

Denne fil er downloadet fra  
**Danmarks Tekniske Kulturarv**  
*www.tekniskkulturarv.dk*

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

### **Rettigheder**

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på *www.tekniskkulturarv.dk/about*

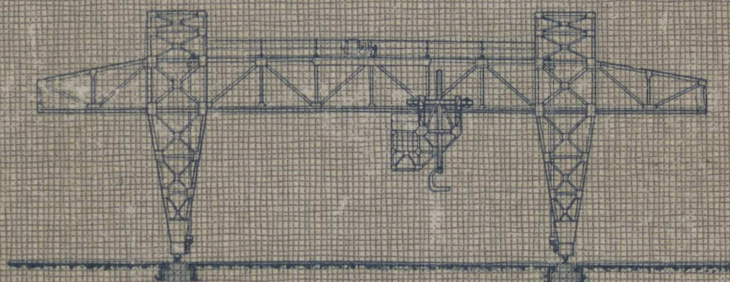
Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

# STATIKENS

ANVENDELSE I

# KRANBYGNING

AV  
INGENIØR G. A. GJESSING



1913  
J. W. CAPPELENS FORLAG :: KRISTIANIA  
FOR DANMARK: DET SCHÖNBERGSKE FORLAG

621.876

1913  
621.86  
0

98.



STATIKENS ANVENDELSE  
I KRANBYGNING

STARKENS

WINDYBROOK

621.86

—  
—

# STATIKENS

ANVENDELSE

I

# KRANBYGNING

OMFATTENDE:

KONSTRUKTIONSELEMENTER I KRANBYGNING :: DE VIRKENDE KRÆFTERS GRAFISKE BEHANDLING :: DEN STATISKE UNDERSØKELSE AV KRANBJELKER I SIN ALMINDELIGHET :: BEREGNING MOT KNÆKNING :: STATISK UBESTEMTE SYSTEMER :: SVINGKRANER :: LØPEKRANER :: SØILER ELLER STØTTER :: BEVÆGELIGE BROKRANER — UTLIGGERBROER

AV

INGENIØR G. A. GJESSING

ASSISTENT OG LÆRER VED DEN TEKNISKE HØISKOLE I TRONDHJEM



J. W. CAPPELENS FORLAG — KRISTIANIA



## INDHOLD:

<b>Indledning:</b>		Side
Betegnelser fra fasthetslæren . . . . .		1
Material . . . . .		1
Tilladelige paakjendinger . . . . .		2

### § 1. Konstruktionselementer i kranbygning:

Konstruktionsmaterial . . . . .	3
Midler til de enkelte konstruktionsdeles indbyrdes forbindelse . . . . .	5
Nagleforbindelser og deres beregning . . . . .	5
Svækkelse ved naglehul og naglernes anordning . . . . .	9

### § 2. De virkende kræfters grafiske behandling:

Kræfter i planet, deres sammensætning og dekomponering . . . . .	10
Cremonaplan . . . . .	15
Kræfters statiske moment . . . . .	17

### § 3. Den statiske undersøkelse av kranbjelker i sin almindelighet:

Belastningens art og overføring . . . . .	23
Skjærkræfter . . . . .	24
Momenter . . . . .	27
Influenslinjer . . . . .	31

### § 4. Beregning mot knækning:

Schwarz—Rankines formel . . . . .	35
Eulers knækningsformel . . . . .	35
Tetmajers knækningsformel . . . . .	38



### § 5. Statisk ubestemte systemer:

	Side
Bestemmelse av et systems ubestemthet . . . . .	41
Kort udtag av den almindelige teori for statisk ubestemte systemer . . . . .	42
Castiglianos læresætning . . . . .	48
Minimumssatsens anvendelse . . . . .	52

### § 6. Svingkraner:

Almindelig anordning . . . . .	55
Fairbairnkraner . . . . .	56
Svingkraner med bevægelig søile . . . . .	56
Svingkraner med faststaaende søile . . . . .	58
Utligger med løpevogn . . . . .	60
Svingkraner paa vogn . . . . .	61
Svingkraner med taarnlignende stillas (Hammerkraner) . . . . .	62

