Vinkel med denne øverste Flade. Bed endeligen at drage paa Samlingssiderne og paa Omridset CD ligestore rette Linier i Undermodsatning til dem, som begrænse Skrues øverste Flade, dannes den nederste Flade ved samme Midler, som ere angivne for den øverste.

Her bemærkes, at en Lineal, høiet uden Anstregelse paa det cylindriske Omrids ABCD, saaledes, at den gaaer igjennem Puncterne C, D, angiver ved sit Omrids en fuldkommen Bue af Spiralen eller Snekken, hvilket

kan forskaffe stor Nøiagtighed ved Hjælp af den Tilnærmelse, vi nyligen have angivet, naar man gjør mange horizontale Saugstrøg, som paa den ene Side standse ved Aren O, og paa den anden ved Sneffegangen, draget ved den bøjede Lineal. Det er værd at lægge Mærke til, at Samlingerne, som arbeides i Vinkel med Spiralsladen, selv ere Elementer af en ligeartet Spiralslade, idet de sidste Overflader antyde paa Cylinderen med Cirkelslade Sneffegange, som overalt skjære de Sneffegange, der ere beskrevne ved de første Overflader, under ret Vinkel.

Vil man, at Oversiden af Stykkerne, hvoraf den spirale Opgang bestaaer, skal have Dannelse af en Trappe, maa man lade Oversiden OCD beholde sin plane horizontale Form, og den udvendige Side OD sin plane verticale Form, og kun bearbejde Samlingsfladerne og Trappens underste Overflade paa den i 10de Forelæsning angivne Maade.

Istedetfor at lade Trinene i en Bindeltrappe gaae lige til den hele Kjerne O, som i Fig. 14, affjævrer man dem ved Cirklen a'b'c', Fig. 15, som forestiller horizontalt en meget lidt over og under Trappetrinet fremspringende Kant af Træ eller Sten; saaledes ere aabne Bindeltrapper.

Man seer med Beundring adskillige Trapper af dette Slags, meget nøiagtigt udførte i de zierligste Kassehuse i Paris. Disse Trapper, der ikke synes at hvile

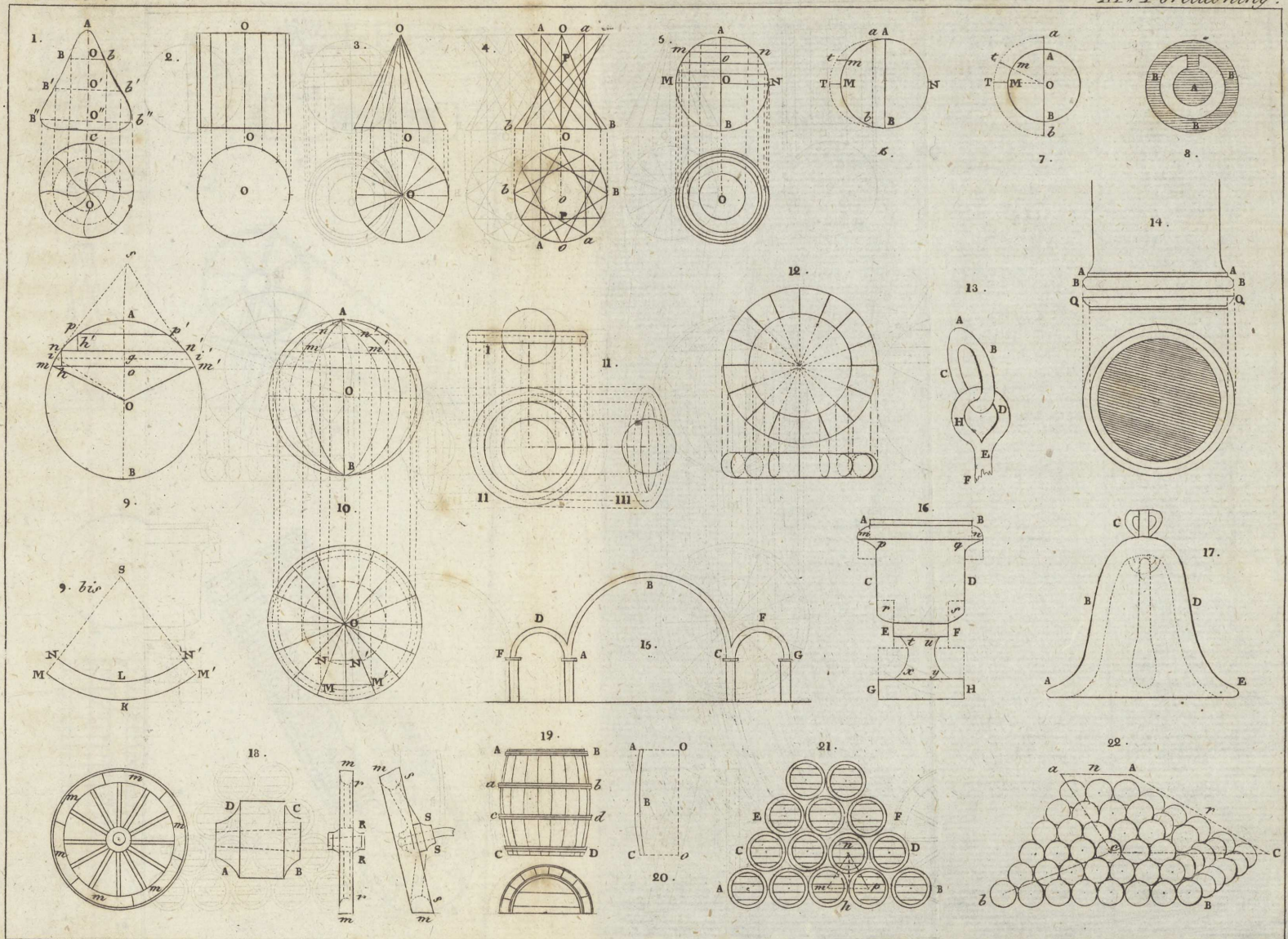
paa Noget, overraske Synet behageligt ved deres Driftighed og Lethed.

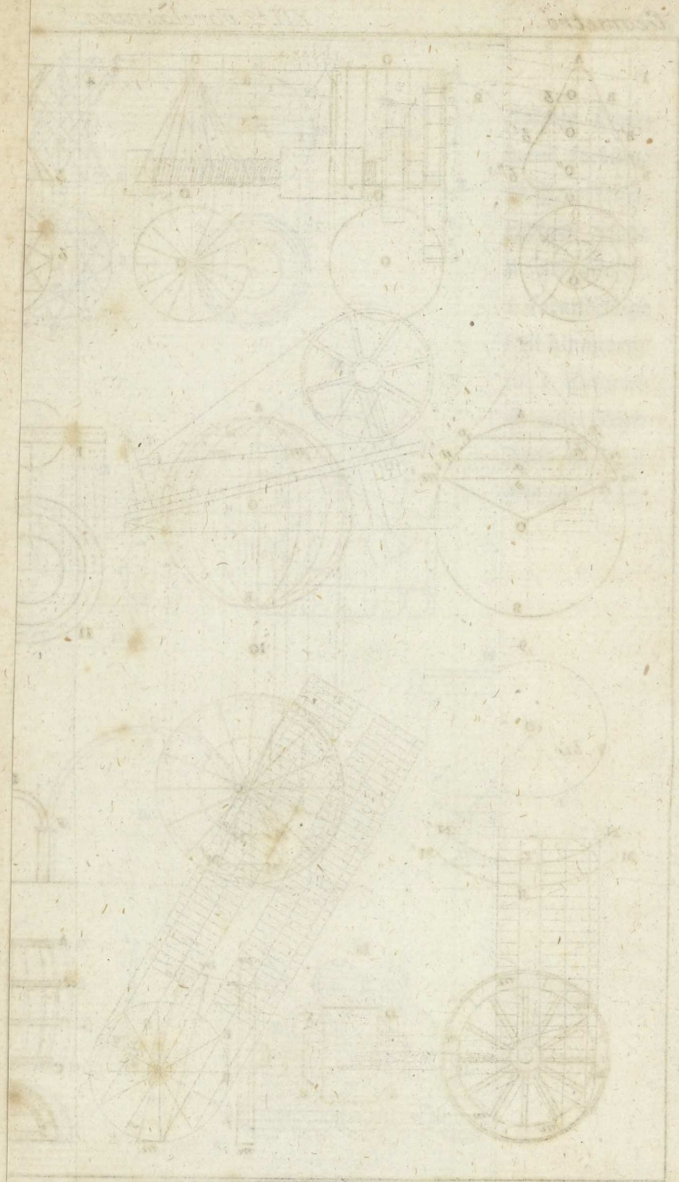
Der gives aabne Vindeltrapper, Fig. 16, hvis Huus ikke er cirkelrundet.

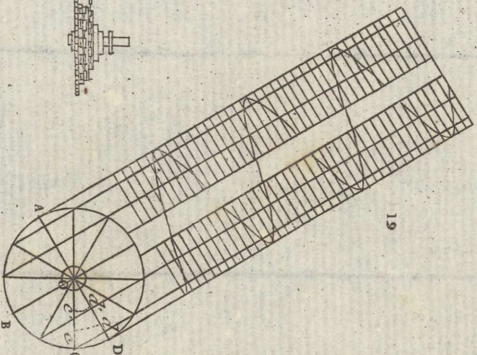
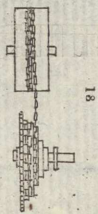
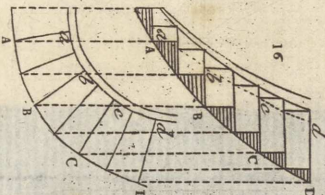
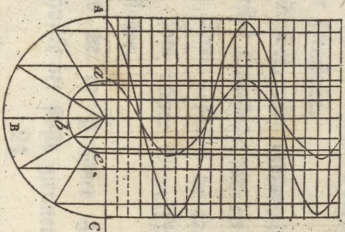
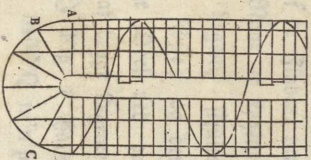
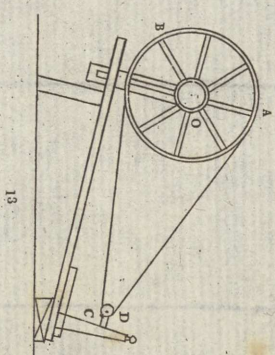
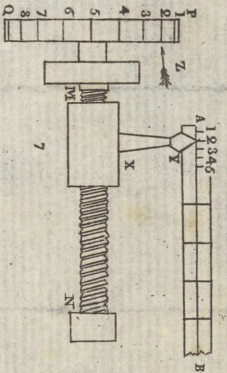
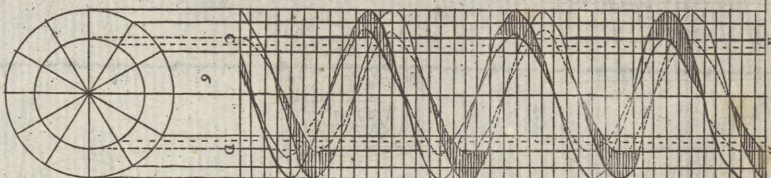
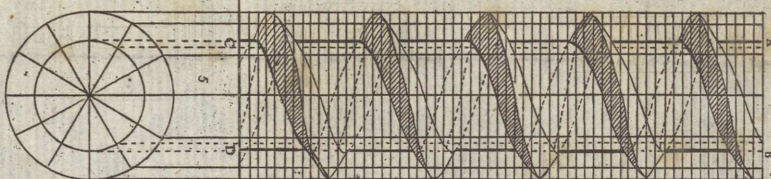
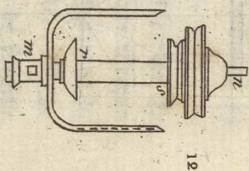
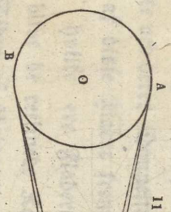
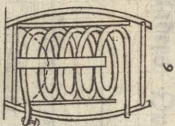
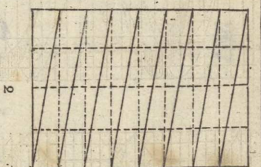
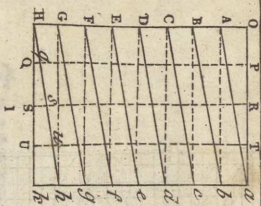
Hvorledes end Grundfladen ABCD, Fig. 16, af den Cylinder, som forestiller Trappens Huus, er beskaffet, afflaaer man altid paa Omridset af Huset en Snekke eller Spiral, som gaaer frem i Retningen af Omridset ABCD, forholdsmæssig til Størrelsen af dens verticale Stigning. Derpaa drager man fra ethvert Punct i denne krumme Linie en Horizontal Aa, Bb, Cc, vinkelret til Cylinderen, hvis Grundflade er ABCD. Man gjør $Aa = Bb = Cc \dots$, og drager abcd, som ogsaa er en Spiral; saaledes erholder man det indvendige Omrids af den aabne Snekke, som danner Trappen. Udførelsen af enhver Deel af den spirale Overflade eller Trappen, har nu ikke større Vanskelighed, end ved den 14de og 15de Figur.

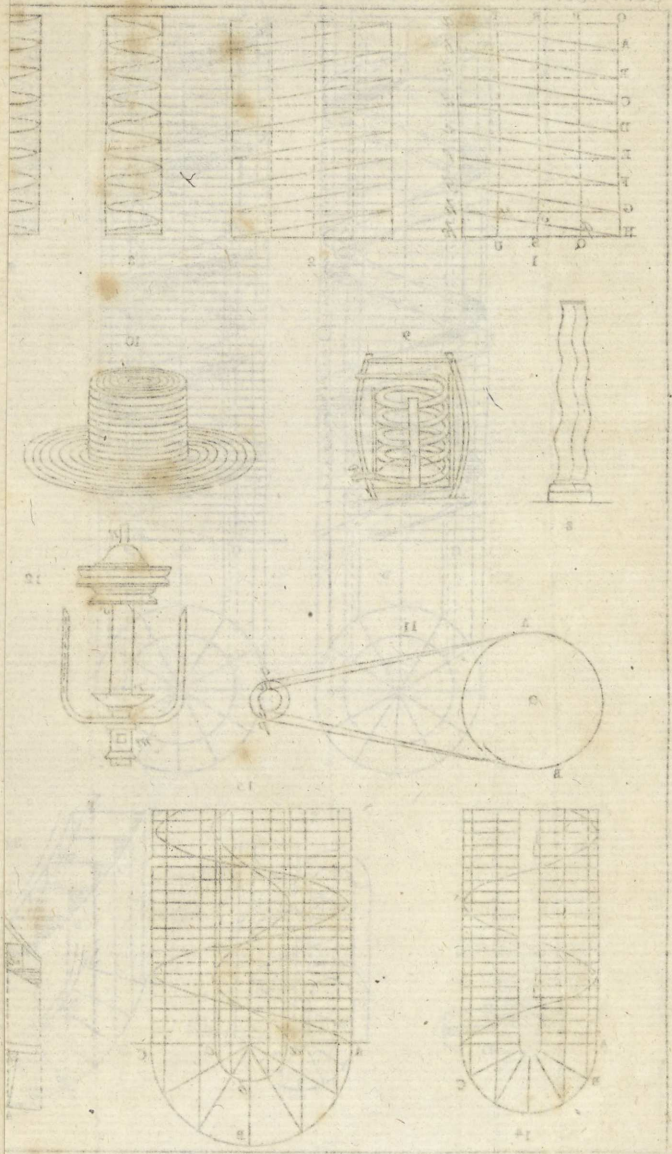
Vil man give en Trappe særdeles Fasthed, begrænses man ofte dens underste Overflade ved en Cirkelbue, Fig. 17, i en vertical Plan, hvis Diameter er Spiralens horizontale Frembringelses-Linie, støttet paa den ene Side mod Trappehusets Axe, og paa den anden til den paa Trappehusets indvendige Omrids dragne Spiral. Man danner paa denne Maade en spirale Overflade, der overalt har det samme Gjennemsnit.

I nogle Kunster udfordres at skjære spirale Overflader i Trappegange paa en Kegel. Uhrmagerne forbinde en saaledes i Trappespiral fæstet Kegel med Fjederhuset, Fig. 18. En meget fin og kunstig forfærdiget Kjedesnoer sig med sin ene Ende snekkeformig om Fjederhuset, og med den anden om Spiralkeglen. Det foranderlige Forhold af Cylinderens og Kegle's Diametre til hinanden, i forskellige Høider, erstatter Formindskelsen i Fjederens Kraft, efterhaanden som den affpændes, og gjør Virkningen lige. Dette vil lettere forstaaes, naar vi have udviklet Grundsetningerne for Maskinbygningen. Det Vind.









Trettende Forelæsning.

Gladers Overskjæring.

Naar to Glader skjære hinanden, kaldes Rækken af de Puncter, de have tilfælleds, deres Overskjæring; hvilken bliver en ret eller krum Linie, efter Dannelsen og Stillingen af Gladerne.

Paa Legemer, som indsluttes af Glader, der ere adskilte ved deres Dannelse og Retning, frembyde Grændserne af disse Glader fremspringende eller indadgaaende Linier, hvilke ere Gladernes Overskjæringer. Saaledes blive de retlinede Kanter, som adskille de forskellige Sider af Prismet eller Pyramiden, Overskjæringer af de Glader, disse Sider frembyde.

Naar et Legem gjennembryder, eller indsættes i et andet Legem, skjules det førstes Overflade for en Deel i det sidste; og den skjulte Deel adskilles da fra den synlige Deel ved en Linie, som bliver Overskjæringen af begge Legemers Overflader.

I Fig. 1 have saaledes de to Prismer ABCD abcd, MNPQ m'n'p'q', af hvilke det sidste gjennembry-

der det første, Omridset mnpq, som adskiller den synlige Deel fra den skjulte, til Overstjæring.

Til Bestemmelsen af den horizontale og verticale Projection af Fladers Overstjæring, forsyner den beskri vende Geometri os med lette Metoder, hvis idelige Studium er særdeles nyttig, og iværksættes bedst ved flittig Tegning af en stor Mængde Fladers Gjennemstjæring. Vi ville i denne Henseende lade os nøie med, at angive Videnskabens almindelige Gang.

Planers Overstjæring være vort første Studium.

For at fremstille Overstjæringen af to Projectionsplaner, hvoraf det ene er verticalt og det andet horizontalt, deler man Papiret i to Dele, ved en horizontal Linie AB, Fig. 2. Den Deel af Papiret, som er ovenfor denne Linie, forestiller det verticale Projectionsplan, og den under Linien værende Deel det horizontale Projectionsplan. Dette sidste er: i Almindelighed Grundplanet. Begge Planers Overstjæringslinie AB kaldes sædvanligen Grundlinien eller Projectionsaxen.

For at gøre Fremstillingen fuldkommen, burde man bukke Papiret i Vinkel, saaledes, at AB angav Foldens Retning, og at den under samme værende Deel af Papiret blev horizontal, medens den over samme værende Deel forblev vertical. Dette bør man idetmindste gøre i Tanterne; thi saaledes gør vor Indbilledningskraft, naar man paa to Planer fremstiller Gjen-

stande, hvis Stilling er os bekjendt. Saaledes see vi, under Grundlinien, Plan: eller Grundtegningen af en Bygning, og, over samme, Opstalten af Bygningen, med sine Døre, Vinduer, etc. Sely naar Papiret, hvor: paa man har udkastet Grundtegningen og Opstalten, findes lagt paa et horizontalt Bord, rette vi dog i Tanterne Stillingen af Opstalten, og see den vertical. Slog man derimod Tegningen op paa en Bæg, vilde Grundtegningen ikke desuagtet forekomme os horizontal, saafremt den fremstillede Parterrer, Hauger, etc.

For at angive Beliggenheden af et Punct, som er udenfor begge Projectionsplanerne, drager man to rette Linier fra Punctet: den ene perpendiculair paa det verticale, den anden lodret mod det horizontale Plan, og antyder Beliggenheden af disse Perpendiculairers Fodpuncter paa Projectionsplanerne.

For hastigt og let at faae et Begreb om denne Fremstillingsmaade, ville vi antage **P** at være et i Rummet givet Punct, som skal aflægges paa Tegningen, og antyde dets verticale Projection ved **P_v**, Fig. 2, og dets horizontale Projection ved **P_h**. Saaledes skulle i det Følgende de enkelte Bogstaver **v** og **h**, satte ved Foden af eet eller flere andre Bogstaver, angive den verticale eller horizontale Projection af Puncter, Linier, Glader og Legemer, betegnede i Rummet ved disse sidste Bogstaver.

Igjennem Punctet P , Fig. 2 og 2 bis, beliggende i Rummet, lægge vi et paa Grundlinien AB lodret Plan, da vil dette tillige staae perpendicular paa begge Projectionsplanerne, og indeholde de fra Punctet P lodret faldende Linier, den ene paa det verticale Projectionsplan, den anden paa det horizontale. Danner man en Rectangel, Fig. 2 bis, af disse to Perpendicularer PP_v , PP_h , som ere Overskæringslinierne af det Plan, hvori de ligge, og det verticale og horizontale Plan, erholdes $MP_v = PP_h$, $MP_h = PP_v$. Dreier man endeligen det horizontale Projectionsplan, for at bringe den horizontale Projection paa det samme Papiir, som indeholder den verticale Projection, ville MP_v og MP_h under denne Bevægelse ikke ophøre at være perpendicular paa Overskæringslinien AMB af Projectionsfladerne. Naar altsaa to Puncter P_v og P_h , Fig. 2, ere den verticale og horizontale Projection af eet og samme Punct P , da maa den rette Linie $P_v P_h$ være perpendicular paa Grundlinien AB .