### § 7. Løpekræner:

Almindelig anordning . . . . .	66
Bærebjælkens formgivning . . . . .	68
Tversnitsanordninger . . . . .	69
Plætebærer . . . . .	72
Træghetsmoment og motstandsmoment . . . . .	74
Gurternes befæstigelse til staa-platen . . . . .	75
Staa-platens skjot . . . . .	77
Staa-platens avstivning . . . . .	79
Bærebjælkens nedbøining . . . . .	79
Fagverksbærer som kranbjælle . . . . .	80
Støperikran 60t × 17,0m . . . . .	82

### § 8. Søiler eller støtter:

Centrisk belastede søiler . . . . .	88
Ekscentrisk belastede søiler . . . . .	88
Søileskaftet . . . . .	89
Søilefoten . . . . .	90
a) Centrisk belastning . . . . .	91
b) ekscentrisk belastning . . . . .	92
Forankringen . . . . .	92

### § 9. Bevægelige brokraner — utliggerbroer:

Broen, almindelig anordning . . . . .	94
Portalene, almindelig anordning . . . . .	95
Den statiske undersøkelse . . . . .	96
Belastningstilfælder . . . . .	96
Jevnt fordelt belastning . . . . .	97
Faste enkeltlaste . . . . .	98

	Side
Bevægelige enkeltlaste . . . . .	99
Influenslinjer . . . . .	101
Portalberegningen . . . . .	109
Hovedbærevæggen . . . . .	110
Vindbelastning . . . . .	111
Portalens tværvægge . . . . .	111
Kranbanen med fundament . . . . .	116
Kranens forankring . . . . .	118
Nagletabeller I og II . . . . .	119 — 120

---



## Indledning.

**Betegnelser fra fasthetslæren.** Efter Hookes undersøkelser over materialers elastiske længdeforandringer lar sig følgende almindelige love opstille:

1. „For ett og samme material og én og samme paakjending er en stangs længdeforandring  $\delta$  direkte proportional med stangens oprindelige længde  $l$ .“
2. „For ett og samme material vokser længdeforandringen proportionalt med paakjendingen  $\sigma$ ,

$$\text{altsaa 1) } \frac{\delta}{l} = \alpha \cdot \sigma.$$

Sættes  $\sigma = 1$ , saa betyder altsaa den konstante faktor (forskyvningstallet)  $\alpha$ :

„Længdeenhetens tilvekst for ett kilogram paakjending“. Forskyvningstallet  $\alpha$ 's omvendte værdi:

$$2) E = \frac{1}{\alpha} \text{ (i kg./cm.}^2\text{)}$$

kaldes materialets „elasticitetsmodul“ eller „elasticitetskoefficient“.

Den grænse indtil hvilken Hookes lov bevarer sin gyldighet, kaldes „proportionalitetsgrænsen“, d. v. s. spændingsdiagrammet forløper indtil denne efter en ret linje.

Optræder utover proportionalitetsgrænsen hurtig en permanent svigt, siges materialet at besidde en stræk- eller trykgrænse (Fließgrænse). Belastes nu endelig materialet videre, saa vokser den permanente svigt indtil en maksimalpaakjending  $\sigma_b$ , hvilket grænsepunkt i spændingsdiagrammet almindelig betegnes med „materialets brudgrænse“.

**Material.** Træ anvendes i kranbygning kun ved lettere montagekraner og som hjælpematerial, s. f. eks. til kranbuffer, isolering og understøttelse for de elektriske ledninger; forøvrig anvendes som

overalt ved moderne jernkonstruktioner hovedsagelig „bløtt staal“ (Flussjern) med specifik vekt 7,85.

Elasticitetsmodul . . . . .	$E = 2\,150\,000$ kg./cm. <sup>2</sup>
Proportionalitetsgrænse . . . . .	ca. 2 000 „
Strækgrænse . . . . .	„ 2 200 „
Brudgrænse . . . . .	„ 4 000 „

Videre anvender man for lagerkonstruktioner o. l. støpejern og støpestaal.