MP_v er Afstanden af Punctet P fra Horizontalplanet, og MP_h er Afstanden af Punctet P fra Verticalplanet.

Projectioner af den rette Linie. Naar en Række af Puncter danne en ret Linie PQ , saa frembringe alle de Perpendicularer, som fra disse Puncter nedfalder paa Projectionsplanerne, et tredie Plan, som overskærer ethvert af de to andre efter en ret Linie. Har man derfor blot Projectionerne P_v og P_h , Q_v og Q_h , Fig. 3, af

begge Endepuncterne af en ret Linie, saa har man, ved at forene Puncterne P_v og Q_v , P_h og Q_h med rette Linier, to Projectioner af den rette Linie PQ . Det er Planernes Gjennemskjæringer, som frembringe disse Projectioner.

For at fremstille et Plan efter denne Projectionsmethode, betjener man sig af følgende Fremgangsmaade.

Planet, man vil fremstille, skjærer ethvert af Projectionsplanerne efter en ret Linie, og det skjærer paa eensgang disse to Planer i et Punct M , Fig. 4, beliggende i Grundlinien. Gjennemskjæringerne PM , MQ af et Plan PMQ med dets to Projectionsplaner, kalder man Planets Rids.

Et Plans Stilling bliver fuldkommen bestemt ved Beliggenheden af to rette Linier, som ligge i det. Altsaa ere et Plans tvende Rids tilstrækkelige til at angive dets Stilling.

Vi ville nu udfinde den verticale Projection p_v , Fig. 4, af et Punct p i Planet PMQ , naar man kender Punctets horizontale Projection p_h . Da begge Projectionerne p_v og p_h af Punctet p nødvendigens maae ligge i een Perpendicular paa Grundlinien, søge vi den. Vi drage igjennem Punctet p , paa Planet PMQ , en horizontal Linie, som vil være ligeløbende med det horizontale Rids PM , ligesom ogsaa dens Projection $p_h m_h$ vil blive parallel med PM . Men Punctet m_h , som ligger i Grundlinien AMB , kan ikke høre uden til et

Punct m_v i det verticale Projectionsplan. Altsaa indeholder den til AB perpendiculaire Linie m_h m_v , Punctet m_v , hvoraf m_h er den horizontale Projection. Dette Punct ligger ogsaa i Ridsen MQ , altsaa i m_v . Drag endeligen $m_v p_v$ parallel med AMB , forestiller denne Linie Projectionen af mp paa Verticalplanet. Altsaa besinder den verticale Projection af Punctet p sig paa eengang i $m_v p_v$ og i $p_h p_v$, og maa folgelig være Punctet p_v , som er Overffjæringen af disse to rette Linier. Altsaa er p_v den verticale Projection af et Punct, hvis horizontale Projection er p_h .

Lader os antage, at Ridsene MP og MQ , SR og ST , Fig. 5, af to Planer ere givne, og man forlanger disse to Planers Overffjærlingslinie. 1. Punctet D_v , som begge Verticalridsene have fælleds, hører til denne Overffjærling, og da det ligger i det verticale Projectionsplan, projicerer det sig i D_h paa Grundlinien AB . 2. Punctet E_h , som begge de horizontale Rids have tilfælleds, hører ogsaa til de to Planers Overffjærling, og da det ligger i det horizontale Projectionsplan, bliver E_v dets verticale Projection paa Grundlinien. Vi have altsaa her to Puncter i den rette Linie, efter hvilken Planerne sfjære hinanden, nemlig: det første Punct D_v , D_h , det andet Punct E_v , E_h . Projectionerne af den rette Linie, hvortil disse to Puncter høre, ere føl-

geligen de to rette Linier $D_v E_v$, $D_h E_h$; den søgte Overffjæring er saaledes funden.

Projectioner af en Polygon. En hvilkenksom helst Polygon $ABCDE$, Fig. 6, begrændset af rette Linier, har til Projectioner to Polygoner af det samme Antal Sider $A_v B_v C_v D_v E_v$ og $A_h B_h C_h D_h E_h$, hvis tilsvarende Hjørner ligge i de samme Verticaler $A_v A_h$, $B_v B_h$, etc.

Da Overffjæringslinien af to Planer altid er en ret Linie, hvis Projectioner ligeledes ere rette Linier, saa følger deraf, at et Legem, begrændset af plane Flader, ogsaa maa have retlinede Kanter, som ere Overffjæringslinierne af dets Grændseflader. Man fremstiller et saadant Legem, ved paa Papiret at tegne rette Linier, der ere Projectionerne af dets Kanter. Hjørnerne, som ende enhver Kant, ligge paa samme Vertical i begge Projectionsfladerne.

Saaledes er i Fig. 7 fremstillet den horizontale og verticale Projection af en Pyramide $SABC$ ved Projectionerne af dens Kanter; de tilsvarende Hjørner ere projicerede i S_v og S_h , A_v og A_h , B_v og B_h , C_v og C_h , paa de rette Linier $S_v S_h$, $A_v A_h$, $B_v B_h$, $C_v C_h$, som ere perpendiculaire paa Grundlinien MN .

Ved Planers og rette Liniers Overffjæringer lærer den beskrevende Geometri os at bestemme: Længden af en ret Linie, hvis to Projectioner man kjender; Over-

fladen af en Plan:Figur, som er givet ved begge Projectionerne af dens Omrids; Vinklen, som dannes af to rette Linier, hvis Projectioner ere bekjendte; Vinklen, dannet af to Planer, hvoraf man kjender de horizontale og verticale Rids; den korteste Afstand mellem to rette Linier, givne ved deres Projectioner; Vinklen, som en ret Linie, givet ved sine Projectioner, danner med et Plan, hvis Rids ere givne, etc. I en Forelæsning over Linietegning bør man lære Eleverne Opløsningen af disse Problemer.

Af disse Opløsninger ville Kunstnerne kunne gjøre en Mængde Anvendelser i de vigtigste Kunster: i Bygningskunsten, Steenhuggeriet, Huus- og Skibsbygningsvæsenet, Maskinbyggeriet, etc.

De ville ikke alene kunne forfærdige Grundtegninger og Opstalte af Bygninger, Skibe, Maskiner; men de ville ogsaa letteligen kunne gjøre Gjennemsnit eller Profil af disse Gjenstande, efter hvilket som helst Plan. Planen af dette Gjennemsnit vil, ved at møde rette Linier, som ere givne ved deres horizontale og verticale Projectioner, frembringe de Puncter og Vinkler, som de skulle bestemme. De forskjellige Planer, givne ved deres Rids, ville faae en ret Linie til Overflæjring af Gjennemsnitsplanet. Lærlingerne ville kunne bestemme disse rette Linier, og frembringe en tro og fuldstændig Fremstilling af alle de Dele i en Bygning, som ei ere frumlinede.

Huustømmermanden f. Ex. vil nøiagtigt kunne fremstille alle Delene af Tømmerværket i et Guld og i et fladt Tag. Ved Affnit og Gjennemsnit erholder han Formerne og Dimensionerne af ethvert Stykke Tømmer: Bjelke, Stander, Sparre, etc. Disse forskjellige Stykker begrændses af plane Sideflader og retlinede Kanter; han vil kunne tegne Projectionerne af disse Kanter. Disse forskjellige Stykker støde til hverandre, og Linierne, som betegne Sammenstødningsstederne, ere Overstjæringerne af de i Berøring værende Tømmerstykkers plane Sider. Han vil kunne bestemme disse Gjennemstjæringer efter de simple Methodes, vi have forklaret. Endeligen, dersom Tømmerstykkernes Sideflader ikke overalt ere i Vinkel, vil han kunne maale de Vinkler, som de forskjellige Sider af eet Stykke danne indbyrdes, og med de tilstødende Sideflader af de forskjellige hosliggende Stykker. Han vil ligeledes kunne finde Retningen, Længden og Bredden af hver Sideflade af de forskjellige Stykker.

Ved at følge denne Methode vil uden tvivl enhver god practisk Tømmermand være istand til, ved Hjælp af Projectioner og Gjennemsnit, at kunne med Nøiagtighed bestemme alle de retlinede Dele af Tømmerværket i en Bygning. — Man seer heraf, at en øvet Tømmermand, som med Indsigt og Nøiagtighed regner alle sine Stykker og deres Samlinger, maa besidde meget udstrakte geometriske Kundskaber. Det er lidet magtpaaliggende, om

han ikke giver Linier, Flader og Legemer de af Professorene valgte, og i Bøger optagne, Navne, kun at Sagen i Grunden bliver den samme. Videnskaben har ikke mindre Nytte eller Værdi, fordi den læres i Folkesproget, uden lærd Omsvøb.

De samme Bemærkninger, vi have gjort med Hensyn til Tømmermandens Kundskaber, lade sig ogsaa anvende paa Steenhuggeren. Steenhuggeren maa give enhver af de Hovedstene, hvoraf en med Glid opført Bygning sammensættes, en saadan Form, at disse Steen, lagde ved Siden af, eller paa hverandre, i en Orden, som tilstøder fornøden Barighed og Fasthed, nøiagtigen frembringe de af Bygmesteren i sine Grundridse og Opstalte angivne Former. Ved at gaae ud fra horizontale og verticale Projectioner, deler Steenhuggeren Murene ved en Række af Skjærende Planer. Dannelsen af de hugne Steen bliver da bestemt: 1. ved de udvendige og indvendige Sidesflader af Murene; 2. ved de skjærende Planer, hvilke man kalder Samlingsplaner, fordi det er efter disse Planer, at de umiddelbart paa hinanden følgende Steen samles.

De hugne Steen til almindelige verticale Mure ere meget lette at aflaae; thi de ere ofte Parallelepipeder, hvis tilstødende Sider ere i Vinkel, og hvis modsatte Kanter ere parallelle. Men, naar Murene have Skraaning, og de danne skjæve Vinkler med hinanden, maa man give Stenene mere sammensatte Former;

man maa bestemme Vinklerne, som de hældende Flader gjøre med de horizontale Flader; Vinklerne af Kanterne, som følge Retningen af en Muur, med Kanterne, som følge Retningen af den tilstødende Muur, etc. Overstykket af Døre og Vinduer, hvorvel plane, dannes ofte af flere ved Siden af hinanden lagde Steen, som ere bredere foroven end forneden, at de ei skulle falde ved Virkningen af deres Tyngde. Man maa endnu bestemme Vinklerne af Kanterne og af Sidesladerne af disse Steen, og deres Dimensioner, etc. Alle disse Opgaver vil man kunne opløse ved Hjælp af Overskjøringer.

Man undervise Lærlingerne, hvad enten de ere bestemte til Bygmestere, Bygnings-Entrepreneurer, Poletere, etc., i at danne i Gips, efter forholdsmaessige Maal, Modeller af Hvalvinger, Døre, Vinduer, Trapper, etc., ved at give enhver Steen sin passende Dannelselse, og ved geometrisk at bestemme Samlingerne og Kanterne af enhver Steen. Man kan ikke nok anbefale lignende Øvelser. Det var at ønske, at man ved Underviisningen om Snittene gik frem efter den i disse Forelæsninger antagne Orden, fra plane Overflader til cylindriske, til coniske, udfoldelige, fordreiede og Omløbs-Overflader. Man burde ogsaa undervise i at forfærdige Modeller af Tømmerværk, Snedkerarbeid, etc., ligesaa velsom i Steenhugning. Dette Middel vilde gjøre Underviisningen mere frugtbringende og tillige hurtigere.

Overfjæring af rette Linier og Planer med krumme Overflader. Vi ville følge den samme Orden, i hvilken vi have undersøgt disse Overflader. Vi ville efterhaanden afhandle Overfjæringen af den rette Linie og Planet med cylindriske, coniske, udfoldelige, dreiede og Omløbs-Overflader, etc.

Cylinderens Projectioner. For at bestemme disse, beskriver man paa eet af Projectionsplanerne, f. Ex. det horizontale, Snittet, som fremstaaer ved Cylinderens Overfjæring af dette Plan. Da nu alle Cylinderens Sidelinier ere parallelle, maae deres Projectioner nødvendigen ogsaa blive parallelle. Har man altsaa, Fig. 9, bestemt Netningen $C_h c_h$, $C_v c_v$ af to Projectioner af een Sidelinie, vil man selvsigende derved have bestemt Projectionerne af alle de andre Sidelinier. Almindeligen lader man sig nøie med, saavel i den horizontale som verticale Projection, at antyde de yderste Sidelinier $A_v a_v$ og $E_v e_v$, $B_h b_h$ og $D_h d_h$.

Overfjæring af Cylinderen og et Plan. Vi vide, hvorledes man bestemmer Overfjæringen af en ret Linie og et Plan, naar man kjender Ridsene af Planet, og Projectionerne af den rette Linie. Foretager man dette med flere af Cylinderens Sidelinier, vil enhver Kant give et Fjæringspunct, som man kan projicere horisontalt og vertikalt. Hele Samlingen af disse Puncter danner en horizontal og en vertical krum Linie,

hvilke ere begge Projectionerne af den søgte Overskjeriing.

I Kunstarbeider er det meget almindeligt at afslaae Overskjeringslinierne paa selve Overfladerne, ved at stille den ene mod den anden. Vi ville antage til Exempel, Fig. 10, at Cylinderen er et Rørrør, som allerede har faaet sin cylindriske Skikkelse, og at Planet er en Blikplade, som Røret skal gaae igjennem. Man stiller da Røret i den Retning, det skal have, men holder det saameget tilbage, at det ikke støder an mod Planet, det skal gaae igjennem. Derpaa lægges en Lineal langs med Cylinderen, netop i Retningen af Overfladens Side: linier, og føres saaledes frem eller tilbage, at den med dens ene Ende berører Pladen. Endeligen bemærker man, ved enhver ny Stilling, Linealens Berøring paa Pladen; Samlingen af de saaledes bestemte Puncter vil da være den krumme Linie, hvorefter de to Overflader skjære hinanden.

Antage vi, at man har affat en uforanderlig og passende Længde paa Linealen, fra den Ende, som altid berører Pladen, og at man under enhver Berøring mærker, ved et nyt Punct, Stedet paa Cylinderen eller Røret, hvor Maalet ender, da vil Rækken af disse saaledes antydede nye Puncter danne en krum Linie; dette er Cylinderens Overskjeriing med et Plan. Bevæge vi enten Pladen eller Cylinderen fremad, parallel med sin første Stilling, da vil, ifølge Ligestorheden

af Paralleler, indsluttede mellem Paralleler, begge de krumme Linier, vi have afflaget, den ene paa Pladen, den anden paa Cylinderen, svare nøiagtigt til hinanden, og falde sammen. Naar disse to krumme Linier ere afslagne, skjærer man efter deres Omrids, enten Cylinderen eller Planet, eller begge Overflader paa eengang, alt efter det Brug, hvortil disse Overflader ere bestemte.

Denne Maade har den Fordeel at være nøiagtig, hvilken Dannelsen end Cylinderen har, og selv naar Pladen, istedetfor at være plan, har hvilken som helst krum Skikkelse.

Anvendelse i Skibsbyggeriet. Skibstømmermændene anvende denne Maade, for at afflaae den krumme Linie, som fremstaaer ved Gjennemskjæringen af Stavnens og Dækkens krumme Overflader med Mastens Overflade, og for at danne Tjffene.

Anvendelse af Cylandres Overfskjæringer paa Slagsfygger. Naar en af skarpe Kantter begrændset Overflade opfanger Solens Straaler, og man igjennem ethvert Punct i Omridset af denne Overflade drager en Parallel med Solstraalerne, ville alle disse Paralleler danne en Cylinder, som paa den anden Side af Overfladen adskiller den beskyggede og den belyste Deel. Besfinder sig bag Cylinderen et Legem, ganske indhyllet i denne Skygge, da er Solen aldeles skjult eller formørket af den Overflade, som kaster Skyggen. Ligger kun en Deel af Legemet i Skyggen, og man bestemmer

Overfjæringen af dette Legems Overflade og Cylinderens Overflade, vil den saaledes bestemte krumme Linie, adskille Legemet's beskyggede Deel fra den belyste Deel. Man erholder saaledes en Grændselinie mellem Skygge og Lys, paa det uigjennemsigtige Legem, ved Hjælp af den krumme Linie, som fremstaaer ved Overfjæringen af Legemet's Overflade og Cylinderen, som i Rummet antyder Grændsen af de Solstraaler, det uigjennemsigtige Legem opfanger.

Lader os tage en Lineal og holde den altid parallel med Solstraalerne. Lader os støtte denne Lineal med den ene Side mod den Overflade, som kaster Skygge, med den anden mod det tildeels belyste Legem. Enhver Stilling af Linealen vil da antyde et Punct paa dette Legem, og Samlingen af disse Puncter blive Grændselinien mellem Skygge og Lys.

Det er nødvendigt at Tegnere, Malere og Gra: veurer danne sig et nøiagtigt Begreb om Cylinderne, som projicere Legemernes Skygge. Det vil være dem yderst gavnligt, ved Hjælp af Projectionsmethoden, at kunne bestemme med Nøiagtighed Skikkelsen af Slag: skyggerne, som kastes af flere Legemer, hvis Stilling og Dannelse er forskjellig, paa andre Legemer, ligeledes forskjellige i Form og Stilling. De ville paa denne Maade faae en sikker Erfaring om Sollysets Virkninger med Hensyn til Skyggernes Figur; og denne Kundskab vil ofte forebygge, at de gjøre sig skyldige i grove Feil,

som en Emule Geometri, anvendt paa deres Kunst, vilde lade dem undgaae.

Nøiagtighed i Slagfhyggerne er især nødvendig i Bygningstegninger, hvori alle de fremstillede Gjenstande: Mure, Støiler, Hvelvinger, etc., have strenge geometriske Former. Det er da nødvendigt, at Bygmesteren, som vil fhygge sine Planer, og saaledes bedømme Virkningerne af Skygge og Lys, som hans Forbindelser bør frembringe, har vænnet sig til, at bestemme alle Slagfhyggerne med den samvittighedsfuldeste Nøiagtighed.

I Bygnings- og Maskintegning antager man, at Solstraalerne falde ind fra Venstre til Høire under en Vinkel af 45° . Optrækker man blot Gjenstandene, uden Farveanlægning, da antyder man Omridsene af de Sideflader, som ligge i Skyggen, ved grovere Streger, og Omridsene, som kun adskille de belyste Sideflader, med finere Streger. Denne simple Antydning er tilstrækkelig, til at give Begreb om de ophøiede og fordybede Dele, som man uden dette vilde forverle paa de simple Linietegninger.

Saaledes adskiller man, Fig. 11, ved det blotte Syn af Skygge og Lysstregerne, øiebliffeligen i ABCD en ophøiet, og i abcd en fordybet Indfatning. Det er vigtigt, at Eleverne, som tegne Bygninger og Maskiner, vænne sig til at antyde med Indsigt de fine og grove Streger, da man ved at forverle disse, vil antage Det for ophøiet, som er fordybet, og omvendt.

Anvendelse paa Perspectivet. Naar man vil bringe en fkygget Bygningstegning i Perspectiv, maa man bestemme Foreningspuncterne af alle de parallelle Straaler, efter den almindelige Methode, som er forklaret i den 9de Forelæsning. Har man Perspectivet af et hvilket som helst Punct *), og paa Tegningen forener dette Punct med Solstraalernes Foreningspunct, saa erholder man Perspectivet af Straalen, som gaaer igjennem det givne Punct, eller, dersom Punctet er uigjennemsigtigt, da Perspectivet af Slagskyggen, som dette Punct giver. En hvilkensomhelst krum Linie, bragt i Perspectiv, vil faae til Slagskygger en Række af rette Linier, hvilke alle ende i Foreningspunctet, ligesom Sideliniernes af en Kegel.

Overfjæringer af Keglen og Planet. Disse Overfjæringer, som man i Særdeleshed kalder Keglesnit, naar man har at gjøre med en cirkelrund, fjev

*) I Almindelighed antager man Billedplanet PQM, Fig. 8, verticalt. Ere da $X_v S_v$ og $X_h S_h$, begge Projectionerne af en ret Linie, og x_h Overfjæringen af $X_h S_h$ med Planets horizontale Rids, har man kun nodig at drage Verticalen $x_h x_v$; ax_v vil da være Hoiden af Punctet paa en Vertical, draget fra x paa Tegningen. Denne Fremgangsmaade vil være tilstrækkelig til at bestemme Overfjæringen af enhver Straale, draget fra Synspunctet, og folgelig Perspectivet af alle Puncterne i en given Figur.

eller ret Kegel, ere af høieste Vigtighed for Videnskab og Kunsterne. Deres Undersøgelse alene udgør, ligesom Trianglernes, en særskilt og betydelig Green af Geometrien; den er saa at sige Overgangen fra den elementaire (simple) til den høiere Geometri.

Vi kunne her kun med faa Ord angive Keglesnittenes væsentligste Egenskaber og deres fornemste Anvendelser.

Man bestemmer de horizontale og verticale Projectioner af Keglen's Overskjæring med Planet, ligesom man har gjort ved Cylinderen; nemlig ved at bestemme den horizontale og verticale Projection af Gjennemsnittspuncterne af Planet og Keglen's Sidelinier. Den krumme Linie, som paa enhver af Projectionssladerne gaaer igjennem de saaledes bestemte Puncter, er den søgte Projection.

Lader os tage den simpleste og meest regelrette Kegel: den rette, cirkelrunde Kegel, Fig. 12. Skjæres Keglen med Planer, som ere parallelle med Grundfladen, da blive Snittene Cirkler, ligesom Grundfladen. Vi have allerede i det Foregaaende forklaret Cirklen's og dens Omfreds's Egenskaber. (Se Forelæsning.)

I. Ellipsen. Gjennemskjærer man Keglen med et Plan PQ, Fig. 12, skjævt paa Axen, og saaledes, at Planet skjærer alle Keglen's Sidelinier, bliver det derved frembragte Keglesnit en Ellipse, som er en lukket eller i sig selv tilbageløbende krum Linie. Følgende ere Ellipsens fornemste Egenskaber.

Den har et Midtpunct O , Fig. 13, og to Aker AB , CD , som skjære hinanden under en ret Vinkel. Enhver Linie SOT , draget fra et Punct S i Ellipsen, igjennem Midtpunctet O , til et andet Punct T i samme Ellipse, deles af Midtpunctet i to ligestore Dele; den er selv en Diameter, og deler Ellipsen i to Dele, hvoraf den ene nøiagtig kan dække den anden, naar de behørigen vendes om.

Enhver af Akerne deler Ellipsen i to symmetriske Dele. Ligeledes deles enhver Perpendiculair MPN paa Aken AB , af denne i to ligestore Dele PM , PN . Følgelig ville, naar vi dreie Halvellipsen ACB om AB , som Hængsel, alle Puncterne i Omridset ACB falde umiddelbart paa Puncterne i Omridset ADB .

Er Midtpunctet i Ellipsen tillige Midtpunctet i en Cirkel, som har AB til Diameter, og vi forlænge OD og PN til d og n i Cirklen, saa forholder sig altid $OD:Od = PN:Pn$, ved alle rette Linier PNn , som ere ligeløbende med Aken CD . Ellipsen kan saaledes betragtes som en Cirkel, forholdsmaessigen fladtrykt i alle dens Dele.

Omvendt, beskriver man Cirklen CbD , Fig. 13 bis, om den lille Ake CD som Diameter, erhoder man følgende Proportion, for enhver ret Linie FgG , som er perpendiculair paa Aken CD , og ender i g paa Cirklen og i G paa Ellipsen, Ob: $OB = Fg:FG$.

Saaledes kan Ellipsen, fra et anden Synspunct, betragtes som en Cirkel, forholdsmaessigen forlænget i alle sine Dele.

Man begjærer Projectionen paa et horizontalt Plan af en Cirkel, tegnet paa et hældende Plan, foreskillet ved den rette Linie AB, Fig. 14.

Lad ab være Projectionen af AB, medens o er Projectionen af Midtpunctet O; dersom man drager lodret paa ab, og gjør $oc = OC =$ Cirkelns Radius, saa vil den krumme Linie acbd blive Cirkelns Projection, og være en Ellipse. Thi drage vi hvilkens somhelst Perpendicular MN til Diametren AB af den paa Planet afslagne Cirkel, vil Horizontalen MN ligge i Cirkelns Plan, og følgelig være ligestor med dens Projection mn. Perpendicularerne mn ere saaledes blot bragte nærmere den store Axe oc, end Perpendicularerne MN ere ved Radien CO, nemlig efter Forholdet OM: om. Altsaa er Projectionen af en Cirkel ikke andet end Cirklen forholdsmaessigen sammentrykt i alle sine Dele; d. e. en Ellipse.

Naar en Cirkel projiceres paa et Plan, som ikke er parallel med samme, bliver saaledes Projectionen en Ellipse, og Ellipsens store Axe bliver liig Cirkelns Diameter.

Iblandt Ellipsens mangfoldige Egenskaber fortjener især een vor Opmærksomhed, formedelsk dens ligesaa hyppige som vigtige Anvendelse.

Mærker man to faste Puncter F og f , Fig. 15, ved to Stokke, til hvilke man binder en Snor, som er længere end Afstanden fra F til f , og udstrammer man derpaa Snoren formedelst en Nidseplæk, som føres først paa den ene Side fra F til f , og dernæst paa den anden Side fra f til F , saa vil den beskrevne krumme Linie være en Ellipse, hvilken ofte kaldes Gartner-Ovalen, fordi Gartneren paa denne Maade afridser Ellipserne i sine Blomsteranlæg.

Det er en meget mærkelig Egenskab ved Ellipsen, at i ethvert af dens Puncter C , danne begge de retlinede Dele af Snoren, FC og fC , samme Vinkel med den krumme Linie, eller med dens Tangent tCT .*)

*) For at bevise dette, sætte vi paa den forlængede FC , $Cg = Cf$, og trække fg . Derpaa drages Linien TCT retvinklet til fg , saa vil, da Straaliniene Cf og Cg ere ligestore, Vinklen $fCT = gCT = FCT$. Endvidere, for ethvert Punct t i TCT , er Summen af Afstandene $Ft + ft =$ den brudte Linie $Ft + tg$, større end den rette Linie $FCg = FC + fC$. Altsaa ligger Punctet t udenfor Ellipsen, og da det Samme kan bevises om hvert andet Punct end C , er folgelig Linien TCT en Tangent. Altsaa danner omvendt Tangenten til Punctet C i Ellipsen to ligestore Vinkler med de to radii vectores. Det samme Slags Beviis kan anvendes ved Parablen's Tangent, Pag. 322, og ved Hyperblen's Tangent Pag. 324.

Anvendelse paa Optiken. Erfaring har lært os, at en Lysstraale FC , som træffer en krum Linie eller Overflade ACB , tager en anden Retning Cf , eller, som man siger, reflecteres (tilbagekastes) efter Cf , saaledes, at begge Straalerne FC og Cf gjøre samme Vinkel med den krumme Linie eller Overflade. Naar derfor Ellipsen tilbagekaster Lysset, ligesom et Planspeil, da maa enhver Lysstraale FC , som udgaaer fra Punctet F , tilbagekastes efter Retningen Cf , som gaaer igjennem f .

Puncterne F og f kaldes Brændpuncter (foci); Linierne FC og Cf kaldes Brændstraaler (radii vectores). Saaledes ville alle Lysstraaler, som udsendes fra det ene Brændpunct, og kastes tilbage fra Ellipsens Omrids, gaae igjennem det andet Brændpunct.

Anvendelse paa Akustiken, eller Læren om Lydens Frembringelse og Forplantelse. Lyden forplanter sig ligesom Lysset i ret Linie, og tilbagekastes ligeledes i ret Linie, under en Reflections- eller Udfaldsvinkel, der altid er liig Indfaldsvinklen. Naar derfor Omridset af en Ellipse dannes saaledes, at den tilbagekaster Lyden, vil Lydstraalerne, som gaae ud fra Brændpunctet F , ved at kastes tilbage, samle sig i Brændpunctet f , som da bliver et Echo af F .

Man har bygget Værelser i elliptisk Form, Fig. 15, og Erfaringen har stadfæstet Theorien. Sæler man

saar sagte i Brændpunctet F, at man ei kan høres i en kort Afstand, f. Ex. i O, vil Virkningen af Echoet ikke destomindre gjøre de med lav Stemme i F udtalte Ord, meget tydelige og forstaaelige i det andet Brændpunct f.

Vi ville anføre en beklagelig Anvendelse af denne Egenskab ved Echoet. Grusomme Mennesker have bygget Fængsler, hvori de ulykkelige Fanger, lænkede i Nærheden af det ene Brændpunct F, ikke kunne fremsføre det mindste Ord, uden at man hører det i det andet Brændpunct f af en elliptisk Hvælving, adskilt fra F ved et Skillerum, som hindrede Fangen fra at see Fangevogteren, der var bestemt til at udsponere ham.

Planeterne's Baner omkring Solen ere Ellipser, i hvis ene Brændpunct Solens Midtpunct befinder sig. Tredive Aarhundreder's Granskning baade i Astronomi og Geometri, have været nødvendige for at opdage denne Erfarings: Sandhed, som har forberedt de største og skjønneste Fremskridt i den nyere Astronomi.

Dreier Ellipsen sig om den store Axe AFFB, Fig. 15, som gaaer igjennem begge Brændpuncterne, da opstaaer en Omløbs: Overflade, som besidder den Egenskab, at alle Lys: eller Lydstraaler FC, som udgaae fra Brændpunctet F, tilbagekastes efter rette Linier, som gaae igjen: nem det andet Brændpunct f.

Ligesom man med den i alle sine Puncter forholds: mæssigen forlængede, eller sammentrykte Cirkel, kan

danne alle Ellipser, saaledes kan man med Ellipsoiden, som opstaaer, idet man lader en Ellipse dreie sig om een af sine Aarer, udføre alle forlængede eller sammenstrykte ellipsoidiske Overflader. Det er tilstrækkeligt at vi angive Maaden, uden at gaae ind alle dens Enkeltheder.

Der gives en Maade at beskrive Ellipsen paa, ved en uafbrudt Bevægelse, som Kunstnerne undertiden anvende. Ere AOB, COD, Fig. 16, begge Aarerne, saa drager man den rette Linie $MN = OA$, og assætter paa Forlængelsen af samme $PN = OC$. Sagttages, at Punctet M stedse forbliver paa den lille Aare, som forlænges, om behøves, og Punctet N paa den store Aare, saa vil, naar man fører denne rette Linie frem eller tilbage, dens Endepunct P beskrive Ellipsen ABCD.

Man har forfærdiget Instrumenter efter denne Grundsætning, for at tegne en Ellipse i eet Træk; et saadant Redskab er Ovalpasseren.

I Journal de Pécole polytechnique, t. 13, findes forklaret i en Afhandling, hvorledes denne Afslagning ved en uafbrudt Bevægelse kan anvendes paa Tegningen af en hvilkensomhelst ellipsoidisk Overflade, formedelst en ret Linie, hvori tre bestemte Puncter altid forblive paa tre faste Planer, medens et fjerde, som man lader gaae frem eller tilbage i alle Retninger, beskriver en ellipsoidisk Overflade. Denne Fremgangs-

maade kan anvendes i Tegninger og Arbeider, som Bygningen af elliptiske Hvelvinger udfordrer.

II. Parablen, Fig. 17, fremkommer paa Keglen ABOba, naar den skjæres med et Plan QR, som er parallelt med een af Keglen's Sidelinier. Den er en krum Linie mnp, lukket i den ene Ende, aaben i den anden, og løbende i det Uendelige, hvorved dens to Grene nm og np meer og meer fjærne sig fra hinanden.

Parablen, MNP, Fig. 18, har kun een Axe NL, med Hensyn til hvilken begge dens Grene NM, NP ere symmetriske; den har eet Brændpunct F.

Lader os forlænge Axen, saa at NG bliver $=$ NF $=$ Brændpunctets Afstand fra Parablens Top, og igjennem Punctet G drage Linien XY retvinklet til Axen. Forlænge vi fremdeles den tilbagekastede Straale IK indtil H paa Linien XY, finde vi Punctet I i Parablen lige langt borte fra Brændpunctet og fra Linien XY, nemlig FI $=$

HI. Fæster man da en Snor i F, og skyder langs med XY en Vinkelhage, hvortil er anbragt en anden Snor, som bestandig holdes tæt op til samme; og man endvidere ligeligen forlænger disse to Snore, saaledes at FI stedse er $=$ HI, medens Vinkelhagen fjærner sig fra Axen, saa vil Punctet I gjenneumløbe Parablen.

Antager man, at Ellipsen forlænges meer og meer, da vokser Afstanden mellem dens Brændpuncter; og isaa: fald vil den Deel af Ellipsen, som ligger nærmest om

eet af Brændpuncterne, ligne Parablen meer og meer, og tilsidst synes at falde sammen med denne Linie.

Cometerne beskrive krumme Linier, som synes at være Parabler, og hvori Solen indtager Brændpunctet: de ere meget forlængede Ellipser.

Ved Ellipsens Forlængelse blive de tilbagekastede Straaler, som ere udgaaede fra det sig fjernende Brændpunct mod det andet Brændpunct, meer og meer parallelle, og blive det ganske, naar Afstanden mellem Brændpuncterne bliver uendelig stor. Ellipsen er da, strengt taget, en Parabel, og Straalerne, som udgaae fra det Brændpunct, hvor man befinder sig, kastes saaledes tilbage af den krumme Linie, at de først møde Axen i en uendelig stor Afstand, hvor man antager det andet Brændpunct. I Parablen blive altsaa Straalerne, som udgaae fra Brændpunctet, kastede tilbage af den krumme Linie ligeløbende med Axen.

Man betjener sig af Parablen til at opfange Lyset, som udgaaer fra et lysende Legem, og at reflectere det i et Straalebundt, parallel med Axen, istedetfor at adsprede det mod alle Puncter i Rummet.

Anvendelse paa Fyrer. Paa Kysterne, ved Indløbet til Havne, ved Mundingen af Floder, paa farlige Landingssteder, eller i deres Nærhed, tænder man Ild eller Lys, som det er vigtigt at gjøre synlig i den størst mulige Graastand. Saadanne ere Fyrerne. Man anbringer dem i Brændpuncterne af forsolvede Messing:

speile, af den Skikkelse, som en Parabel frembringer ved Omdreining om sin Axe, Fig. 18, da af Parablen opstaaer en Paraboloid. Efter denne Bestemmelse, danne alle af den hule paraboliske Overflade tilbagekastede Straaler et Bundt af parallelle Straaler, hvis Grundflade er den paa Axen perpendicularre Cirkelflade ABCD, som ogsaa danner Grundfladen af Paraboloiden.

Undertiden holdes Paraboloiden i en ubevægelig Stilling, i hvilket Tilfælde man ikke kan see Fyret om Natten i lang Afstand, uden i det Dødblik, man passerer Paraboloidens Axe. Ofte dreier Paraboloiden sig omkring en vertical Axe; da udsender den efterhaanden Lyset, som den reflecterer, til alle Puncter i Horizonten, og Sømandene erfare af Lysets regelmæssige Forsvinden og Gjenkommen, at den antændte Jld har en bestemt Hensigt. Størrelsen af Tidsrummet mellem Lys og Mørke hjælper til at adskille Fyrene paa een og samme Kyst.

III. Hyperblen er den krumme Linie mnp , $m'n'p'$, Fig. 19, som fremkommer, naar et Plan gennemskjærer den fuldstændige Kegles tvende Dele AOB, aOb. Den bestaaer af to affondrede Dele, hvoraf enhver har to Grene ligesom Parablen; men med den Forskjel, at Hyperblens Grene udvide sig hastigere end Parablen, saa at i den meest sluttede Hyperbel, der har samme Axe og samme Top som Parablen, vil Hyperblens to Grene altid tilsidst gaae ud over Parablen.

Hyperblen ABC, abc, Fig. 20, har to Aker og to Brændpuncter, F og f, ligesom Ellipsen; men istedetfor at Summen af begge Radii vectores ved Ellipsen bestandig er den samme, saa er ved Hyperblen deres Forskjel $FM - fm$ en uforanderlig Størrelse. Begge Radii vectores FM, fm danne ogsaa ligestore Vinkler med den krumme Linie; men istedetfor at denne ved Ellipsen indslutter begge Radii vectores, gaaer den ved Hyperblen imellem dem begge, etc. Endeligen ere der to rette Linier, XOx, ZOz, som gjøre samme Vinkel med den store Ake FOf, og, uden nogensinde at falde sammen med Hyperblens Grene, stedse nærme sig disse meer og meer, eftersom de fjerne sig meer og meer fra Midtpunctet O, hvorigjennem de gaae. Man kalder disse to Linier, XOx og ZOz, den krumme Linies Asymp-toter.

Keglens Overstjærning med krumme Slader. For at bestemme samme, lægger man en Række af Planer igjennem Keglens Top. Disse ville da skjære Keglen efter dens Sidelinier, og de krumme Overflader efter andre Linier, hvis Gjennemsnitspuncter med Sidelinierne blive selve Puncterne i den søgte krumme Linie.

Anvendelse paa Optiken. Saaledes som det er forklaret i 9de Forelæsning, blive Gjenstandene synlige for os formedelt Lysstraaler, udsendte fra ethvert Punct i deres Overflader til Midtpunctet i vort Øie. Enhver

Linie, som udsender disse Lysstraaler, bliver Grundlinien af en Regle; og bestemmer man Overskæringen af denne Regle med Fladen, som tages til Billedplan, erholder man Perspectivet af den oplyste Linie.

Almindeligst ere Billedfladerne plane Overflader, saaledes som vi have antaget i den niende Forelæsning; men undertiden ere de ogsaa Cyindre eller Halvkugler.

Panoramer (Rundmalerier). Man har faaet den Idee, at forfærdige cylindriske Malerier, ved hvilke man anbringer Synspunctet i Cylinderens Axe. Ved dette Middel har man paa Overfladen af en Cylinder kunnet fremstille alle de Naturgjenstande, som udfolde sig i en Cirkel lige til Horizonten, omkring et givet Punct. Saa danne Malerier kaldes Panoramer, hvilket Navn betyder et almindeligt Overskue, fordi de virkelig fremvise alle de Gjenstande, som kan sees fra eet eneste Punct. Tegningen af et Panorama er saaledes ikke andet, end Overskæringen af den cylindriske Overflade, som danner Billedfladen, med een eller flere coniske Overflader, som have deres Top i Synspunctet, og til Grundlinie alle de Linier i Naturen, som Kunstneren foresætter sig at fremstille.

For at gjøre Udførelsen af dette Slags Perspectiv simplere og lettere, deler man Horizonten i et tilstrækkeligt og passende Antal Dele, f. Ex. i 20. Man tegner nu paa almindelige plane Blade de Gjenstande, som fin-

des paa $\frac{1}{2}$ Deel af Horizonten; derpaa afmaler man disse tyve Ufsildninger jevnfides hverandre paa en Dug, som forestiller Udsoldningen af Cylinderens Overflade; og endeligen spænder man Dugen paa den cylindriske Bægt af den Rundbygning, som skal indeholde Panoramet.

Sandheden i dette Slags Maleri, naar det er vel udført, overraster undertiden Tilskueren i den Grad, at han troer sig hensat i selve Naturen. Dugen anden Fremstillingsmaade giver en saa almindelig Anskuelse af Egnen omkring et givet Punct; en Fordeel, man hverken skulde have ved en Fremstilling i ophøiet Arbeid, eller ved et Plan:Perspectiv af en Deel af Horizonten.

Magiske Speile (Tryllespeile). Efter Panoramerne bringer Forbindelsen i de geometriske Begreber os til at betragte et ret mærkværdigt Spil i Physiken. Det har til Gjenstand paa et Plan at tegne saadanne Figurer, at de, reflecterede af cylindriske eller coniske Speile, afmale sig i Tilskuerens Øie, saaledes, at han seer regelmæssige Gjenstande og naturlige Skikkelser.

For at tegne disse Gjenstande paa Planet, maa man forestille sig: 1) alle Sidelinierne af de Kegler, som bringe enhver Gjenstand i Perspectiv paa Speilet; 2) de tilbagefaldende Straaler, ved at betragte disse Sidelinier som indfaldende Straaler. Enhver til:

dagekastet Straale giver, ved sin Overfjæring med Planet, et Punct, og Samlingen af de saaledes bestemte Puncter er selve Figuren, man vil tegne. Fornøielsen, et saadant Skuespil forskaffer, bestaaer i Overraskelsen, man føler, ved at see de uregelmæssigste, besynderligste og ofte styggeste Skikkelser, ved Lysets Reflection paa eengang omdannede til regelmæssige og ziirlige Skikkelser, som tilfredsstillende vore Begreber om Anstændighed og Skønhed.

Perspectiver, malede paa Kupler. I store Bygninger, saasom Kirker og Palladser, ere Hvelvingerne og Kuplerne ofte prydede med Perspectiver, hvis Tegning fremstaaer ved Overfjæringen af coniske Overflader med Hvelvingernes og Kuplernes Overflader. Det er i dette Tilfælde meget vigtigt at Kunstnerne have studeret disse Perspectiver fra Grunden af, for at de Tegninger, som, sete nærvæd, kunne være meget forskellige fra de naturlige Skikkelser og Stillinger, derimod beskuede fra det rette Synspunct, kunne vise sig under de Former og Stillinger, som ere dem egne.

Begledannede Skygger. Naar et lysende Punct, en Fakkell, et Lys, en Straalekegle, som gaaer igjennem en liden Abning, belyser uigjennemsigtige Gjenstande, saa kaste de Skyggen af disse Gjenstande saaledes, at det bliver en begledannet Overflade, som i Rummet afskiller Skyggen fra Lyset. Vil man tegne Skyggen, som

et, af eet eneste Punct oplyst Legem kaster paa et andet, saa maa man bestemme Overstjæringen af den kugle: dannede Overflade, som Legemet giver, der slaar Skyggen, med Legemet, paa hvilket Skyggen kastes.

Saaavel i dette Tilfælde, som ved Skygger, der kastes af parallelle Straaler, maae vi gjøre unge Malere opmærksomme paa den store Fordeel, de ville finde, ved forud at bestemme, efter geometriske Regler, mange af dette Slags Slagskygger, for saaledes at vænne sig til Formerne, som følge deraf, og for rigtigt at bedømme Virkningerne af Lyset med Hensyn til Skyggens Figur; dette vil bidrage særdeles meget til at bringe Sandhed i deres Fremstillinger.