**Tilladelige paakjendinger.** Alt efter den ønskede sikkerhet mot brud bestemmer man for de forskjellige materialer de paakjendinger  $\sigma$  i kg./cm.<sup>2</sup>, som skal tillates for materialets mest paakjendte fibrer.

Træ:

Træsart	Tryk	Stræk
Ek . . . . .	80 kg./cm. <sup>2</sup>	100 kg./cm. <sup>2</sup>
Malmen furu . . . . .	60 „	100 „

Jern: Da man ved kraner altid maa regne med den omstændighet at belastningene stadig vil fremkalde støt og rystelser i bæreorganene, saa har man hittil altid satt den tilladelige paakjending  $\sigma$  meget lavt 700—800 kg./cm.<sup>2</sup>. Tendensen gaar imidlertid her, som forøvrig for jernkonstruktioners vedkommende, i retning av forøkede tilladelige paakjendinger.

Følgende opstilling kan for den moderne kranbygning vedkommende betragtes som vel anbragte værdier paa  $\sigma$ :

Kraner: Sjelden benyttede løpekræner . . . . .	1 100 kg./cm. <sup>2</sup>
Normalt løpende kræner . . . . .	1 000 „
Meget hurtig løpende kræner . . . . .	900 „
Hüttekræner . . . . .	700—900 „
Brokræner (fagverket) indtil . . . . .	1 000 „
— (kjørebanen) . . . . .	850 „

Nagler og skruer: Man skjelner her mellem:

- a) Omhyggelig slaatte nagler og dreiede skruer.
- b) Slet slaatte nagler og ikke dreiede skruer.
  - a) Mot avskjæring . . . . . ca. 800—1 000 kg./cm.<sup>2</sup>
  - For tryk mot naglehullets væg . . . . . „ 1 600—2 000 „
  - b) Mot avskjæring . . . . . „ 700— 800 „
  - For tryk mot naglehullets væg . . . . . „ 1 400—1 600 „

## § 1.

## Konstruktionselementer i kranbygning.

**Konstruktionsmaterial.** Plater og profiljern finder her en utstrakt anvendelse. Plater kan være enten tætte eller perforerte, de første anvendes ved platebærere og som knuteplater ved fagverkskonstruktioner i tykkelser 8—20 mm. samt til underlagsplater for motor og lagerkonstruktioner, hvorved tykkelsen gaar op til 30 mm. for bløtt staal og 50 mm. for støpejern. De perforerte plater brukes til platformer og podester som regel med en tykkelse av 5 mm., hvorved perforeringen almindeligvis utføres diagonalkvadratisk.

Platejern, fremstillet paa kalibervalse med bredde 10—180 mm., kaldes flattjern og benyttes hovedsagelig som fôr, og endnu helt undtagelsesvis som strækstænger i fagverkskonstruktioner.

Platejern, fremstillet paa universalvalseverk med bredde indtil 600 mm. og tykkelse 5—20 mm., kaldes universaljern og anvendes som lameller ved platebærere og fagverksbjelker samt til tverbærere ved løpekraner.

Firkantjern brukes som skinner for løpevogner i dimensioner  $35 \times 30$  mm.,  $45 \times 35$  mm. og  $60 \times 40$  mm. Profiljern er saakaldte „stive tversnit“ og valeses som **I** dobbelt T-jern, **T** enkelt T-jern, **U**-jern, **Z**-jern, **L** vinkeljern (like- og ulikebenet), skinneprofiler samt andre spesielle fasongjern, som imidlertid for kranbygning ingen væsentlig betydning har. Disse profiljern har i de enkelte land forskjellige normalformer. For os kommer vel nærmest de tyske normalprofiler i betragtning, derfor er disse lagt til grund for de efterfølgende nummer og tversnitsstørrelser.