Ved at følge en Methode, liig den, vi nyligen have forklaret, finder man: 1) Overstjæringerne af udfoldelige eller fordreiede (vindstjæve) Overflader med andre Overflader, ved at bestemme Puncterne, hvori disse sidste overstjære enhver af de første Sidelinier eller Kanter; 2) Overstjæringerne af Omløbs-Overflader med andre Overflader, ved at søge Puncterne, hvori de sidste stjæres af Parallelcirklerne, dragne paa de første etc. I alle disse Arbejder bestaaer Kunstnerens største Talent i at gjøre rigtigt Valg af sine Projectionsplaner, saa at han faaer Frembringelses-Linier af enhver Overflade til Projectioner, og dertil simple og let tegnelige krumme Linier.

Fjortende Forelæsnings.

Om Tangenter og tangerende Planer til krumme
Linier og til Overflader.

For at lette vore Begreber og Beviser, sætte vi ofte istedetfor en krum Linie $ABCDEFGH$, Fig. 1, en retlinet Mangelant, hvis smaa Sider $AB, BC, CD, \dots$ nærme sig meget til den uendelige lille Deel, eller Elementet af den krumme Linie, som indsluttes mellem disse forskjellige Puncter.

Drage vi igjennem de to Puncter A og B , som antages bemærkede saa nær ved hinanden paa den krumme Linie, som det er muligt, den rette Linie $XABY$, da vil denne, saa at sige, falde sammen med den krumme Linie i det korte Mellemrum, som adskiller Puncterne A og B ; den vil antyde Retningen af denne lille Deel af den krumme Linie $ABCDEFGH$. Vi sige da, at $XABY$ er Tangenten eller Berøringslinien til den krumme Linies Element AB .

Vi maae vel bemærke, at denne Maade at finde Tangenterne til en krum Linie, kun er nærmelsesviis.

Vi ville ved et simpelt Exempel forsøge at danne os et stærkt Begreb om de sande Tangenter.

I Cirklen ABC , Fig. 2, drage vi Radien OA , og derpaa opreise vi i Endepunctet A , Linien XAY perpendicular paa Radien. Vi have i 3die Forelæsning beviist, at ethvert Punct i XAY , med Undtagelse af A , ligger udenfor Cirklen. Den rette Linie XAY , som berører Cirklen kun i eet eneste Punct, er det, vi have kaldt Cirkels Tangent.

Igjennem Punctet A kan man hverken til Højre eller Venstre drage en ret Linie imellem Tangenten XAY og Cirklen. Thi drage vi igjennem Punctet A hvilken som helst Linie AZ , da vil ON , naar den sælbes lodret paa AZ , være kortere end Skraallinien OA ; AZ vil altsaa gaae ind i Cirklen, og selvfølgelig ikke gaae fra A mellem Cirklen og Tangenten XAY .

Da en meget liden Deel af Cirklen, fra Tangentens Berøringspunct følger Tangentens Retning, saa kan man betragte et Punct paa Cirklen ganske tæt ved A , som liggende i Tangenten. Dette er tilstrækkeligt for at angive dens Direction, og paa en saa meget mindre usigtelig Maade, som det andet Punct nærmer sig meer det første.

Radien AO , der er vinkelret til Tangenten XAY , er ogsaa perpendicular paa Elementet af den frumme Linie, som fra A følger Tangentens Retning. Man

kalder denne paa Tangenten lodrette Linie *Normalen*.
Saaledes er Cirkelns Radius *Normal* til Omkredsen.

Kunsterne gjøre bestandigen Brug af Tangenternes
og Normalernes Egenskaber, til at give Omridsene af
Linier og Overflader en bestemt Form.

Vi ville strax vise, hvorledes man tegner regelrette
Mangefanter, formedelst Cirkelns Tangenter.

Lad $abcdef....$, Fig. 3, være en hvilken som helst
regelret Mangefant. Er O Midtpunctet i denne Man-
gefant, havez $Oa = Ob = Oc =$, saavel som ab
 $= bc = cd =$ Altsaa ere Trianglerne aOb ,
 bOc , cOd , congruente, og sølgelig de fra O paa
 ab , bc , $cd....$ lodret fældede Linier OA , OB , $OC....$
indbyrdes ligestore. En Cirkel, beskrevet fra O som
Midtpunct og med Radien $OA = OB = OC =$
 $OD....$, har altsaa alle den regelrette Mangefant ab
 $cd....$'s Sider til Tangenter.

Man siger at Mangefanten $abcd....$ er omskre-
ven Cirklen $ABCD....$ Saaledes kan enhver regel-
ret Mangefant omskrives en Cirkel.

Det er let at indsee: 1. at Cirkelns Peripheri er
større end enhver indskreven Mangefants Omkreds AB
 $CD....$, og mindre end Omkredsen af enhver omskreven
Mangefant $abcd....$; 2. at Cirkelfluden er større end
Overfladen af den indskrevne, og mindre end Overfladen
af den omskrevne Mangefant.

Det er ved at mangfoldiggjøre Siderne af de indskrevne og omskrevne Manglekanter til en Cirkel, hvis Radius er Eenheden, at man har kunnet beregnet to Omkredse, hvis Forskjel fra hinanden er saa liden, at den ikke kan maales med noget hidtil opfundet Instrument, og hvoraf dog den ene Omkreds er større, den anden mindre end Cirkelns Peripheri.

Man har ligeledes fundet regelrette Manglekanter, hvoraf den enes Gladeindhold var større, den andens mindre end den mellem dem beskrevne Cirkels, og dog saa lidet afvigende, at Forskjellen ei kan maales. Paa denne Maade kan man, til en høi Grad af Næiagtighed, med Tal udtrykke Omkredsen og Overfladen af en Cirkel, som har Eenheden til Diameter.

Man kan anvende samme Maade til at bestemme Omkredsen og Fladen af et Rum, som begrænses af enhver anden krum Linie.

Denne mærkværdige Maade kaldes aff Geometerne Grændsemethoden (*méthode des limites*). Den giver strengt Beviis for en Deel Værdibestemmelser og mathematiske Grundsætninger, som vi have fremstillet som omtrentlige, der ei afvige kjendeligt fra Sandheden.

Vil man udfjære en Cirkel, ABCD, Fig. 3, af en Glade, saasom en Jernplade, et Arf Pap, etc., da begynder man med, formedelst Tangenter, at omskrive Cirklen med en Manglekant. Derpaa afføder man Vinklerne $a, b, c, d, \dots$, ved Hjælp af en Høvl, Fiil, Sax,

eller andet skarpt retlinet Værktøi. Derved fremstaaer en Polygon med dobbelt saa mange Sider, og hvis Omkreds altsaa afviger meget mindre fra Cirkelns. Ved bliver man saaledes at afstøbe Vinklerne, erholder man omsider en Mangekant med saa mange og saa smaa Sider, at Hjørnerne og Vinklerne blive ubemærkelige; Cirklen synes da fuldkommen udført.

Ved Bygningen af Døre, Vinduer og Hvælvinger med fuld Bue, eller af gothist Dannelsse, ere Stolperne og Modstandspillerne AM, CN, Fig. 4 og 5 verticale, og lodrette paa den horizontale Radius $AO = OC$, Fig. 4, og AC, Fig. 5; og blive følgerigen Tangenter til Hvælvingsbuen i A og C.

Den fortrykte Hvælving ABCD, Fig. 6, dannet som en Kurvehank, er sammensat af tre Cirkelbuer AB, BC, CD, hvis Midtpuncter, m, o og n ere saaledes fordeelte:

1. O, m og Foreningspunctet B af Buerne AB og BC, ligge i en ret Linie; 2. O, n og Foreningspunctet C af Buerne BC og CD, ligge i en ret Linie. Naar altsaa XBY er perpendicular paa OmB, og ZCT perpendicular paa OnC, maae begge disse Linier være Tangenter, den første til Buerne AB og BC i B, og den anden til Buerne BC og CD i C. Da de saaledes beskrevne Buer have fælleds Tangent, frembyde de ingen Vinkel, intet ud- eller indadgaaende Knæ i deres Foreningspunct.

Naar man istedetfor en sammenhængende krum Linie vil sætte Cirkelbuer, som nærme sig den saameget muligt, maae Cirkelbuerne passes saaledes sammen, at de have fælleds Tangent i deres Foreningspunct. Dette skulle vi see tydeligere i næste Forelæsning.

Tangerende Planer til Overflader. Gjøre vi paa Overfladen AGB, Fig. 7, en Række af plane Snit AB, CD, EF...., ligeløbende med et givet Plan, saa blive Snittene mindre og mindre, eftersom de nærme sig Grændserne af Overfladen, og vi ville tilsidst komme til et Punct G, som alene ligger i det med alle Snittene parallelle Plan MN.

Tegne vi paa Overfladen flere krumme Linier AGB, aGb...., som alle gaae igjennem Punctet G, og i dette Punct drage Tangenter til disse krumme Linier, da maae, efterdi ingen ret Linie kan gaae imellem Tangenterne og de krumme Linier, samtlige Tangenter nødvendiglig ligge i Planet MN.

Saaledes indeholder ethvert til Overfladen AGB i G tangerende Plan alle de retlinede Tangenter, som i G høre til de forskjellige krumme Linier, vi kunne drage igjennem dette Punct, paa denne samme Overflade. Dog maa man undtage saadanne særdeles Puncter, som Keglers Top, etc.; men disse Puncter ere alle Undtagelser paa Overfladerne.

Vi ville tage Kuglen til Exempel paa et almindeligt Tilfælde. De parallelle Snit, AB, CD, EF, Fig. 8,

ere Cirkler, hvis Midtpuncter o , o' , o'' ligge i en ret Linie $oo'o'' \dots G$, som er perpendicular paa Cirkelplanerne, og gaaer igjennem selve Midtpunctet af Kuglen. Lægges man igjennem denne rette Linies Endepunct G et Plan MN , parallelt med Snittene, og altsaa perpendiculart paa oG , vil det tangere Kuglen.

Thi alle andre Puncter i dette Plan ville ligge længer fra Kuglens Midtpunct end Punctet G , og maae desaaresag ligge udenfor Kuglen; altsaa vil Planet kun berøre Kuglen i Punctet G . Ethvert Plan, lagt igjennem G vil skjære Kuglen efter en Cirkel, hvis Diameter er goG , og hvis Tangent i G vil være retvinklet til goG . Men nu ligge alle de Linier, som i G ere perpendicular paa goG , i det paa denne Linie perpendicular Plan, som gaaer igjennem G ; altsaa indeholder det tangerende Plan MN alle Tangenterne til de Meridiancirkler, som have goG til Diameter. Ligesaalene kunde man bevise, at enhver mindre Cirkel, draget paa Kuglen igjennem Punctet G , har sin Tangent i G , liggende i Planet MN .

Saa vel med Hensyn til Flader, som til Linier, kalder man Linien goG , Fig. 8, der i G er perpendicular paa det tangerende Plan, Normalen.

Vi ville anvende disse foreløbige Begreber paa adskillige af de Slags Overflader, vi have undersøgt i de foregaaende Forelæsninger.

Tangerende Plan til Cylinderen. Lad Cylinderen $ABCabc$, Fig. 9, være begrændset af to Grundlinier, som ligge i parallelle Planer, og hvis tilsvarende Linier alle ere parallelle. Er Bb en Sidelinie, ville Tangenterne MBN og mbn til de to krumme Linier i B og b , være parallelle. Det Samme vil være Tilfældet med enhver anden Tangent $m'b'n'$ til den krumme Linie $a'b'c'$, der er parallel med Grundlinierne, naar b' ligger i Sidelinien Bb . Da nu Bb er en ret Linie, vil Rækken af alle de parallelle Tangenter MBN , $m'b'n'$, mbn , som gaae igjennem Sidelinien $Bb'b$, danne et Plan. Dette Plan tangerer Cylinderen i hele Sideliniens Udstrækning.

Frembringelse af Planer ved tangerende Cylinder. Naar Bageren triller sin Kulle i parallel Retning, danner han derved af Deien et Plan, som efterhaanden tangerer Kullen, efter enhver af dens cylindriske Overflades Sidelinier.

Gartneren kommer til samme Resultat: ved Cylinderen, han triller igjennem Gangene, og hen over Grønsværet. Eftersom Jordsmonnet planeres, bliver det tangerende til Cylinderen, i hele Længden af dens Overflades forskellige Sidelinier.

Kærmageren understøtter Kassen med en Hængerem paa hver Side, Fig. 11. Denne Hængerem følger det underste cylindriske Omrids af Kassen, og forlænges saaledes, at dens øverste Flade danner et tange-

rende Plan til Kassen. Naar Kassen gynger frem og tilbage, skeer Bevægelsen paa dette tangerende Plan, som, da det er eens paa begge Sider, forebygger Tvergyngninger.

Cylindres Dannelse ved tangerende Planer.
Vi ville her gjenkalde os den Maade, paa hvilken vi, i 8de Forelæsning, have lært at give et fast Legem en cylindrisk Overflade. Man afflaaer først Grundlinierne paa begge Ender af Steen eller Træstykket, etc., hvorafter Cylindren skal forfærdiges; derpaa omskriver man Grundlinierne med to Mangelkanter, hvis tilsvarende Sider ere ligestore og parallelle; og endeligen bearbejder man, med et, til at danne plane Overflader passende Bærfæst, Planer, som gaae igjennem disse Mangelkanter parallelle Sider. Paa denne Maade erholder man et mangekantet Prisme, beskrevet udenom Cylindren, efterdets forskjellige Sideflader overalt ville tangere Cylindrens Overflade. Vortstøder man nu Prismets Kanter, for at danne nye tangerende Planer til Cylindren, da vil, efterhaanden som Planernes Antal tiltager, de af disse begrænsede Prismer blive mindre og mindre afvigende fra Cylindren.

Tangerende Planer til Keglen. Drager man en Sidelinie $SABC$ paa Keglen, Fig. 12, ville alle Tangenterne i $A, B, C, \dots$ til de ligeløbende Snit $Aa, Bb, Cc, \dots$ være indbyrdes parallelle. Samlingen af

disse Tangenter danne Planet PQMN, som tangerer Keglen i hele Udstrækningen af Sidelinien SABC.

Anvendelse. Denne Egenfkab ved Keglen sætter os istand til at danne en Pyramide, hvis Sideslader i hele deres Udstrækning tangere Keglen, idet vi omskrive dens Grundlinie med en Mangekant. Ved at affstøde Pyramidens Kanter, fordobles efterhaanden Antallet af de tangerende Planer, og man erholder omsider en Overflade, som fremstiller Keglen til den Grad af Næagtighed, som man behøver. (See 10de Forelæsning.)

Tangerende Planer til udfoldelige Overflader. Den Egenfkab ved et tangerende Plan, at det berører Cylinderen og Keglen i hele Længden af en Sidelinie, har ogsaa Sted ved andre Slags udfoldelige Overflader. Man kan betragte disse Overflader som dannede af overmaade smaae og smalle coniske Facetter, der lige som Keglen, have eet og samme tangerende Plan til hele Længden af hver Sidelinie.

Man kan føre en udfoldelig Overflade igjennem to krumme Linier, naar man omskriver disse med saadanne Mangekanter, at eet og samme Plan paa eengang gaaer igjennem en Side i hver Mangekant; dette Plan vil tangere den udfoldelige Overflade. Ved at affstøde de ved disse Planers Sammenstødning dannede Kanter, forfleres de om begge de krumme Linier omskrevne Mangekanters Sider, saavelsom de plane Facetter, der tangere den udfoldelige Overflade, man vil frembringe.

Cylindre, som tangere hinanden efter en Side-
linie. Lægges to rette, cirkelrunde Cylindre $ABCD$,
 $BCEF$, Fig. 10, saaledes ved Siden af hinanden, at
deres Axer blive parallelle, og disses Afstand fra hinan-
den liig Summen af Grundfladernes Radier, saa ville
begge Cylindrene berøre hinanden i hele Udstrækningen
af Sidelinien BC . I hele Længden af denne Side-
linie ville begge Overfladerne saaledes have eet og samme
tangerende Plan. Lader os nu forestille os, at man
foran og bag disse Cylindre har et horisontalt Bord,
hvis Overflade ligger i samme Retning som Planet.
Lægges man da en Metalplade paa eet af disse Borde,
og tvinger den til at gaae igjennem de ligeligen fjernede Cy-
lindre, vil Pladen derved saaledes udjævnes, at dens
to parallelle Sider blive tangerende Planer, nemlig
den øverste til den øverste Cylinder, og den underste til
den nederste Cylinder. Bølsningen af Metalplader, for-
medelft Cylindre, grunder sig altsaa paa tangerende Pla-
ners Forhold til cylindriske Overflader.

Kegler og Cylindre, som tangere hinanden
efter en Sidelinie. Naar en Cylinder $ABCD$ og en
Kegle ADE , Fig. 13, have Sidelinien AD tilfælleds,
og i D have fælleds Tangent MQ , vil Planet, som
gaaer igjennem MQ og Kanten AD , paa eengang tan-
gere Keglen og Cylinderen i hele Længden af AD .
Cylinderen og Keglen tangere altsaa hinanden i hele
Længden af AD .

Plattenslagere, Blikkenslagere og Kjedelmagere benytte sig af denne Egenfkab til at bukke Jern: og Blikplader etc. i en cylindrisk Skikkelse. De lægge Pladen saaledes, at Cylindersens Sidelinier faae samme Retning, som een af Sidelinierne paa det coniske Spærhorn, forestillet ved ADE. Derpaa bukke de med en Hammer, hvis Bane er cylindrisk udhulet, Pladen ligemeget i hele Længden af den rette Linie, efter hvilken Reglen berører Pladen, som skal krummes. De ere visse paa, saaledes at danne en cylindrisk Overflade. De ville endog kunne danne en conisk, ja enhver udfoldelig Overflade, ved efterhaanden at forsøge eller formindste Bevægelsen af Pladen, eftersom Hammeren slaaer paa Berøringskanten AD, nærmere ved eller længere fra Spidsen A.

Cylindre, som tangere og omfatte andre Overflader. Antages, at en ret Linie vedbliver at gaae frem, parallel med sin første Retning, bestandig tangerende en given Overflade, da vil den danne en Cylinder, som tangerer denne Overflade i hele Rækken af Berøringspuncterne imellem Cylindren og Overfladen.

Cylindre, som omfatte Kuglen. Lader os antage, til Exempel, at man har en Kugle abet, Fig. 14, og at en ret Linie, bestandig tangerende Kuglen, bevæger sig om denne, parallel med en Axe, dragen igjennem Kuglens Midtpunct, saa vil man paa denne Maade frembringe en ret, cirkelrund Cylinder, der vil berøre

Kuglen i hele Udstrækningen af en Storcirkel amen. Man kan lade Kuglen gaae frem og tilbage i Cylindren, uden at denne ophører at berøre hiin efter en Cirkel, parallel med amen, og perpendicular paa Cylindrens Axe.

Anvendelser. Kunsterne benytte hyppigen den nyligen forklarede Egenskab. Vil man, at en Kugle skal bevæge sig efter en retlinet Axe XOY, tvinger man den til at gaae igjennem en Cylinder, som omfatter og berører Kuglen i alle Dele.

Overeensstemmende med denne Grundsætning har man bestemt Dannelsen af Ildvaabnene: Geværer, Pistoler, Kanoner, Morterer og Haubiger. Deres indvendige Overflade har Form af en ret, cirkelrund Cylinder; og Geværkuglerne, Kanonkuglerne, Bomberne, Granaterne, hvilke man vil give en bestemt Retning, ere Kugler, man nøder til at følge Retningen af Cylindrens Axe.

Kuglechabloner. For at forviise sig om, at Kanonkuglerne hverken have en for stor Diameter, som vil hindre dem i at gaae ind i Stykket, hvortil de ere bestemte, eller ere for smaae, hvilket vil betage Skuddet sin Nøagtighed, har man Chabloner, Fig. 15, som ikke ere andet end cirkelrunde Cylindre, hvis Sidelinier ere meget korte. Artilleristen fatter med den ene Haand om Haandsfanget ABab; med den anden prøver han, om Kuglen, bragt i forskjellige Stillinger, overalt kan gaae

igjennem Chablonet og uden for stort Spiillerum. Dette falder man at chablonere Kuglerne.

Anvendelse paa Skygger. Naturen frembyder os hvert Dieblis Exempler paa cylindriske Overflader, dannede af rette, indbyrdes parallelle Linier, som tangere een og samme Overflade. Naar et, af en krum Overflade begrændset, Legem beskinnes af Solen, og dette Legem er uigjennemsigtigt, da kaster det Skygge bag sig: Straalerne, som adskille Skyggen fra den af Solen belyste Deel, ere aabenbart de Straaler, som berøre Legemet, uden at opfanges af dette. Disse parallelle Straaler ere da Tangenter til Legemets Overflade. Altsaa danner Samlingen af de Linier, som i Rummet begrænde et Legems Slagskygge, en Cylinder, hvis Sidelinier alle ere Tangenter til Legemet. Rækken af Berøringspuncterne mellem Legemets Overflade og Cylinderen, hvilken begrænder Legemets Slagskygge, danner en krum Linie, søm bliver Adskillelseslinien mellem Lys og Skygge paa det belyste Legem.

Vil man med Nøiagtighed bestemme Legemernes Slagskygger paa et Plan, da maa man construere Cylinderne af Tangenter, dragne til Legemets Overflade, parallelle med Solstaalernes antagne Retning, og derpaa bestemme Overfjæringen af denne cylindriske Overflade og Overfladen af Legemerne, paa hvilke Skyggen kastes. Dette er et vigtigt Studium for Architecten og Tegneren.

Bevæger man et belyst Legem frem eller tilbage, parallelt med sig selv, i den af Solstraalerne givne Retning, vil ethvert af dets Puncter beskrive en ret Linie, som er parallel med disse Straaler. Altsaa ville alle Puncterne af Legemet, som ligge i Cylinderen, der er Grændsen for Slagsskyggen paa Legemet, følge Retningen af disse Straaler, som vedblive at være Tangenter til Legemets Overflade. Denne Cylinder, som bestandig omfatter Legemet i alle dets Stillinger, er det, man med Hensyn til dette Legem, kalder en Omfatnings-Overflade.

Den rette Cylinder er saaledes en Omfatnings-Overflade til Kuglen, som bevæger sig i en lige Linie, og altid har samme Radius. Sjælen i Kanonen, Morteren, etc., er Omfatnings-Overfladen til Rummet, som Kuglen gennemløber.

Man kan i et Legem bore en cylindrisk Overflade, som Omfatning for en Kugle af uforanderlig Radius, naar Kuglens Midtpunct bevæger sig i en ret Linie. Dette finder Sted, naar man skyder en Kugle ind i et blødt og sejt Legem. Omvendt kan man frembringe en Kugle, ved at dreie en Cylinder om en ret Linie, der er perpendicular paa dens Ase, og gaaer igjennem denne. I enhver Stilling vil Cylinderen berøre Kuglen efter en Meridiancirkel, og Samlingen af alle disse Meridianer vil netop danne Kuglen. Antager man disse Meridianer dragne meget tæt ved hverandre, kan man,

isfædetsfor tangerende Cylindre, sætte cylindriske Eider, indsluttede mellem to paa hinanden følgende Meridianer. Man kommer derved tilbage til Mærmelsesmaaden, vi havde angivet i den 11te Forelæsning.

De samme Midler kunne tjene til at danne: 1. Overflader af hvilken som helst Form, ved Overflader, som hine berøre i alle Dele, og som man giver en med Cylinderens Sidelinier parallel Bevægelse; 2. en hvilken som helst Overflade, ved et System af Cylindre, som berøre den med alle deres Sidelinier.

Anvendelse paa Snedkerarbeid. Skal Snekkeren forfærdige en Karnis med et frumlinet Profil, da betjener han sig dertil af en Høvl, hvis Jern netop har Figuren af Karnisens Profil eller Tversnit, og hvis Træ er dannet efter en cylindrisk Overflade, som har dette Profil til Grundlinie. Derpaa bruger han Høvlen saaledes, at den bestandig tangerer det Omrids, Karnissen skal følge. Under denne Bevægelse bliver Høvlens cylindriske Overflade efterhaanden Tangent til den forarbejdede Karnis, i hele Udstrækningen af Høvlejerens Profil, og Karnissen er Omfatnings-Overfladen til Cylindren, som Høvletræet frembyder.

De kegledannede Overflader frembyde os lignende Betragtninger og Resultater.

Derfor vi fra et givet Punt S, Fig. 16, drage alle mulige Tangenter SA, SB, SC.... til Kuglen O, da vil derved fremkomme en ret, cirkelrund Kegel, som

tangerer Kuglen i hele Udstrækningen af Cirklen ABCD, der tjener til Grundlinie for Keglen. Thi dreie vi Storcirklen ABE rundt om Aksen SO, der er draget igjennem S og igjennem Kuglens Centrum, saa vil: 1) Cirklen frembringe Kuglen; og 2) SA, SB, som ere Tangenter til denne Storcirkel, frembringe Keglen.

Lader os antage, at Midtpunctet O bevæger sig paa Aksen SO, medens Kuglens Radius voxer eller aftager i Forhold til dens Afstand fra Punctet S; ifølge de ligedannede Figurers Egenskaber vil Kuglen da ikke ophøre at have alle Sidelinierne SA, SB, SC.... af Keglen SABCD til Tangenter. Altsaa er denne Kegel Omfatningen af det Rum, som gennemløbes af Kuglen, hvis Midtpunct bevæger sig i en ret Linie, og hvis Radius tager forholdsmaessigen af og til med Midtpunctets Afstand fra et fast Punct i den rette Linie.

Bed at sætte en hvilken som helst anden krum Overflade i Kuglens Sted, kunne vi ligeledes, fra ethvert Punct udenfor samme, lade udgaae alle de lige Linier, som ere Sidelinier af en Kegel, der berører den krumme Overflade med enhver af sine Sidelinier. Er det til Top for Keglen antagne Punct lysende, vil den saaledes dannede Kegel antyde, bag Legemet, Grændsen af dette Legems Slagskygge. Vil man meget nøiagtigt angive Slagskyggens Omrids paa en hvilken som helst Overflade, da maa man bestemme denne Overflades

Overfjæring med Reglen, der er Grændse for det belyste Legems Slagfkygge.

Fortklaring over Formørkelser. Det er ved at anvende denne Maade i Astronomien, at man har bestemt Skikkelsen og Størrelsen af Formørkelser. Vi ville tænke os, at Maanen i næsten lige Linie gaaer imellem Jorden og Solen. Ansee vi Maanen og Solen som to Kugler, kunne vi forestille os en ret cirkelrund Regle, der vil være Omsætningen af disse to Himmellegermer, og vil antyde Grændsen af Maanens Slagfkygge i Himmelfrummet. Saalænge Jorden bliver aldeles udenfor denne Skyggekegle, vil Solen ikke være formørket; men naar en Deel af Jorden træder ind i Reglen, da vil denne Deel blive berøvet Solens Lys; for den vil Solen være formørket af Maanen; og dette kalder man en Solformørkelse. Dersom man, for ethvert Øieblik, Formørkelsen vedvarer, bestemmer den gjensidige Stilling af alle tre Himmellegermer og Jordoverfladens Overfjæring med Omsætningskeglen af Solen og Maanen, saa vil denne Overfjæring antyde et vist Rum paa Jorden. Alene de Steder, som ligge i dette Rum, ville see en total Solformørkelse i det paagjældende Øieblik. Drager man endvidere alle de Gjennemfjæring, som gives i de forskjellige Tidsafdelinger, hvori Formørkelsen varer, ville de Puncter, som ligge udenfor disse Overfjæring, ikke blive ganske formørkede, og de andre kun være det i kortere eller længere

Tid. Geometrien bestemmer saaledes alle Omstændigheder ved en Solformørkelse. Den bestemmer med samme Lethed Omstændighederne ved en Maaneformørkelse.

Forestiller man sig en ret, cirkelrund Regle, som paa eengang omfatter Jordens og Solens Overflader, og Maanen gaaer ind i Jordens Skyggekegle, haves Maaneformørkelse. Træder Maanen heelt ind i Reglen, er Maaneformørkelsen total. Formørkelsen er partial, naar kun en Deel af Maanen gaaer ind i samme. I sidste Tilfælde vil man, for et givet Øieblik, kunne angive Skikkelsen og Størrelsen af Formørkelsen, ved at bestemme Overskjæringen af Solens og Jordens Omfatningskegle med Maanens Overflade.

Betragte vi et hvilket som helst Legem, og føre mod dette Legem, ligesom vi have gjort med Hensyn til Solen, Synsstraaler, som tangere det, saa bestemme de, paa dette Legem, Grænsen af de for os synlige Puncter; dette kalder man det synlige Omrids af Legemet, som vi beskue.

I Malerier tegne vi hvert Legems synlige Omrids; det er Overskjæringen af Maleriets Overflade og en Regle, hvis Sidelinier ere Tangenter til Legemet, og hvis Top er i vort Øies Midtpunct. Kundskab om Legemers Omfatningskegler er altsaa uundværlig, for paa en nøiagtig Maade at bringe Legemer i Perspectiv, hvilke ikke ere begrænsede alene af rette Linier.

Naar en lysende Kugle oab, Fig. 19, oplyser en uigjennemsigtig Kugle OAB, kan man først tænke sig en Regle SaABb, som paa eengang omfatter begge Kugler, og antyder paa Kuglen OAB den bestemte Adskillelse af Skygge og Lys. Man kan derpaa tænke sig en anden Regle mnTMN, beliggende mellem begge Kugler. Rummet IMN, begrændset af denne Regle paa den belyste Kugle, seer hele den lysende Kugle. Men fra ethvert Punct i Rummet AMNB seer man ifkun en Deel af den belyste Kugle; der er da Lyset svagere, hvilket man kalder Halvskygge. Vil man skygge Legemer med streng Nøagtighed, da maa man omhyggeligen antyde Heel og Halvskyggerne. Man anvender dertil lignende Maader, som dem, vi have fremsat.

Dersom de to Overflader aob, AOB ikke have nogen Lighed, saa vil den samme Regle ikke kunne paa eengang tangerende omfatte dem begge. Det vil da blive en udfoldelig Overflade, som man maa construere, ved at antage, at et Plan paa eengang tangerer begge Overflader, og efterhaanden frembyder alle de Stillinger, hvormed denne Betingelse lader sig forene. I enhver Stilling forene vi de tvende Puncter, hvori Planet tangerer begge Overflader, ved en ret Linie. Samlingen af disse rette Linier vil da danne en udfoldelig Overflade, som vil adskille Skyggen og Lyset, Heelskygger og Halvskygger, eftersom den er udenfor det lysende og oplyste Legem, eller den gaar imellem begge

Legemer. Det er Skade, at Grændserne for disse Forelæsninger og de elementaire Betragtninger til hvilke vi maae indskrænke os, ikke tillade os at udvikle disse skjønne Egenskaber ved udfoldelige Overflader.

Naar man befæster en Plads, maa man sørge for at det ikke bliver muligt, udenfra, i Kanonskudsdistance, at kunne, uden at anvende Bueskud, styde ind paa Boldgangen af de Værker, hvor Forsvarerne skulle opholde sig. Man tænker sig derfor en udfoldelig Overflade, hvilken paa eengang tangerer Kreten af Fæstningsværkerne og de høieste Puncter i Terrainet, som omgiver Pladsen i Kanonskudsdistance. Denne udfoldelige Overflade maa ei alene ikke paa noget Sted skjære Terrainet, hvorpaa Forsvarerne befinde sig, men selv ikke en Overflade i almindelig Mandshøide over samme. Er denne Betingelse opfyldt, da er Befæstningen, hvad man kalder, defileret. De geometriske Methoder, som anvendes for at naae dette Siemed, indeholdes i Defilementslæren.

Kunsten gjør hyppigt Brug af omfattende Regler, for at give Legemer bestemte Former. Træskomageren anvender en retlinet, skarp Klinge, hvis ene Ende er ansat i et fast Punct, og i hvis anden Ende er et Haandtag, hvorefter Arbeideren fatter med den høire Haand. Med den venstre Haand fastholder han Træstykket, han vil bearbejde, og som han tilskjærer med Værktøjet. Snittet frembringer hver Gang en kogle-

dannet Overflade, som tangerer Træsfoen i hele Udstrækningen af en vis krum Linie. Samlingen af disse saaledes faarne krumme Linier frembringer omsider Træsfoens Overflade, hvilken er Omfatnings-Overfladen af alle de af Værktøiet beskrevne Regler.

Naar Dreieren vil danne et Legem i Form af en Omløbs-Overflade, da tager han først et meget smalt Værktøj, og gjør dermed saa dybe Indsnit i Legemet, at de næsten naae til Omridset af denne Overflade. Derpaa tager han et plant, bredt Dreiejern, som han holder i en tangerende Retning til det Omrids, Overfladen skal have. I enhver af dets Stillinger skærer det plane Jern en Kogle. Samlingen af alle de Regler, som saaledes dannes, idet man lader Værktøiet ved hver Ansats afvige lidt i Stilling og Retning, frembyder en Række af koglebannede Belter, hvilke tangere Omløbs-Overfladen, der er aldeles omfattet og endeligen frembragt af disse Regler.

Tøndebaand og Maasteringe ere Regler, som tangere Tøndernes og Maasternes Omløbs-Overflader.

Iblandt de forskjellige Maader at aflaae Overflader, ere der nogle, som give større, andre, som give mindre uafbrudt Sammenhæng i denne eller hiin Retning, hvilket gjør dem mere eller mindre fordelagtige, med Hensyn til de Fordringer, Fabricatet skal opfylde.

Vi ville nu undersøge de Omfatnings:Overflader, som man kan danne ved Bøiningen af visse Linier, hvortil man fæster de omfattede Overflader.

Lader os antage, at en urækkelig Traad forestiller Aksen i en cirkelrund Cylinder eller Kegel, eller anden Omløbs:Overflade. Lader os antage, at man til denne Traad fæster Midtpunctet af enhver Kugle, som omfatter tangerende af Cylinderen, Keglen eller enhver anden Omløbs:Overflade. Lader os derpaa bøje Traaden efter hvilken som helst krum Linie. Den alle Kuglerne omfattende Overflade vil da ikke meer være en Cylinder, Kegel eller nogen anden Omløbs:Overflade, men en Overflade, sammensat af en Række af Cirkler, der hver er fælleds for en af Kuglerne og den omfattende Overflade.

Bøier man Cylinderens Axe, saa dannes den omfattende Overflade af en Række Cirkler, der alle have samme Størrelse som Storcirklen af de ligestore Kugler, der oprindeligen vare omfattede af Cylinderen. Alle disse Cirkler ere perpendiculære paa den krumme Linie, som den bøjede Axe danner; og deres Midtpuncter ligge alle i denne Axe.

Destilleerflangen er en Omfatnings:Overflade af dette Slags, frembragt: 1) ved at bøje Cylinderens Axe efter Omridset af en cylindrisk Snekke; 2) ved at tage Omfatningen af alle de ligestore Kugler, hvis Midtpuncter ligge i denne Axe.

Med Bindeltrappen, med cirkelformig Hvælving, er denne Hvælving ligeledes Omfatningen af ligestore Kugler, der have deres Midtpuncter i Omridset af en Snekke, hvis Gang er ligestor med Trappens.

Enhver Snoning i et Toug af tre ligestore Parter er ligeledes Omfatningen af det Rum, som kunde gjen- nemløbes af en Kugle, hvis Midtpunct fulgte Snekke- linien, der gaaer i Midten af Parten.

Der gives Larver og andre krybende Dyr, som ere dannede af korte cylindriske Ringe, hvis Led de kunne forlænge eller sammentrække efter deres Villie. Naar disse Dyr bugte sig, fremstiller deres Hud en Overflade, som vel forandrer Form, men ikke hører op at være af det Slags Overflader, hvis Dannelse vi nu forklare.

Bøier man Aksen af en ret, cirkelrund Cylinder efter en Cirkel, da ombanner man den paany til en Omløbs- Overflade; nemlig til den ringformige Overflade, vi have undersøgt i 11te Forelæsning, og hvis Projectioner og Frembringelse vi have udviklet.

De omfattende Overflader af Kugler med lige- store Radier have den Egenskab, at, naar man skjæ- rer dem i enhver af deres Dele med et Plan, per- pendiculairt paa den krumme Linie, hvori Kuglernes Midtpuncter findes, bliver: 1) Planet overalt vinkel- ret til Omfatningen; 2) Snittet af en uforanderlig

Størrelse, efterdi det er Storcirklen af de ligestore Kugler. *)

Skal en Vandmasse gaae igjennem en Kende med cirkelrunde Gjennemsnit, da maa Kendens Gjennemsnit overalt være ligestore, saafremt man vil, at Vandet overalt skal bevæge sig med samme Hastighed, og ikke stuvés nogensteds. Kendens Overflade maa i dette Tilfælde være Omfatningen af en Kugle med uforanderlig Radius.

Ogsaa ethvert andet Slags Kender til Vandledning maa have en krum Linie, eller en Mangelkant til Gjennemsnit, hvis Omrids er uforanderligt. For at befordre Regelmæssigheden og Letheden i Udførelsen, gjør man sig det endog til Regel, at holde Gjennemsnittet nøiagtig eensdannet, undtagen paa saadanne Steder, hvor overordentlige Vanskeligheder ikke tillade det.

Med Tyngdepunctets Afhandling i Mechaniken, ville vi give et let Middel til at bestemme Indholdet af

*) Man kan, uden mærkelig Feil for vore Sandser, antage, at den krumme Linie, paa hvilken Kuglernes Midtpuncter befinde sig, er en Mangelkant med overmaade smaae Sider. Omfatningen er da sammensat af en Række af cylindriske Belter eller Strider, som berøre de omfattede Kugler efter Cirkler. Samlingen af Berøringscirklerne danne den omfatende Overflade, ihvormange Sider end Mangelkanten har, og selv naar Mangelkanten bliver en krum Linie.

gemer og Rum, som begrændses af de Canal:Overflader, vi nyligen have beskrevet. Vi ville fremsætte en Maade, der er ligesaa simpel som let, meget nøiagtig, og som giver Anledning til mange Anvendelser i Kunsterne.

Plattenslageren, Blytækkeren, Glaspusteren, Pottemageren og Kjedelmageren frembringe mange Fabricater, som have Canal:Overfladers Skikkelse. De forfærdige først Prismen eller Cylindre, fulde eller hule, hvilke de give en vis Bøining. Deres hele Kunst bestaaer i ikke at lade Legmerne, som de saaledes bøie, tabe den bestandige Dannelse, som deres Gjennemsnit bør have.

Ringe, Halsbaand af Staal, af Messing etc. Proptrækkere, Spiralsjedre, Rør snoede i krumme Linier, Hæverter, Veirglas, Narene i det menneskelige Legem, ere lutter Exempler paa de Overflader, vi have under Betragtning.

Ved at tale om Overfladers Overflæring have vi sagt, at man kan fremstille Overflader af dobbelt Krumning, ved et Slags Ringe, eller cylindriske eller kegledannede Trommer, som afbrudte Søjleskafte; Uleiligheden ved denne Maade med Hensyn til Canal:Overflader er, at der ikke er Sammenhæng efter Længden, og at Tversnittene ikke ere bestandige.

I Lyon især forstaae Blikkenslagerne og Kjedelmagerne at bearbejde Metalpladerne med særegen Kunst, og at give dem en dobbelt Krumning, uden at afbryde det regelmæssige og bestandige Gjennemsnit i nogen af Delene.

Bro: og Bevæsens: Ingeniurerne angive, med Hensyn til Tegningen af de krumme Dele i deres Bandlednings-Render, særegne geometriske Methoder, som have til Hensigt at vedligeholde Snittets bestandige Form, og dets Plan overalt i perpendiculair Stilling paa Bandledningens Overflade.

Istedetfor at antage, at en Overflade af uforanderlig Størrelse gjennemløber et vist Rum, hvortil man søger Omfatningen, ville vi antage, at den bevægelige Overflade forandrer Størrelse, men uden at forandre Form.

Det simpleste Tilfælde, og som vi allerede have undersøgt, Fig. 16, er det med Kuglen, som forandrer Radius, medens dets Midtpunct gjennemløber en ret Linie. Vi vide, at Omfatningen da er en Omløbs-Overflade. Enhver Kugle berøres og omfattes af denne Omløbs-Overflade, efter en Cirkel, hvilken bliver en Parallelcirkel, og Samlingen af disse Parallelcirkler danner selve Omløbs-Overfladen.

Lader os nu antage, at man har fæstet Kuglernes Midtpuncter til Omløbs-Overfladens Axe. Lader os bære denne Axe efter en hvilken som helst krum Linie. Den nye Omfatning af alle Kuglerne vil da forandre sig i Tykkelse med Kuglerne; men den vil altid berøre og omfatte enhver Kugle efter en Cirkel.

Naturen frembyder os et stort Antal Overflader af dette Slags.

Naar Slangen ligger udstrakt, har den Form af en Omløbs-Overflade, som nærmer sig meget til en forlænget Regle. Den bugter sig paa tusinde Maader; Overfladen af dens Hud forandrer hvert Øieblik Stillelse; men den danner altid Omfatningen af en Række af Kugler, som man kunde forestille sig omfattede rangerende af Hudens Overflade.

Slangens bugtede Figur have Kunstnerne efterlignet i det musikalske Instrument, som bærer Navn af Serpent, Fig. 17, i Trompeten, Fig. 18, i Jagthornet, Fig. 21, i Proptrækkere, Snekkeboer etc.

Antager man, at Slangen dreier sig snekkeformig, havende sin Hale i Midtpunctet, Fig. 20, da danner den en Overflade, som ligner den en stor Mængde Snegle; huse have.

Dyrenes Horn ende næsten alle i Form af det Slags Overflader, som vi undersøge, Fig. 22.

Kunsten har efterlignet Dyrehornenes Dannelselse i en stor Mængde musikalske Instrumenter. Hornet ved

de lette Tropper er en Overflade af dette Slags; ogsaa Hørehornet har denne Form.

Ved Forfærdigelsen af blæsende Instrumenter, hvis Toner skulle forene Rigtighed med Bellid, maa den krumme Overflade, man giver dem, have sammenhængende Jævnhed; det er desaaarsag høist vigtigt, netop at vælge de Arbeidsmaader, som forskaffe denne uafbrudte Jævnhed efter Længdens Retning, hvorefter man blæser Vinden i Instrumentet, og efter Tversnittet, som altid maa være cirkelrunt.