*Dobbelt T-jern.*

Den midlere flenstykkelser:  $t = \sim 1,5 d$

Radius for den indre avrunding:  $r = d$

Radius for den ydre avrunding:  $r_1 = 0,6 d$

For  $h$  indtil 250 mm. er  $b = 0,4 h + 10$  mm.

$$d = 0,03 h + 1,5 \quad "$$

For  $h > 250$  mm. er  $b = 0,3 h + 35$  "

$$d = 0,036 h \quad "$$

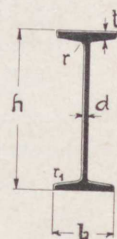


Fig. 1.

hvorved  $h_{\min.} = 80$  mm. og  $h_{\max.} = 600$  mm. Den indre flensskraaning er 14 %.

**I**-jern anvendes som bærebjelker for mindre løpekraner, særlig egner Differdinger bredflensede **I**-jern sig fortrinlig hertil paa grund av sin store sidestivhet.

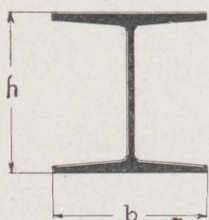


Fig. 2.

*Differdinger* — *dobbelt T-jern*. Disse specialprofiler leveres i samme høidenummer som de tyske normalprofiler, samt desuten i to større høider 650 mm. og 750 mm.

For  $h = 220-300$  mm. er  $b = h$ .

For  $h > 300$  er  $b = \text{konstant} = 300$  mm.

Flenskantene har ingen avrunding, og flensflatens indre skraaning er 9 0/0.

*Enkelt T-jern*. Ved **T**-jern er for  $d$  maalt i afstand  $\frac{1}{4} b$  fra ytterkant flens eller i stammens halve høide:  $r = d$ ;  $r_1 = \frac{1}{2} d$  og  $r_2 = \frac{1}{4} d$ .

Man har brede **T**-jern, hvor  $h : b = 1 : 2$ ; her er stammens skraaning 4 0/0 og flensens 2 0/0, eller høie **T**-jern, hvor  $h : b = 1 : 1$ ; her er stammens og flensens skraaning hver 2 0/0. Disse profiljern anvendes som avstivningsribber for platformer og podester.

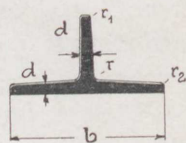


Fig. 3.

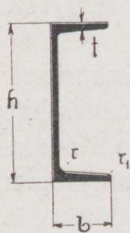


Fig. 4.

*U-jern*. Radius for den indre avrunding:  $r = t$ .

Radius for den ydre avrunding:  $r_1 = \frac{t}{2}$ ;  $b = 0,25 h$   
 $h_{\text{min.}} = 30$  mm. og  $h_{\text{max.}} = 300$  mm. Den indre flensskraaning er 8 0/0.

**C**-jern anvendes hovedsagelig som gurttvversnit ved fagverksbjelker samt som løpevognens kjørebane, hvor denne anordnes adskilt fra gurtene og videre som underlagsjern for motor, platformer og podester, samt endelig som fagverksstænger ved utligger-svingkraner.

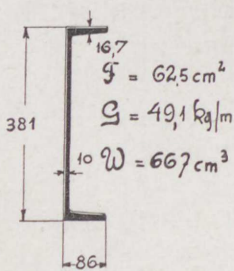


Fig. 5.

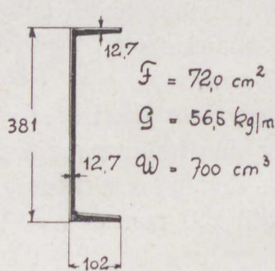


Fig. 6.

Foruten disse normale **C**-jern har firmaet „Deutscher Kaiser“ bragt vedstaaende 2 specialprofiler, fig. 5 og 6, i handelen. Disse egner sig paa grund av sin store høide og derav følgende store motstand mot bøining fortrinlig som gurttvversnit, hvor de normale **C**-jern ikke strækker til.