De flere Midler, vi have givet til at danne forskjellige Slags Overflader, ville tjene til at bedømme de Metoder, man har brugt ved Forfærdigelsen af disse Instrumenter, og ofte til at sætte nøagtigere Maader i Stedet.

Polering, Pudsning etc. Det er i Kunsterne ikke nok, at have ved findrige Arbeidsmaader opnaaet en mere eller mindre tilfredsstillende Nøagtighed i Dannelsen. Var det kun for at behage Øiet, maatte man forskaffe de saaledes frembragte Overflader en uafbrudt Jævnhed, en Politur, hvis Regelmæssighed, Glænde og Skin synes at give Fabricatet en forhøiet Værdi. Dertil sigte i en Mængde Kunster de sidste Arbeider, som bestaae i at polere, glænde, pudse, gnide etc. Man udfører disse Arbeider ved Bevægelser, under hvilke det polerende Legem beskriver Overflader, som tangere det Legem, der skal poleres, saaledes at dette sidste bliver

den endelige Omfatning af Rummene, det første gennemløber.

Kommer det an paa at pudse Geværlob, holder man et plant og vel poleret Stykke Træ tangerende mod den affortede Kegel, som Vaabenets Yderside frembyder, og fører det først efter een af Keglen's Sidelinier: det saaledes gennemløbne Rum er et tangerende Plan til Keglen. Ved at gjentage samme Arbeid paa alle Keglen's Kanter, erholder man Keglen selv til Omfatning af alle de tangerende Planer; og Vaabenet er pudset.

For at pudse en Kugle, kunde man lade den gaae frem og tilbage i en Cylinder, ved verelviis at bringe den i forskjellige Stillinger mod Cylinderen. Man kunde sætte den paa et Dreielad, hvis Ase gik igjennem Kuglen's Midtpunct; derpaa lade den gaae rundt under et Poleerplan, som man efterhaanden bragte i forskjellige tangerende Stillinger mod denne Overflade. Man vilde saaledes polere Kuglen ved Hjælp af Kegler, hvis Omfatning den er.

Man polerer Speile, ved at gnide dem med Overflader, hvis tangerende Plan, i alle deres Stillinger, er selve Planet, man vil frembringe af den polerede Flade. Det Samme gjelder om plane eller kugleformede Glas, som Optikerne anvende i deres Instrumenter.

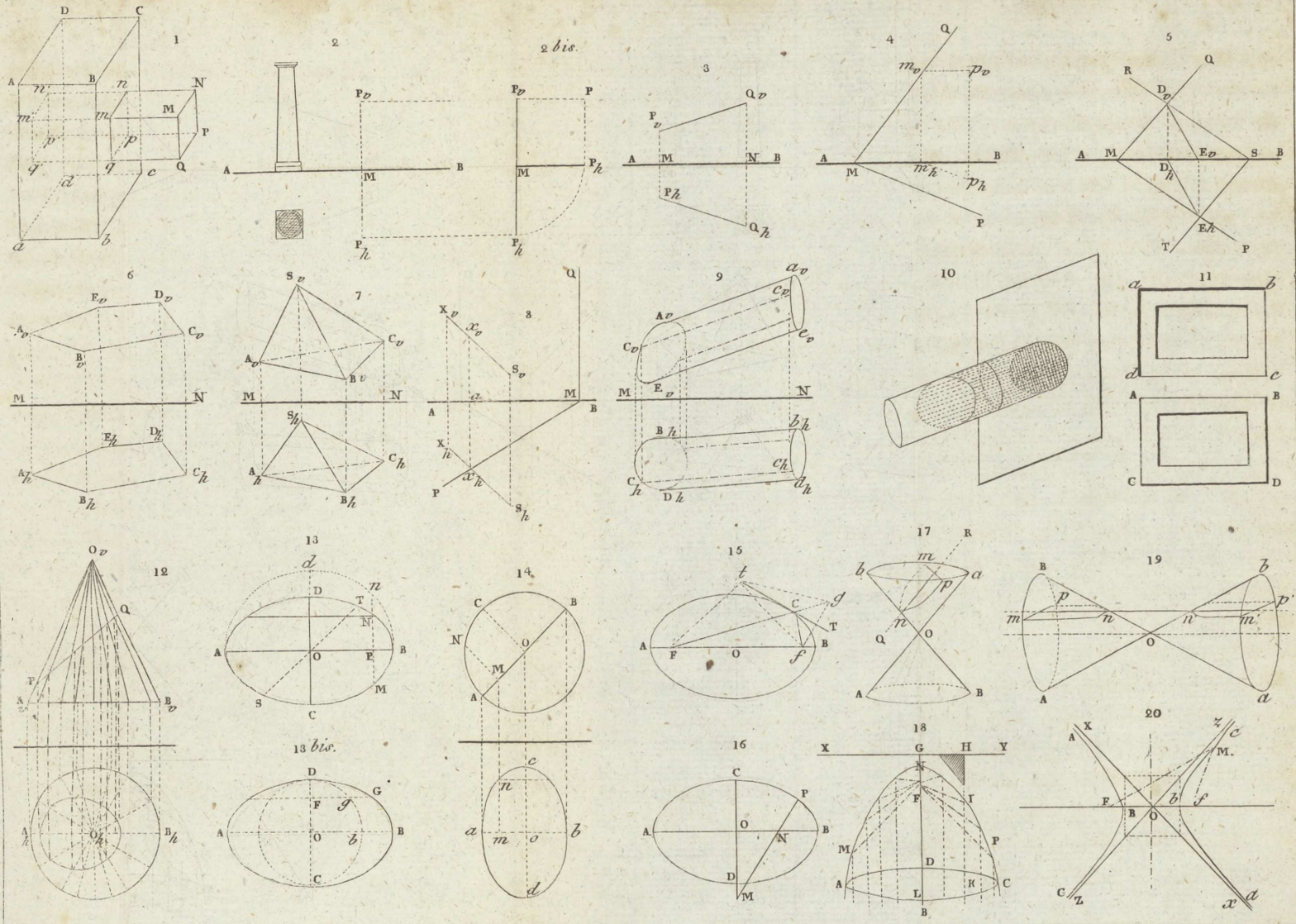
Naar Skibstømmermanden med sin Skarøre polerer, aspudser Skibsskroget, borttager han ved hvert Hug med dette Værktøi det overflødige Træ, efter

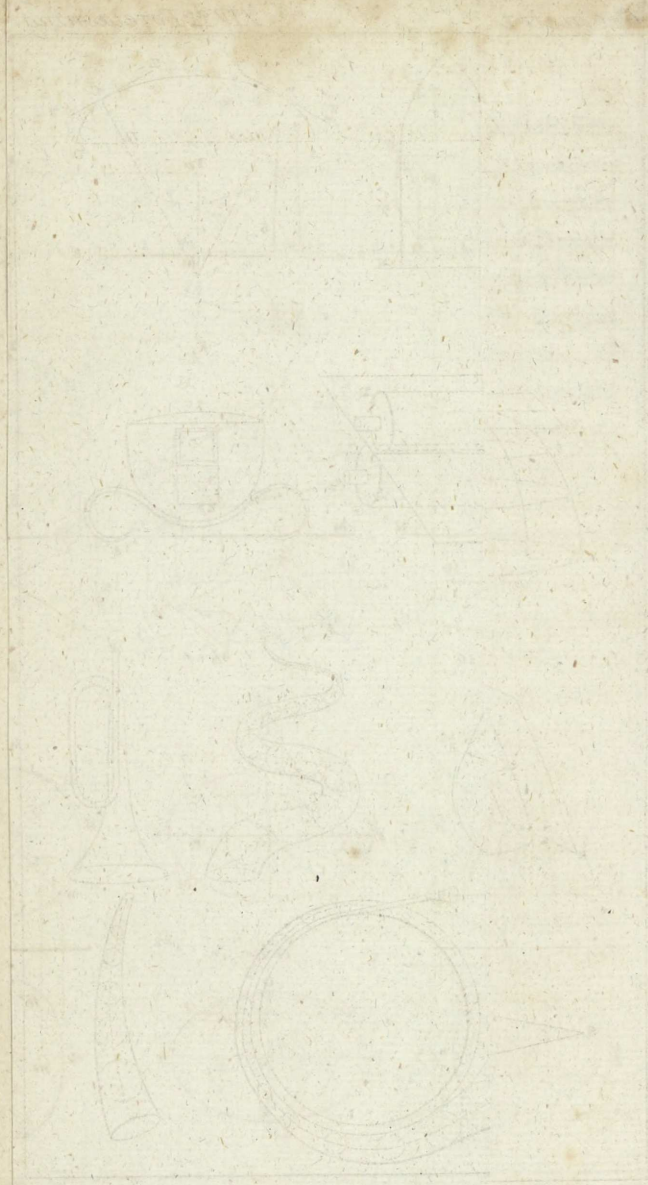
Dannelsen af en Omløbs-Overflade, som tangerer Ektets aspudsede, det vil sige polerede Overflade. Denne Overflade bliver omsider Omfatningen af Omløbs-Overfladerne, som fremstaae ved Arbeidet med Skarøren.

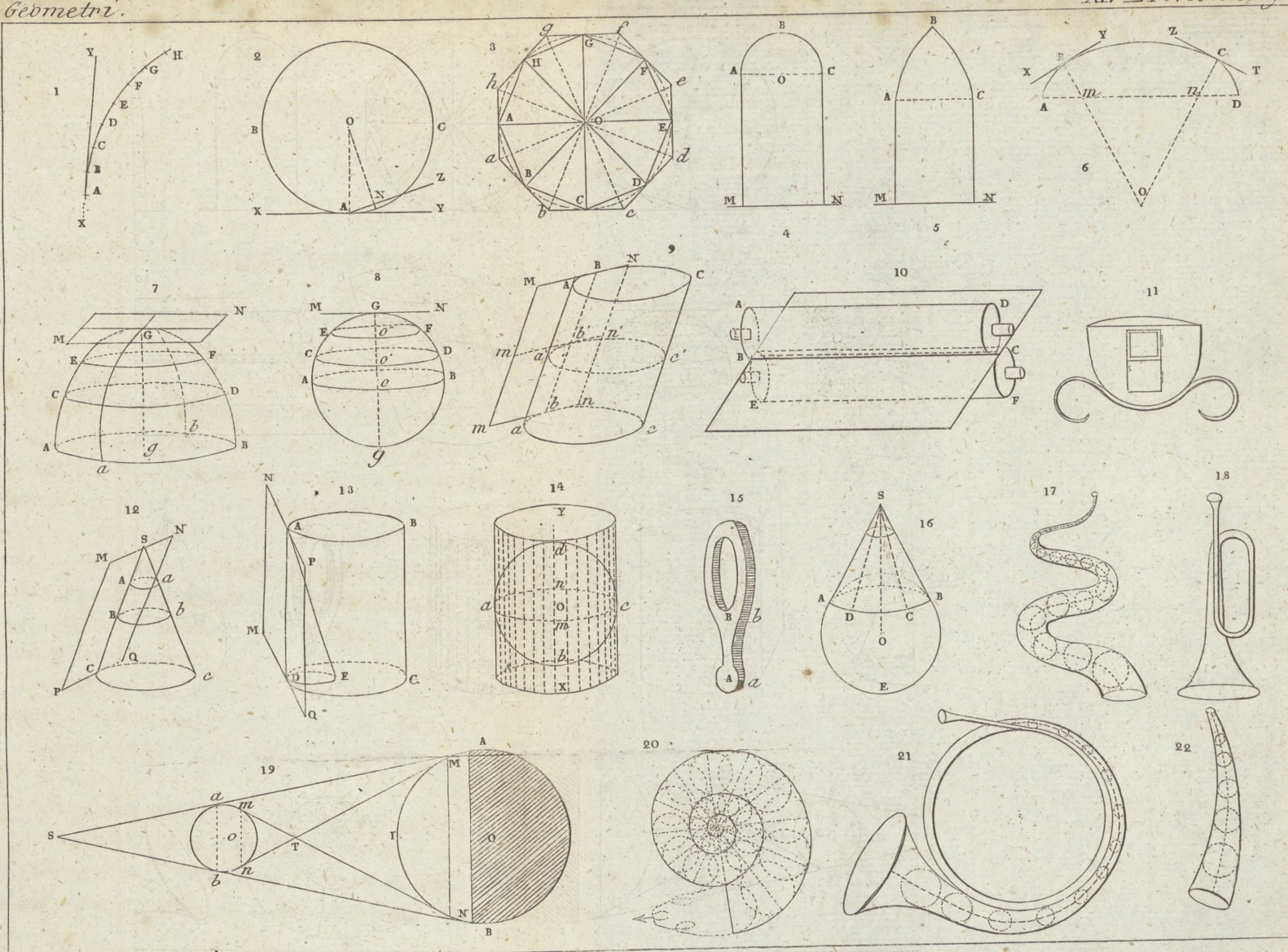
Denne af Nødvendighed meget indtærbne Fremstilling vil imidlertid være nok til at vise Kunstnerne, hvor frugtbart Studeringen af de geometriske Former, som adskille Linier og Flader, ere paa forskjellige, umiddelbare, og for de fleste Kunster vigtige Anvendelser. Det er af Mangel paa tilstrækkelig Betragtning over Natur: og Kunstproducternes Skikkelse, at vi ikke i samme opdage de geometriske Former, de Egenskaber, som udspringe deraf, og de Midler til at tegne og udføre dem, hvilke disse characteristiske Egenskaber tilbyde os.

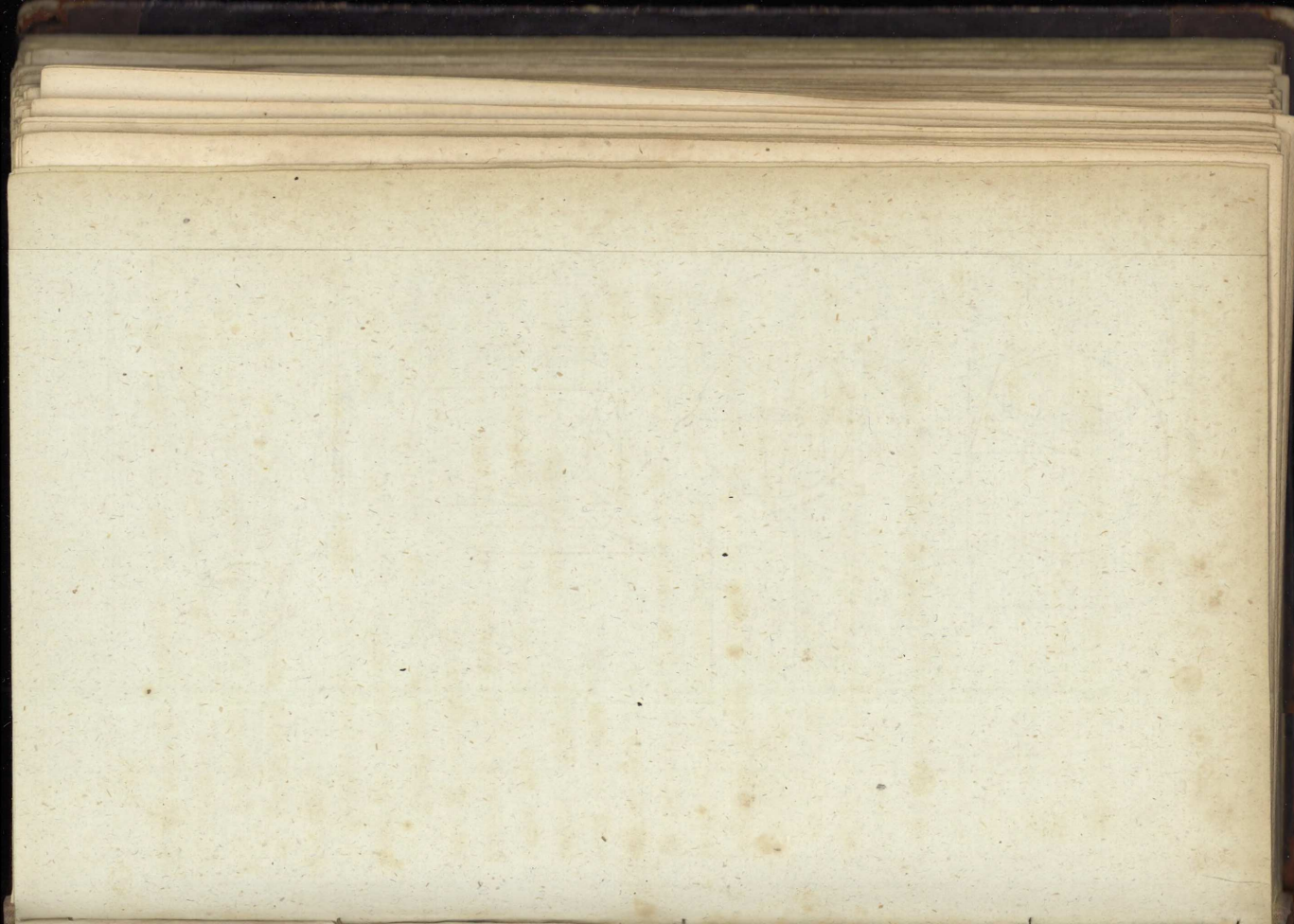
Er først Kunstnerens Opmærksomhed paa den Nytte, som Undersøgelsen af Legemernes Dannelse har for dem, tilstrækkeligen vakt, saa vil den snart blive Gjenstanden for vedholdende, næsten ufrivillig Grandforskning. De ville betragte Industriens Frembringelser, som Naturalisten Naturen: med dette opmærksomme, gennemtrængende Blik, som i enhver ny Gjenstand gjenfinder Overeensstemmelser med Slægter, Arter, der ere dem bekjendte, og Afvigelser, som tjene til at adskille Arterne, Forskjellighederne og Enkelthederne. Dette Studium vil ikke blot blive en Gjenstand for Nysgjerrighed, men vil have meget vigtige og uforudsete Følger for den fuldkomne Udvikling af Arbeidsmaaderne i Industrien.

Men aldrig vil man opnaae sande og meget udstrakte Forbedringer i Kunsterne, uden vedvarende at følge den geometriske Tegnings strenge Methoder. Vilde kun Kunstnerne omhyggeligen studere de Tegnemidler, som den beskrivende Geometri tilbyder dem; de skulde da tillige finde Beviset for de nyttige Egenskaber, som her blot ere løseligen henkastede. Det bliver en uomstødelig Sandhed, at Industrien ikke kan fremmes tilgavn, med mindre Linietegningen og den beskrivende Geometri bliver almindeligen udbredt og brugt i Værkstederne.









Femtende Forelæsning.

Liniers og Overfladers Krumning.

Lader os antage, at man gaaer paa en krum Linie, seende altid i Retningen af Tangenten til det Punct i den krumme Linie, hvor man befinder sig. Det er da ikke nok at gaae fremad, man maa hvert Øieblik vende sig imod den indadgaaende Deel af den Linie, som man følger. Krumningen af denne Linie er proportioneret med Størrelsen, man saaledes dreier af fra den rette Linie, divideret med ethvert lidet Rum, man gennemløber.

Gaaer man paa en Cirkel, maa man, for at tilbagelægge ligestore Buer, dreie bestandigen lige meget: en Cirkels Krumning er altsaa den samme i alle sine Dele.

Gaaer man efterhaanden paa to uligestore Cirkler, Fig. 1, som have R og r til Radier, da vil $3,14 \dots \times 2R$ være = Omkredsen af den store, og $3,14 \dots \times 2r$ være = Omkredsen af den lille Cirkel. Men

naar man gennemløber en heel Cirkel, og altid følger Omfremden, gjør man en Vending af 360° ; altsaa maae Krumningerne C og c af Cirklerne forholde sig som $\frac{360^\circ}{3, 14 \dots \times 2 R} : \frac{360^\circ}{3, 14 \dots \times 2 r}$ eller som $\frac{1}{R} : \frac{1}{r}$

Saaledes er, Fig. 1, den lille Cirkels Omfremd mere krummet end den stores, i omvendt Forhold af den store til den lille Radius. Altsaa staae Cirklers Krumninger i omvendt Forhold til deres Radier. Desaarfsag synes en Cirkels Krumning næsten at være Nil, naar dens Radius er overmaade stor.

Anvendelse paa Jordens Krumning. Da Jordens Radius er over tyve Millioner Fod, saa er dens Storcirkel meer end een Million Gange mindre krum end en Cirkel, der har 20 Fod til Radius, og omtrent ser Millioner Gange mindre krum, end det største Karethjul. Dens Krumning synes os derfor umærkelig i smaae Afstande, og begynder først at blive kjendelig paa Havet, eller i store Gletter.

Kundskaben om Jordens Rundning tjener til nærmelsesviis at maale Høiden af Bjerge og Kyster, naar man kjender disse Steders Afstand fra det Punct, hvor man befinder sig.

Lad AB , Fig. 2, være Jordens Radius, og CD Bjerget, hvis Top D begynder at forsvinde for den Reisesendes Øine, hvilken fra D er ankommen til B . Kjender man Afstanden BC , kan man, ved at drage Radien

ACD, strax maale CD. Er Vinklen BAC meget liden, vil Buen BC næsten være ligestor med den lodrette Linie, som i Punctet B kan drages til AB. Man har da:

$AB : BC = BC : CD$; det vil sige: Jordens Radius forholder sig til Afstanden BC fra Bjerget til det Punct, hvor den Rejsende befinder sig, som denne Afstand forholder sig til Bjergets Høide CD; følgerigen $CD = \frac{BC^2}{AB}$.

Somændene gaar den omvendte Vej. Naar de kjende Høiden CD af Masten, eller enhver anden Deel af et Skib, slutte de derfra til Afstanden BC, hvori de befinde sig fra dette Skib; hvilket under en Krig ofte er af største Bigtighed.

Vi have seet, at Cirkelns Radius afgiver et Maal for dens Krumning; vi skulle see, at den ligeledes tjener til at maale Krumningen af alle krumme Linier.

Dette Middel, at gjøre rette Linier til Maal for krumme Liniers Krumning, er een af de lykkeligste Ideer i Geometrien. Ved dette Begreb gjøres Arbejderne med Hensyn til Krumningen yderst simple.

Lad A A' A'' Z, Fig. 3, være en hvilken som helst krum Linie, hvis Krumning vi ønske at kjende. Vi ville tage tre og tre af dens Puncter, som ligge meget nær sammen; igjennem tre paa hinanden følgende Puncter A, A', A'' ville vi beskrive en Cirkel ABC,

som vil have samme Krumning som den krumme Linie AZ , i den meget lille Bue $AA'A''$. Vi kunne gjøre det Samme ved alle andre Puncter, og saaledes bestemme, hvilke Cirkler, der have samme Krumning som den krumme Linie i sine forskjellige Puncter, og hvilke disse Cirklers Radier ere.

Cirklen ACB , der i Punctet A har samme Krumning som den krumme Linie AZ , kaldes dennes Berørings- eller Krumningskreds; Radien AO i Cirklen er Krumningsradien; og endeligen er Cirkelens Midtpunct Krumningens Midtpunct.

Da Radien er perpendiculair paa Cirkelens Omrids i A , og Omridset af Cirklen i A , A' og A'' falder sammen med den krumme Linie, saa følger deraf, at Krumningsradien er perpendiculair eller normal paa den krumme Linie, hvis Krumning den udmaaler.

Lader os antage, at man fra forskjellige Puncter A , A' , A'' , Fig. 4, som ligge meget nær hinanden, har draget Perpendiculairerne eller Normalerne til den krumme Linie AZ , og at man har affat: Længden AO af Krumningsradien i A ; Længden $A'O'$ af Krumningsradien i A' ; Længden $A''O''$ af Krumningsradien i A'' etc. Da Puncterne A , A' ligge i Cirkelbuen, hvortil O er Midtpunctet, saa har man $OA = OA'$; af samme Grund $O'A' = O'A''$, $O''O'A'' = O''A'''$,

Vi ville til Punctet A fastgjøre Enden af en urækelig Traad. Vi ville spænde den efter AO og efter

Omridset, som bestemmes ved Puncterne $O, O', O'', \dots$, der ere Midtpuncterne til Krumningen af AZ . Derpaa ville vi lade Punctet A rykke fremad, medens Traaden bestandig udstrammes, dog uden at den kan glide langs $O, O', O'', \dots$, saa vil Delen AO af Traaden beskrive en liden Cirkelbue AA' , som aldeles vil falde sammen med den krumme Linie AZ , da dens Midtpunct er Midtpunctet O til AZ , naar man gaaer ud fra Punctet A .

Kommen til A' , maae Traaden strammes i ret Linie fra A' til O' . Naar Punctet A skider frem, for at gaae fra A' til A'' , vil den fra O' i ret Linie udspændte Traad beskrive en Cirkelbue $A'A''$, hvortil O' vil være Midtpunctet. Ligeledes vil Punctet A , i Fremrykningen fra A'' til A''' beskrive en Bue $A''A'''$, hvis Midtpunct er i O'' etc.

Kjender man altsaa en Række af meget nærliggende Puncter $O, O', O'', \dots$, som ere Midtpuncter til Krumningen af en Linie AZ , da kan man med en bøjelig, men uræffelig Traad, meget let tegne den krumme Linie AZ . Denne Methode vil være saameget nøiagtigere, som Afstandene imellem Midtpuncterne O, O', O'' blive mindre. Den vilde være fuldkommen nøiagtig, saafremt disse Puncter fulgte paa hinanden uden Mellemrum, og dannede en sammenhængende krum Linie.

Selv naar man kun anvender nysansførte Middel som en Nærmelsesmaade, fremstiller man den krumme Linie AZ med langt større Nøiagtighed og Sammen-

hæng, end naar man istedetfor den krumme Linie sætter en Mangelkant, dannet af dens Chorder eller Tangenter. Ved denne nye Tegnamaade ville alle, istedetfor den krumme Linie AZ satte Cirkelbuer passe sammen efter Længden; der vil hverken findes Vinkler, som ved Mangekantens Hjørner, eller rette Linier, som skulle træde istedetfor krumme

Man bør derfor anvende dette nye Middel, til nærmelsesviis at frembringe Formen af saadanne krumme Linier, man ikke kan udføre ganske nøiagtigt, saa ofte uafbrudt Sammenhæng i Krumningen er af Vigtighed.

Vi have seet, at Traaden AO O'O''... rettede sig, medens dens Endepunct A beskrev Linien AZ. Undersøge vi den krumme Linie OPQ....X, som det strax i Begyndelsen bemærkede Punct paa Traaden gennemløber, da ville vi finde, at XO^m er lige stor med den Deel af Traaden, man først havde bøiet i Netningen OO'O''... O.

Afviklende Linie, kalder man den krumme Linie OPQX, som tjener til at afvikle den krumme Linie OO'O''....O^m, hvilken saaledes afvikles, at dens Længde overalt er lig Krumningsradien OO', PO'', QO'''... XO^m til den krumme Linie OPQX.

Kunsterne gjøre ofte Brug af afviklende Linier, især af Cirkelns, Fig. 5. Mechanikeren anvender dem for rigtigten at skjære sine Kamme, saasom paa Kamshjul el. desl.

Lader os antage, at en Stampe AB, Fig. 6, 7, 8, er saaledes indsat i en Kende, at den kun kan stige og falde i en bestemt lodret Linie; da kan man frembringe denne Stigen og Falden.

Dertil betjener man sig af en horizontal, cylindrisk Bøm C, som tangerende berører en fremspringende Kam DE, hvis Underside er i lige Linie med Bømmens Midtpunct, naar Stampen er nedsunken til sit laveste Punct, Fig. 6.

Paa Omridset af Bømmen fæster man en Bue OPQR af Afviklingslinien af Omridset $OO'O''O'''$ af den Cirkel, som er Grundlinie for Bømmen.

Naar nu Bømmen gaaer omkring, kommer først Punctet O' i den Stilling, som O indtager; Tangenten $O'P$ til Cirklen bliver da vertical, Fig. 7. Altsaa maa Kammen ED, som slæber Stampen med sig, være steget en Høide $= O'P$. I det Bømmen bestandigen gaaer omkring, kommer O'' i den oprindelige Stilling af O ; Kam og Stampe ere da opløste $O''Q$. Endeligen, da Axen vedbliver at gaae rundt, kommer O''' i O 's oprindelige Stilling, Fig. 8; $O'''R$ bliver da vertical, og Kammen, der ikke længer finder Noget, som tilbageholder den, hører op at modsætte sig Stampens Fald, hvilken frit falder ved Virkningen af sin Vægt, og forbliver i Hvile, indtil Kammen, efter fuldendt Omgang, atter opløfter Stampen.

Denne Bevægelse har den store Fordeel, at udføres uden Stød, og, som vi skulle see i Mechaniken, uden noget Krafttab.

I den trettende Forelæsning have vi undersøgt den vigtige frumme Linie, man kalder Ellipse. Da denne frumme Linie ABC, Fig. 9, er symmetrisk med Hensyn til sine Aarer, saa er dens afviklede Linie (Evolute) DEF, ligeledes symmetrisk med Hensyn til de samme Aarer. Ellipsens største Krumning er ved Enden af dens store Aar; dens mindste ved Enden af den lille Aar.

Skulde man danne en stor Ellipse, Fig. 9, med megen Sammenhæng, kunde man først drage den afviklede Linie DEF, og derpaa beskrive den frumme Linie ABC ved Hjælp af en Traad eller en Snor, som snart bøtes paa DE, snart paa EF.

Det er vigtigt at bemærke, at selv naar man istedetfor DEF tog en Mangelkant, det vil sige en Række af Linier, som danne Vinkler, saa vilde dog den frumme Linie ABC ikke frembyde nogen retlinet Deel, ei heller nogen Vinkel; den vilde da have to Bestanddele af fortsat Sammenhæng, som mangle Linien DEF. Den frumme Linie, hvortil ABC vilde blive den afviklende, vilde endnu have mere fortløbende Sammenhæng, efterdi dens Krumningsradier vilde i umærkelige Grader forstørres eller formindskes, endog naar Krumningsradierne til ABC fulgte paa hinanden uden Jævnhed, som ved

Constructionen af hiin krumme Linie, kaldet Kurvehank.
See IVde Forelæsning, Fig. 36.

Vi kunne nu tænke os forskjellige Arter af fortløbende Sammenhæng, hvis Gradationer det er meget vigtigt at ordne i vor Forstand.

1. Man kan fremstille en krum Linie, Fig. 10, ved en Række af Puncter, som ligge meget nær hinanden. Saadanne ere de puncteerte Linier i en Tegning; saadanne ere de Netninger, som antydes ved Rader af Træer, plantede i større eller mindre Afstande, i rette eller krumme Linier, hvilke Diet letteligen forestiller sig, naar disse krumme Linier kun have nogenlunde Sammenhæng. Imidlertid er Sammenhængen her kun antydet ved Puncter, ligesom det seer ved Tal i Tabellerne, der, for enhver krum Linie, angiver Veligheden af et vist Antal Puncter. Beregningen af Skibsrummet frembyder et Exempel herpaa.

2. Man kan forestille en krum Linie ved en Række af rette Linier, som ere Chorder til samme, $AA', A'A'', A''A''', \dots$ Fig. 11, eller Tangenter $AA', A'A'', \dots$ Fig. 12. Ved denne Maade er der Sammenhæng i Puncternes Følge, men ikke i Netningerne, efterdi man ved hvert af Mangelfantens Hjørner $A, A', A'' \dots$ pludseligen forandrer Netningen.

3. Istædetfor den krumme Linie, kan man sætte en Række af Cirkelbuer, $AA', A'A'', A''A''', \dots$ Fig. 4, der næsten have samme Krumningsradier som Linien,

de forestille; da er der Sammenhæng baade i Puncternes Følge og i deres Retning. Ere Buerne meget smaae, da er der Sammenhæng i Retningen og i Krumningen af den krumme Linie. Saaledes aflaae, som vi have sagt, Bygmesterne Gjennemsnittet af fortrykte Hvalvinger; saaledes tegne Bro; og Beiofficererne de ikke cirkelformige Buur i deres Broer.

Kunsterne maae, efter Vigtigheden af deres Arbejder, og efter den Grad af Nøiagtighed, som kan sikke et lykkeligt Udfald, betjene sig af disse forskjellige Grader af Sammenhæng i deres Bygninger og Bevægelser. Det paaligger Forstanderen for Fabrikker og Manufacturer at bedømme, i de forskjellige Tilfælde, hvilken Methode, der forener de fleste Fordele: Lethed, Simpelt og tilstrækkelig Nøiagtighed.

Naar Skibsbygmesterne ville give de Linier, ved hvis Hjælp de bestemme og danne Formen af Skibsskroget, omhyggelig Sammenhæng i Retning og Krumning, da anvende de en mekanisk Maade, som fortjener at kjendes. De antyde de særskilte Puncter, hvorigjennem den krumme Linie skal gaae. Derpaa indslaae de Søm paa begge Sider af disse Puncter, og i saadan Afstand, at en tynd Lineal kan bøies og sættes imellem disse parviis indslagne Søm. Da maa den krumme Linie, som med et Blyant drages langs med den bøjede Lineal, gaae igjennem alle Puncterne A, A', A'',... Fig. 13. Der udfordres stor Færdighed i dette Arbeid,

for at frembringe den krumme Linie, fra den ene Ende til den anden, igjennem umærkelige Aftagelser, til en saadan Grad af Jævnhed, som tjener til at formindste Skibsskrogets Modstand mod Vandet under Skibets Bevægelser. Skibsbygmesterne ville i denne Henseende drage stor Fordeel af at studere de geometriske Former. Dette Studium giver dem et hurtigt og sikkert Siemaal.

Dette Middel, som passer paa Afslagninger i det Store, kan ikke anvendes ved Tegninger paa et Blad Papiir. Ifødetfor store Trælinealer bruger man da smaae af Fiskebeen; nogle, overalt lige tykke, tjene til at tegne Linier, hvis Krumning kun forandrer sig meget lidet; andre, gradviis fortyndede mod den ene, eller med begge Ender, tjene til at tegne Dele af krumme Linier, hvori Krumningen ligeledes formindstes gradviis, fra den ene Ende til den anden. Man bærer disse Fiskebeen saaledes, at deres Omrids gaaer igjennem de paa Planet antyndede Puncter, svarende til den krumme Linie, man vil tegne, og som drages, idet Blyantet føres langs den krumme Lineal. Trekantede, med Papiir eller Løt beklædte Blystykker, P, P', P'', ..., Fig. 14, træde paa Papiret ifødetfor Sømmene, som bruges ved Afridsninger i det Store, liig Skibsbygmesternes Afridsninger paa Modelloftet.

Til at føre krumme Linier igjennem givne Puncter, benytte Tegnerne ofte et Redskab, som de, efter sin

Stikkelse ABCDE, Fig. 15, kalde Pistolen. Da den frembyder meget forffjellige Krumninger, kan man i de fleste Tilfælde lægge dette Instrument saaledes, at man derefter stykkeviis kan tegne en Figur, som ikke har nogen Vinkel, og hvis Krumninger følge paa hinanden uden skarpe Kanter.

Hidtil have vi kun afhandlet Krumningen af Linier, tegnede paa et Plan, hvilke kaldes Linier af enkelt Krumning.

Men der gives Linier, man ikke kan tegne paa et Plan, fordi de have to Krumninger istedetfor een; saadanne ere Spirallinier, dragne paa Cylindre, Regler etc.

Ved Linier af dobbelt Krumning kan man, ligesom ved de enkeltkrumme, altid tage tre og tre umiddelbart paa hinanden følgende Puncter i samme, og drage en Cirkel igjennem disse tre Puncter. Denne vil da blive Berøringskredsen til den krumme Linie, i Udstrækningen af den lille imellem de tre Puncter liggende Bestanddeel. Berøringskredsens Plan kalder man den krumme Linies Berøringsplan. Ingen anden kunde i den lille Bestanddeel, som haves under Betragtning, nærme sig meer til den krumme Linie af dobbelt Krumning. Ved Hjælp af Berøringsplaner og Cirkler kan man i Kunstene, ved en Række af Cirkelbuer, som passe tangerende sammen, drage ved Nærmelse, og paa en temme-

lig sammenhængende Maade, alle Arter af krumme Linier af dobbelt Krumning.

Mange og sjønne Betragtninger over disse Liniers Krumning maae vi her forbigaae, fordi de ikke høre til den simple Geometri, eller umiddelbart anvendes i de sædvanlige Arbejder.

Betragtningen af Overfladers Krumning er derimod yderst nødvendig i Industrien.

Kuglens Krumning. Krumningen af Kuglens Overflade er lettest at fatte og at bestemme. Vi ville paa Kuglen vælge et hvilket som helst Punct A, Fig. 16, og fra Midtpunctet O drage Radien AO. Denne Radius vil udmaale Krumningen i A af alle Snit, gjorte i Kuglen ved et Plan, som gaar igjennem Radien AO. Den vil angive selve Kuglens Krumning, der, som man seer, er uforanderlig i alle Retninger og i alle Puncter af dens Overflade. Altsaa er Kuglens Radius overalt saavel dens Krumningsradius, som Krumningsradius til alle Snit, frembragte ved et Plan, hvori denne Radius ligger.

Den rette, cirkelrunde Cylinder har, med Hensyn til sin Grundlinie, til Krumningsradius selve Radien af den Kugle, som den omfatter og berører efter Omridset af sin Grundlinie. Men betragtet i Retningen af dens Kant AB, Fig. 17, har den ingen Krumning, og spurgte man om Længden af Radius til Krumningskreds

sen af Cylinderen i Rætningen af dens Kant, da vilde man finde, at den maatte være uendelig stor.

Det forholder sig paa samme Maade med den rette, cirkelrunde Kegel. I Rætningen af dens Grundflade har den til Krumningsradius selve Radien af Kuglen, som den omfatter; men i Kantens Rætning er dens Krumning *Uul*.

Alle andre Arter af Cylinder og Kegel, og i Almindelighed alle udfoldelige Overflader, have ingen Krumning i Rætningen af deres retlinede Kanter; medens de alle have en mere eller mindre mærkelig Krumning i den derpaa perpendiculaire Rætning.

Man vil bemærke, at Snittene i en Cylinder eller Kegel, som skee efter en Radius AO af Grundfladen, Fig. 17 og 18, altid have deres Krumnings Midtpunct indenfor Overfladen. Saaledes have Krumningsradierne $AO, A'O', A''O'' \dots$, i hele Udstrækningen af samme Kant $AA'A'' \dots B$ af de kegledannede og cylindriske Overflader, samme Rætning og ere parallelle.

Det forholder sig ikke saaledes med de fordreiede eller vindstjæve Overflader. Betragter man f. Ex. den vindstjæve Overflade af en Trappe, vil man altid see Krumningen at vende sin hule Side nedad i een Rætning, og opad i den derpaa perpendiculaire Rætning.

Renden i en Tridse, Fig. 19, har sin mindste Krumning i Rætningen, som er perpendiculair paa Tridsens Axe, og dens mindste Krumnings Midtpunct paa

selve denne Aere; imedens den i en med Aeren parallel Retning har Midtpunctet for sin største Krumning i et Punct *n*, som ligger lige langt fra *m* og *p*, Rendens Kanter.

Man har altsaa tre meget forskjellige Classer af Overflader, med Hensyn til deres Krumninger.

I den første Classe have Krumningerne af Linierne, som man kan afflaae paa enhver Overflade, alle een og samme Retning. Denne Classe indbefatter Kuglen, Ellipsoiderne, Overfladen af Egget, Kastanien, Silkeormens Huus (Cocon), o. s. v.

I den anden Classe gives kun Krumninger i een Retning; de ere Nul i den anden. Denne Classe indeholder kun udfoldelige Overflader, Cylindre, Kegler etc.

Endeligen er i den tredje Classe en Deel af Krumningerne rettet i een Retning, og den anden Deel i den modsatte; saaledes, at naar man igjennem et givet Punct paa Overfladen drager Normalen til denne Overflade, da vil en Deel af Midtpuncterne af Snittenes Krumninger befinde sig paa denne Normal paa den ene Side af Overfladen, imedens den anden Deel befinder sig paa den anden Side.

Den afverlende Overflade af det menneskelige Legem fremstiller disse tre Classer af Flader. Saaledes maae vi til første Classe henregne de fremspringende Yderdele: Hælen, Knæet, Skulderen, Fingerspidserne, hvis Krumninger begge befinde sig i samme Retning.

En Deel af Laaret, Benet og Armen har kun Krumning i een Retning, og hører til den anden Klasse.

Endeligen see vi Overflader af tredje Klasse, det vil sige saadanne, hvis tvende Krumninger have modsatte Retninger, i alle Ledemodene i Armene, Fingrene, o. s. v., i Hovedets og Legemets Forbindelse med Halsen, o. s. v.

Imellem alle disse almindelige Former opdager Billedhuggerens og Malerens øvede Øie en Mængde smaae Forskjelligheder i Folgen, i Affætningen af Krumningerne paa enhver Deel af det menneskelige Legem. Efter som han gjengiver disse Forskjelligheder med større eller mindre Rigtighed, frembringer han Mesterstykker, hvis Sandhed opvækker Kjenderes Beundring, eller kun Omrids, hvis Udselshed støder den oplyste Beskueres Øie.

Krumningerne af de forskjellige Dele af vort Legems Overflade beroe meget paa Dannelsen af Benene, Nerverne og Musklerne, som bedækkes af Huiden. Altsaa maa den kyndige Tegner altid gjøre sig Regnskab for Sandheden af de Former, han vil udtrykke, ved at sørge for, at dette Udtryk, tilkjendegiver de skjulte, men kjendelige Former af de indre Dele.

Det er en mærkelig Feil i nogle Kunstners Arbejder, at de gjøre visse Dele af vort Legems Overflade altfor fremspringende, altfor krumme, altfor hvalvede, for at angive de anatomiske Former med større Tyde-

lighed, endog da, naar de burde undgaae Diet. Denne Overdriven er kun et Charlataneri, der er under den kunsterfarne Mesters Værdighed.

Bort Ansigts Overflade besidder en udmærket Bevægelighed, som afhænger af vore indvortes, siebliffelige eller bestandige Lidenstaber. De bestandige Lidenstaber give Krumningen af de bevægelige Dele, ja endog Udseendet af de ubevægelige Dele, varige Former, som en fortsat Sagttagelse lærer at kjende i sine mindste Forskjelligheder. Disse ere Ansigtsdannelsernes Særkjender. Vore forbigaaende Lidenstaber give vore Træk meer eller mindre stærkt udtrykte, meer eller mindre flygtige Forandringer, og sammes Studium er af største Vigtighed for Udvølsen af de skjønne Kunster. Det afhyller uendelige Forskjelligheder, hvoriblandt Manden af Genie veed at vælge netop de Former, som passe bedst til den milde eller alvorlige, dybe eller stræffelige Character i hans Fremstillinger.