*Likebenede vinkeljern.* Radius for den indre avrunding:  $r = \frac{d_{\min.} + d_{\max.}}{2}$ .

Radius for den ydre avrunding:  $r_1 = \frac{r}{2}$   
 $b_{\min.} = 15 \text{ mm.}$  og  $b_{\max.} = 160 \text{ mm.}$

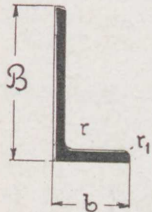


Fig. 8.

*Ulikebenede vinkeljern.* Avrundingsradier som ved de likebenede vinkeljern. Man har 2 sorter ulikebenede vinkeljern, nemlig:  $\frac{B}{b} = 1\frac{1}{2} : 1$  og  $\frac{B}{b} = 2 : 1$

L-jern finder en utstrakt anvendelse baade enkeltvis og som led i sammensatte tværsnit.

Endelig anvendes av og til hule og runde søilejern som bærebjelker ved utligger-svingkraner.

**Midler til de enkelte konstruktionsdeles indbyrdes forbindelse.** For kraner hvor stadig støt og rystelser forekommer, er nagleforbindelser langt at foretrække fremfor skrueforbindelser, de sidste er igrunderen kun paa sin plads som foreløbige montageforbindelser eller som stadige forbindelser, hvor den trufne anordning forlanger at de forbundne konstruktionsdele fra tid til anden skal kunne løses, og hvor en nagle vilde anstreges mot avrivning av hodet, hvor den altsaa ikke som vanlig anstreges mot avklipping. Likesaa anvendes skruer for at fæste og forbinde støpejernsdele s. f. eks. lagerdele samt til forankringer.

Overalt hvor skruer anvendes til faste forbindelser, maa man, saasandt støt og rystelser optræder, vel paase at skruemutteren omsorgsfuldt sikres enten med splint eller ved forstemning av gjængen. Endelig benytter man ved charnierforbindelser bolter.

**Nagleforbindelser og deres beregning.** Nagleforbindelser har enten til hensigt en ret og slet befæstigelse, hvor altsaa ingen kraftvirkning optræder (Heftnagler) eller de har til hensigt at overføre kræfter fra en konstruktionsdel til en anden (Kraftnagler).

De vanlige nagleformer viser fig. 9, 10 og 11 (se ogsaa tabellen i tillægget side 119).

Heftnaglerne slaaes enten koldt eller varmt, koldt for  $d$  indtil 10 mm., da nagleskaftet ved den ellers anvendte hvidglødhete skades for meget ved forbrænding. Kraftnaglerne har altid  $d > 10 \text{ mm.}$  og slaaes varmt.

For mindre arbeider anvendes endnu tildels haåndklinkning, for større derimot altid maskinklinkning, enten ved hydrauliske hammere eller tryklufthammere. Naglehullene fremstilles ved bedre arbeider

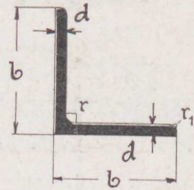
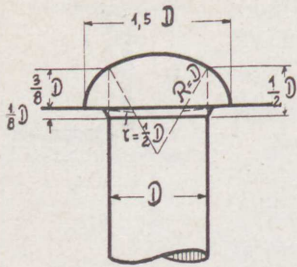


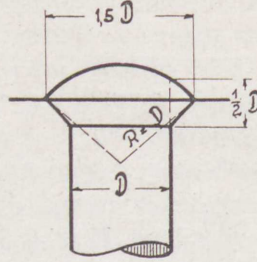
Fig. 7.





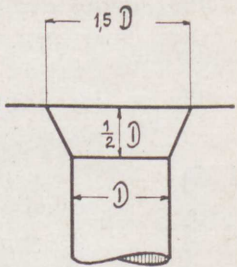
Normal-Nagle.

Fig. 9.



Halvforsænkt.