Vi maae endnu berøre et nyligen udtænkt Studium, med Hensyn til det menneskelige Hoveds Former. Foruden en almindelig Anordning af Hjerneskallens Hovedkrumninger, bemærker man Bøininger, forskjellige locale Krumninger, som ere stærkere eller svagere udtrykte hos forskjellige Personer.

Man har anseet disse meer eller mindre krumme, meer eller mindre hvælvede Dele, som man kalder Knuder, for udvortes Kjendetegn paa vore stærkere eller

svagere Evner, paa vore meer eller mindre stærke Tilbøieligheder.

Det er ikke vanskeligt at gjøre saadanne Studier latterlige og foragtelige; men den vise Jagttager af Naturens Love er hverken rede til at laste eller rose, naar der handles om de første Undersøgelser af nye Gjenstande. Skulde det endog være sandt, at Begjærlighed efter at forklare Alt, havde ladet os altfor meget forsøge Kjendtegnene paa vore Tilbøieligheder og Aandskræfter, vilde det dog være nok, at et lidet Antal af Evner, meer eller mindre tydeligt, tilkjendegive sig i vor Hjerneskals Dannelse, for at gjøre det dybe Studium af dens Krumningers Forskjelligheder til en værdig Gjenstand for de Vises Granskning.

De forskjellige Dele, hvoraf Dyrenes ydre Legemsbygning bestaaer, ere lige eller krumme Masser og Former, hvilke gjøre dem meer eller mindre skikkede til visse Bevægelser. Dette er Gjenstanden for en endnu ny Videnskab, bekjendt under Navn af den sammenlignende Anatomi. Denne Videnskab vil faae større Nødtægtighed, og give fuldkomnere Resultater, naar den ikke alene hensøger de fornemste Udstrækninger af enhver Deel i Dyrenes Bygning, men endog Størrelsen og Retningen af Krumningen, af enhver Bestanddeel i denne Bygning til geometriske Maal; især med Hensyn til de Dele, som ere i Berøring med hinanden, det vil sige Ledemodene.

Ligesom disse Undersøggelser befordre den sammenlignende Anatomies Fremskridt, ville de ogsaa levere meget nyttige Resultater for Industrien. For at tilfredsstille deres Fornødenheder, udføre Dyrene med en sjelden Fuldkommenhed mange Arbeider, hvori vore Kunster og Haandværker endnu neppe høre sig over det Middelmæssige. Disse ville finde forskjellige og meget sindrige Mønstre i de Midler, hvormed Naturen har forsynet de levende Dyr.

De græsædende Dyr have Tænder, som fuldkommen ere indrettede til at knuse Materier af Planteriget. Uagtet Sliddet ved denne Knusning, vedligeholde deres Tænder sig dog længe i god Stand, medens Møllestenene slides hastigt og nøder os ofte til at fornye deres Form, eller ombille dem, for igjen at faae dem til at skjære godt. Kunsten er altsaa heri langt under Naturen. Ved at gaae ud fra denne Tanke, har Hr. Morslard beskæftiget sig med at danne Knusemaskiner, for hvilke han har taget Hestens Kindtænder til Mønstre, og har derved undgaaet den Nødvendighed at ombille.

Det er saaledes Industriens egen Fordeel, at Anatomierne, Geometerne og Mechanikerne forenede studere Udstrækningerne, Krumningerne og Foreningerne af Dyrenes forskjellige Dele.

Vi ville nu undersøge de geometriske Træk, hvormed man paa en meer eller mindre simpel Maade kan

fremstille Bestanddelene og Forskjellighederne af hine Krumninger.

For Overfladerne af første Klasse kan man altid tegne en Ellipse, projiceret parallelt med sit Plan, Fig. 20, i ABCD, hvilken Ellipse, naar man gaaer ud fra Punctet P, forestillert Figuren af et Affnit af Overfladen, skaaet parallelt med Planet mn, som i P tangerer Overfladen, og meget nær ved MN. Da PO er Afstanden af Punctet P fra det skjærede Plan MN, saa vil man, naar man igjennem Punctet P lader gaae en Række af Cirkler, som alle have deres Midtpuncter paa Normalen eller Perpendiculairen PO, og som tillige gaae igjennem Ellipsens Omrids, erholde alle Berøringscirklerne til Snittene, som ere gjorte i Overfladen ved selve Planerne af disse Cirkler.

Den mindste af disse Cirkler vil gaae igjennem Endepuncterne B, D af Ellipsens lille Axe; den største igjennem Endepuncterne A, C af Ellipsens store Axe. Fig. 20 bis forestiller alle disse Cirkler, afflaede paa eet og samme Plan, hvilket gaaer igjennem Normalen POP, Fig. 20.

I alle Overflader af første Klasse, som have deres Krumninger i een og samme Retning, er altsaa Retningen af den største Krumning AC lodret paa Retningen af den mindste Krumning BD.

Ved alle Overflader, som have begge deres Krumninger i een og samme Retning, naar man gaaer ud fra samme

Punct, er altsaa Retningen af den største Krumning perpendicular paa Retningen af den mindste Krumning.

Da Ellipsens Omrids er symmetrisk med Hensyn til dens to Aker, ville Krumningskredsene, som gaae igjennem Omridset og Perpendicularen eller Normalen POP, ligeledes være symmetriske med Hensyn til Akerne, AC og BD, det vil sige med Hensyn til begge Retninger af den største og mindste Krumning.

Altsaa ere de mellemfaldende Krumninger af de paa Overfladen perpendicularen Snit, Krumninger, som gaae bestandig aftagende fra den mindste til den største, symmetrisk ordnede med Hensyn til Retningen af den største og den mindste Krumning, regnet fra ethvert Punct paa Overfladen.

Hvad Overfladerne af tredie Classe angaae, da giver et Plan, som skærer dem uendeligen nær ved Tangeringsplanet, et Snit, som har Stikelse af Hyperbelen. Retningen af denne Hyperbels Aker giver Retningen af begge Aker til den største og mindste Krumning. De mellemfaldende Krumninger ere symmetrisk ordnede med Hensyn til begge Akers Retning. Fig. 21 forestiller Snittene, som ere gjorte i Renden af en Tridse, hvis to Krumninger ere førte i modsatte Retninger, ved to Planer, som ere meget nærved Planet MN, der tangerer Renden i P. Disse Snit have Form af to

Antydnings-Hyperbler. Denne Figur bør man have i ophæiet Arbeid.

Overfladerne af anden Klasse kunne betragtes som fælleds Grændse imellem begge de andre. Som saadanne have de Egenskaber fælleds med begge de andre Flader; saasom at have deres største og mindste Krumningsradius perpendiculair paa hinanden, imedens Mellemkrumningerne ere symmetrisk ordnede med Hensyn til Hovedkrumningerne.

Man har givet hine krumme Linier Navn af antydende Linier, fordi de have den Egenskab at antyde Naturen og Forholdene af Overfladernes Krumninger, og vi have seet Midlerne til at betjene sig af dem, for at lære at kjende de væsentlige Egenskaber ved Overfladers Krumning. Vi maae nu henvise til Dypins Undersøgelser i denne Anledning i hans geometriske Udviklinger og til de Anvendelser, han har gjort deraf (Applications de géométrie) paa svømmende Legemers Stadighed (stabilité), paa Skibsbygning, paa Idgravninger og Opfyldninger ved offentlige Arbeider, og endeligen paa de optiske Phænomener, som frembringes ved Brydning af Straalebundter paa alle Slags krumme Speile.

Tænke vi os, at man ved at gaae ud fra det første Punct i en Overflade bestandig gaaer frem efter Retningen af den største Krumning, saa vil man beskrive en Linie. Alle saaledes beskrevne Linier ville dække Over-

fladen i deres hele Udstrækning; de ville danne et System af Linier af største Krumning.

Gaaer man derimod ud fra et givet Punct i en Overflade og overalt følger Retningen af de mindste Krumninger, vil man atter beskrive en Linie, og alle saaledes beskrevne Linier ville atter heelt bedække Overfladen, og danne et System af Linier af mindste Krumning.

Endeligen ville Linierne af største Krumning overalt være vinkelrette til Linierne af mindste Krumning.

Krumningslinierne have en meget værdifuld Egenskab for Kunstene, hvilken vi ville anføre uden Bevis. Dersom man igjennem ethvert Punct af een og samme Krumningslinie drager en Perpendiculair paa Overfladen, saa ville alle disse Perpendiculairer danne en Overflade, som nødvendig vil blive udfoldelig *).

I Cylinderen, Fig. 22, ere Linierne af mindste Krumning de retlinede Kanter, hvis Krumning er ∞ . Linierne af største Krumning ere de Snit, som gøres af Planer, der ere vinkelrette til Aksen; og Omridset af disse Snit er siensynligen retvinklet til enhver

*) Beviset for denne Sætning og alle Egenskaber ved Liniers og Overfladers Krumning findes i Dupins *Développements de géométrie*.

Kant. Altsaa danne Linierne af største og mindste Krumning i Cylinderen en ret Vinkel.

I Keglen, Fig. 23, hvor Kanterne ligeledes ere de mindste Krumningslinier, finder man Linierne af største Krumning paa følgende Maade: Man sætter Spidsen af det ene Vasserbeen i Toppen af Keglen, og beskriver med Spidsen af det andet forskjellige frumme Linier med forskjellige Radier, men alle perpendiculaire paa Kanterne; thi naar man udfolder Keglen, ville disse frumme Linier blive Cirkler, og Kanterne ville blive disses Radier.

Paa Omløbs-Overflader ere Meridianerne Linier af een Krumning, og Parallelcirklerne af en anden, og vi vide, at Meridianerne overalt ere perpendiculaire paa Parallelcirklerne.

Den berømte Monge har gjort en særdeles skøn Anvendelse paa Steenhugning af de Egensfaber, vi have opregnet.

Skal man udføre Hvælvinger med frumme Overflader, da deler man disse Hvælvinger i saa smaa Afdelinger, at enhver kan forfærdiges af een eneste Steen.

Efter at have bearbejdet den Deel af Stenen, som skal fremstille Afdelingen, og givet den den Skikkelse, som passer til Hvælvingens Overflade (intrados), arbejder man Sidesladerne med hvilke Stenene, som kaldes Hvælvingstens, skulle ligge paa hinanden.

For saameget muligt at opfylde alle Betingelser, mager man det saa: 1. at Bindingsfladerne erholde en simpel og særdeles nøiagtig bearbejdet Skikkelse; 2. at Samlingen erholder den størst mulige Fasthed. Denne sidste Betingelse udkræver, at Fugerne overalt ere perpendiculaire paa Hvælvingen; man indseer let hvorfor. Dersom Samlingsfiden af en Hvælvingsteen dannede en stump Vinkel med Hvælvingen, saa maatte den hosliggende Hvælvingsteen gjøre en spids Vinkel med denne; ved Virkningen af Trykket vilde den Hvælvingsteen, som begrændsedes af en stump Kant, knuse eller sprænge den Hvælvingsteen, som begrændsedes af en spids Kant, ved den mindste Virkning, som frembragtes ved Synkning eller Tryk. Fordringen af Simpелhed og Lethed udkræver at Bindingsfladerne ere plane, eller idetmindste udfoldelige. Antager man denne Form, kan man altid af Papiir, Pap, eller enhver anden bøielig Materie skjære et plant Blad, som nøiagtigen har det Omrids, som passer for Fugen; det vil være nok behørigen at bøie Bladet, for at see, om det overalt passer paa Fugen, som man ved Hjælp af Vinklen vil gjøre vinkelret paa Hvælvingen.

Da de Betingelser, vi nyligen have udviklet, udkræve, at man finder udfoldelige Overflader, som overalt ere perpendiculaire paa Hvælvingen og tillige perpendiculaire indbyrdes, saa fordre de ogsaa, at man vælger til Samlingslinier saadanne Linier paa Hvælvingens

Overflade, som ere denne Overflades Krumningslinier.

Altsaa, naar man bygger Cylindre, Fig. 24, saa vælger man til Bindingsflader: i den ene Retning parallelle Kanter med ligestore Mellemrum, hvilke ere Linier af mindste Krumning; i den anden Retning krumme Linier, som ere perpendiculaire paa disse Kanter, og som ere Linier af største Krumning. Bindingsfladerne, som dannes ved Overfladens Normaler, efter disse Kanter og disse krumme Linier, ere Planer, som skjære hinanden under rette Vinkler. Steenhuggerens Arbeid bliver da saa enkelt som muligt.

Naar man bygger fegledannede Overflader, Fig. 25, som ved vidtaabne Dørre og Vinduer, hvælvede Nibninger, som i Casematter etc., da vælger man ligeledes til Samlingslinie Reglens Kanter, og de paa disse perpendiculaire krumme Linier.

Vil man danne en Hvælving, som har Skikkelse af en Omløbs-Overflade, Fig. 26, som f. Ex. en Kuppel, da tegner man paa Hvælvingen regelmæssige Afdelinger, dannede af Meridianer og Parallelcirkler. De paa Hvælvingen perpendiculaire Linier, i Meridianernes Retning, danne Planer; disse blive Hvælvingstenenes verticale Fuger. De paa Hvælvingen perpendiculaire Linier, i Parallelerne Retning, danne Regler; disse ere Fugerne i den horizontale Retning, og disse Bindingsflader ere udfoldelige, fordi de svare til Krumningslinierne. En-

deligen skjæres de fegledannede Fuger under rette Vinkler af de plane Fuger, som med Hensyn til Reglen ere Meridianplaner.

Vi ville ikke videre udvikle denne herlige Anvendelse, der er saa simpel, saa almindelig, saa frugtbar i sit Princip og sine Følger. Den egner sig til at vise os den hele Bigtighed, som Kundskab om Krumninger, Glader og deres fornemste Egenskaber har for Kunsterne. De skønne Kunster kunne drage stor Nytte af det samme Studium.

Med den afvejlende Virkning af Lys og Skygge dømme vi ikke alene om de fremspringende eller glindsende Puncter, om de skarpe Kanter og om de tilsyneladende Omrids, som give ethvert Legems Dannelse sit særegne Udtryk; men de stærkere eller svagere Afvejlinger af Skygge og Lys gjøre os det ogsaa muligt, endog i de Dele, hvori intet Punct, ingen Linie er særskilt bemærkelig, at adskille Legemernes Dannelse, Slags og Graden af deres Krumning i enhver Deel af deres Overflade.

Dette Studium hører ikke alene Kunsterne til, det er ogsaa nyttigt for Mænd i alle Haandteringer; det giver dem hurtigere, rigtigere og fuldstændigere Kundskaber om den sande Form af de Gjenstande, som de tage under Betragtning, enten af Lyst eller af Nødvendighed.

Vi vilde undersøge, hvorledes vort *Die* kan give os et Begreb om Overfladers Krumning.

Lader os antage, at Kuglen *ABC*, *Fig. 27*, er belyst i en vis Retning af Solstraalerne.

Vi begynde med at drage Adskillelseslinien mellem Skygge og Lys *LLL*, ifølge de Grundsætninger, vi have foredraget i 14de Forelæsning. Vi vilde med sort Skravering antyde den Deel, som ligger i Skyggen, og intet mere vil blive belyst, end *LLLBC*, *Fig. 27*. Saaledes viser Maanen sig med sine forskjellige Phaser. fra Nymaane, *Fig. 29*, til første Qvarteer, *Fig. 28*, da Halvdelen af dette Himmellegem synes belyst og Halvdelen ligger i Skygge; og dernæst under Udseendet, *Fig. 27*, førend det bliver Fuldmaane, da den er ganske belyst; og endeligen ved Enden af sidste Qvarteer, da intet er belyst for Tilskueren. Betragter man kun Delen *LLLB*, uden andre Schatteringer, da antyder intet mig, at den meer hører til en Kugle, end til en Overflade, som er forlænget eller fladtrykt i Synsstraalens Retning. Vi vilde nu see, hvorledes vi kunne udfinde denne Forskjel.

Tænker man sig Overfladen glindsende som et Speil, da er der et vist Punct *O*, *Fig. 27*, hvori Tilskueren vil opdage Solens, eller det lysende Legems Billed. Dette Punct er det, hvori det fra Overfladen tilbagekastede Lys er stærkest. Man kalder det Glands-punctet. Vi vilde bestemme dets Beliggenhed. Dette

sker lettest, ved i O at drage Normalen til Legemets Overflade. Da ville:

1. baade den indfaldende og tilbagefaste Straale være i samme Plan, som denne Normal; og
2. ville de danne ligestore Vinkler med Normalen.

Ifølge disse Betingelser lærer den geometriske Tegning Midlet, til at finde Glandspunctet i forskjellige Overflader, for en given Stilling af Diet og for en sælleds Retning af Lysstraalerne. Eftersom da fremdeles Lysstraalerne naae Overfladen og fastes tilbage under en skjæv Vinkel, saa tabes der mere Lys, og Overfladen synes mindre lysende. Det er begribeligt, at man omkring Punctet O kan drage en Række af Linier, paa hvis Omrids Legemet vil synes lige stærkt belyst for Tilskueren; disse Linier siges at være af lige Schattring. Ere disse Linier først dragne, er det tilstrækkeligt at tegne en Række af meer eller mindre svage Schattringer, i Forhold til den Grad af Belysning, som svarer til enhver Linie; og man vil med yderste Nøiagtighed have malet Lysets Aftagelse paa den belyste Deel af Overfladen.

Disse Linier ville ved deres Form og Stilling fuldkommen bestemme Naturen af Overfladen og Arten af deres Krumninger. De ville have et særdeles let og kjendeligt Særkjende for Cylinderen, for Keglen og for de udfoldelige Overflader i Almindelighed; de ville have et andet Særkjende for Ruglen, for Omløbs- og for

ringformige Overflader; endeligen endnu et andet for spirale Overflader, vindskjæve Overflader, o. s. v.

Endskjøndt Linierne, hvorom vi have givet et Begreb, ikke ere synlige paa Legemerne; og endskjøndt Naturen bewirker Afstagelserne af disse Schatteringer i umærlige og uendelige mange Grader, saa vanner Diet sig ikke desuagtet til at søge, opfatte og gjenkjende disse almindelige og udmærkede Former, som Afverplingerne af de forskjellige Slags Overfladers Lys og Skygge have.

Smidlertid bemærker man i denne Henseende stor Forskjel i den Grad af Færdighed, som de forskjellige Menneskeclasser opnaae, eftersom deres Beskjæftigelse vænne dem til meer at betragte dette eller hiint Slags Overflader. Saaledes ville Kobbersmeden, Bliffenslageren, Ksemageren yderst let adskille, om Overflader, eller Dele af Overflader ere cylindriske, kugledannede eller overhovedet udfoldelige; men de ville være mindre istand til at adskille andre Former.

Dreieren i Træ og Metal, Pottemageren, Fajancefabrikanten, o. s. v., hvilke altid forfærdige Omløbs-Overflader, ville ved et Blif og uden Hjælp af Haanden adskille, om en Flade, eller en Deel af en Flade, hører til Omløbs-Overfladernes Klasse, eller enten er fladtrykt eller forlænget; men de ville ikke med samme Færdighed kunne skjelne mellem andre Former.

Bygmesteren vil rigtigst kunne bedømme meget forskellige Former af Cylindre, Regler, hvilke ligne Hvelvingerne i hans Bygninger; ligeledes Omløbs-Overflader, som ligne hans Kupler og Søiler; men han vil mindre godt kunne skjønne mellem Formerne af Overflader, som ikke vedkomme hans Arbeider.

Det er magtpaaliggende at vænne et heelt Folk til, efter det blotte Diesyn, at bedømme Særkjendet af Overfladerne og disses meer eller mindre fuldkomne Udførelse. Dette er Midlet til at befordre Industriens og de skønne Kunsters Fremgang. Vi ville afhandle dette omstændeligere, naar vi komme til at forklare, ved hvilke Jagttagelser og Undersøgelser vi kunne gjøre vore Særker fuldkomnere, samt mangfoldiggjøre og forstørre de Hjælpemidler, som de forsyne os med til at at lede vore Arbeider. See 3die Deel, Bevægende Kræfter.

Billedhuggerne bør vænne sig til efter det blotte Diesyn, i enhver Deel af den Overflade, som de skulle gjengive, at adskille, om begge Krumningerne have samme eller modsatte Retninger; at adskille Retningen af den største og af den mindste Krumning; paa Overfladerne at følge Retningerne af største og af mindste Krumning, for at fremstille det almindelige Særkjende paa de Flader, som de selv tænke sig, eller efterligne; hvilket alene kan give deres Arbeider Sandhed og Rigtighed.

Maleren, der ved sine Schatteringer skal afbilde paa Glader, som kun have to Udstrækninger, Gjenstande med tre Udstrækninger, saaledes, at de synes ophæiede, bør til Grunden studere Maaden, hvorpaa Lys og Skygge aftage paa ethvert Slags Overflader, for at kunne frembringe saadanne Virkninger med Penselen.

Endeligen bør Kobberstikkeren og Tegneren, med deres Skraveringer og Puncter, hengive sig til de samme Studier, for at opnaae samme Sandhed i Efterligningen, samme Rigtighed i Opfatningen.

Dansk Ingeniørforening
Bogsamling.

Dansk Hænderforening
Bogsamling.

7

Dansk Ingeniørforening
Bogsamling

Dansk Ingeniørforening
Bogsamling.