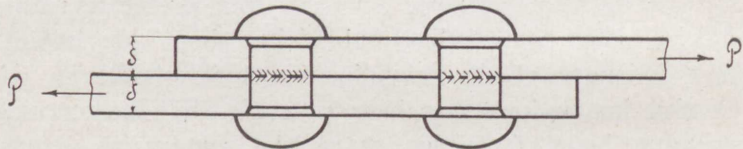
Fig. 10.



Forsænkt.

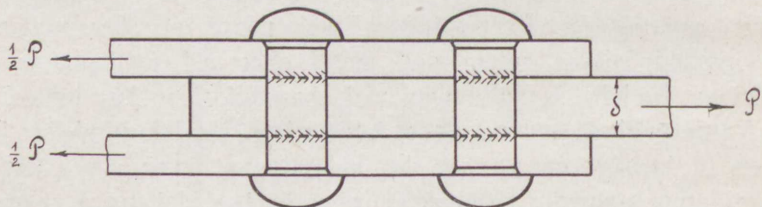
Fig. 11.

enten ved lokning og efterboring, det sidste for at fjerne materialet langs naglehullets rand som i almindelighed svækkes noget paa grund av lokningen, eller bedst ved boring alene. For underordnede konstruktionsdele, forstykker o. s. v. kan lokning alene altid tillates. Nagleforbindelserne kan være enten enkelt- eller dobbeltskaarne.



enkelt-skaarne.

Fig. 12.



Dobbelt-skaarne.

Fig. 13.

Som figurene viser, optræder ved enkelt-skaarne nagler foruten den rene avklipping ogsaa en momentvirkning, idet de angripende kræfter ligger i 2 forskellige retningslinjer (danner sammen et kraftpar), mens den dobbelt-skaarne anordning mest mulig nærmer sig den rene avklipping. Den sidste anordning er derfor langt at foretrække fremfor den første.

Før man gaar til beregningen av nagleforbindelserne, maa man klargjøre sig paa hvilke maater disse kan ødelægges. Enten kan

naglen klippes av i snitflaten, d. v. s. i berøringsflaten mellem de sammenklinkede konstruktionsdele, eller trykket mot naglehullets væg kan bli saa stort at denne ikke viser sig tilstrækkelig mostandsdygtig. Videre kan materialet mellem to paa hinanden følgende nagler sprænges, eller de sammenklinkede konstruktionsdeles randkanter kan sprænges.

For her at bestemme de nødvendige tversnitsstørrelser benytter man sig dels av praktiske erfaringsregler, dels av beregninger.

*Enkeltkaarne nagler:* Er  $\sigma$  = den tilladelige paakjending mot avklipping og  $F$  = nagletversnittet =  $\frac{1}{4} \pi d^2$ , saa formaar én nagle at overføre kraften  $p_1$

$$3) p_1 = F \cdot \sigma = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma$$

hvorav antallet nødvendige nagler  $n$  findes for den hele stangkraft  $P$

$$4) n_1 \geq \frac{P}{F \cdot \sigma} \geq \frac{P}{\frac{1}{4} \pi d^2 \sigma}$$

Er videre  $k$  = den tilladelige paakjending for tryk mot naglehullets væg og  $\delta$  = tykkelsen av forbindelsens tyndeste konstruktionsdel, saa overfører én nagle

$$5) p_2 = d \delta k$$

og antallet nødvendige nagler for den hele kraft  $P$  blir:

$$6) n_2 \geq \frac{P}{d \delta k}$$

Om beregningen blir at utføre for avklipping eller tryk mot naglehullets væg, viser størrelserne av værdiene  $p$  eller  $n$ . Den formel som gir mindst  $p$  og størst  $n$ , blir naturligvis at lægge til grund for forbindelsens beregning.

*Dobbeltkaarne nagler:* Paa samme maate som for enkeltkaarne nagler findes følgende formler mot avklipping:

$$7) p_1 = 2 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \cdot \sigma$$

$$8) n_1 \geq \frac{P}{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma}$$

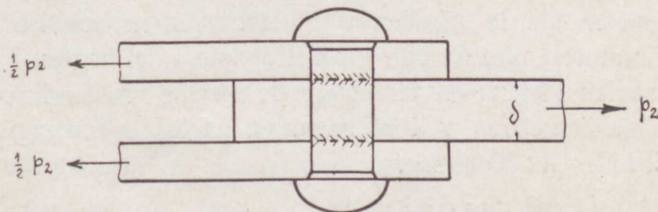


Fig. 14.

For tryk mot naglehullets væg gjælder samme formel som for enkeltskaarne nagler

$$9) p_2 = d \cdot \delta \cdot k \quad \text{og} \quad 10) n_2 \geq \frac{P}{d \cdot \delta \cdot k}$$

kun maa man merke sig, at efter fig. 14 betyder  $\delta$  tykkelsen av den midtre konstruktionsdel, da denne av konstruktive grunde stadig falder mindre ut end summen av de to andre konstruktionsdeles tykkelse.

Ogsaa her blir naturligvis den formel at anvende som gir det største antal nagler, idet man først da faar fuld sikkerhet overfor den farligste kraftvirkning.

Oftest blir enkeltskaarne nagler at beregne for avklipping og dobbeltskaarne for tryk mot naglehullets væg.

Ofte forlanges den tilladelige paakjending mot avklipping satt til  $\frac{1}{5}$  av den tilladelige paakjending for stræk; da imidlertid kun utsøkt material anvendes som naglematerial, synes det berettiget at indføre disse to tilladelige paakjendinger med én og samme værdi. For kraner kommer saaledes efter de i indledningen (side 2) angivne talværdier mellem 700 og 1000 kg./cm.<sup>2</sup> i betragtning for  $\sigma$ .

For  $k$  = tilladelig paakjending for tryk mot naglehullets væg har praktiske forsøk git følgende maksimalværdi:  $k_{\max.} = 2 \cdot \sigma$  altsaa for kraner 1 400 til 2 000 kg./cm.<sup>2</sup>.

Da det imidlertid altid er et temmelig tidsspildende arbeide ved konstruktionsbordet stadig at maatte utføre disse nagleberegninger, gjør man vel i én gang for alle at gjennomføre beregningen av de saakaldte nagletabeller, som for de forskjellige naglediameterer angir én nagles motstandsevne saavel overfor avklipping som for tryk mot naglehullets væg for givne tilladelige paakjendinger. Utførlige tabeller av denne art findes i tillægget (side 119 og 120). Man har da bare at dividere den hele kraft  $P$  med den betræffende tabelværdi, og man har antallet  $n$  = nødvendige nagler. Om naglen blir at beregne efter den ene eller den anden paakjending, fremgaar liketil av de to tabeller, idet naturligvis den mindste tabelværdi blir at anvende, da den gir det største antal nagler. Vil man utnytte naglen like meget for begge de nævnte paakjendinger, saa findes naglediameteren ved at sætte én nagles overføringsevne i begge tilfælder lik hinanden.

$$11) \left. \begin{aligned} \frac{1}{4} \pi d^2 \sigma &= d \delta k \\ d &= \sim 2,6 \delta \end{aligned} \right\} \text{ enkeltskaaren forbindelse}$$

$$12) \quad \left. \begin{aligned} 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma &= d \cdot \delta \cdot k \\ d &= \sim 1,3 \delta \end{aligned} \right\} \text{dobbeltskaaren forbindelse}$$

d. v. s. for  $d \leq 2,6 \delta$  resp.  $1,3 \delta$  beregnes forbindelsen mot avklipping

for  $d \geq 2,6 \delta$  resp.  $1,3 \delta$  beregnes forbindelsen for tryk mot naglehullets væg.

Videre staar tilbage at finde naglens mindste tilladelige afstand fra platekanten, vinkelenden o. s. v. regnet i kraftens retning, samt den mindste indbyrdes afstand mellem 2 nagler. Skal efter fig. 15 materialet kunne motstaa naglens kraftvirkning, saa maa avstanden a være saa stor at den skrafferte strimmel ikke forskyves i forhold til det øvrige platematerial.

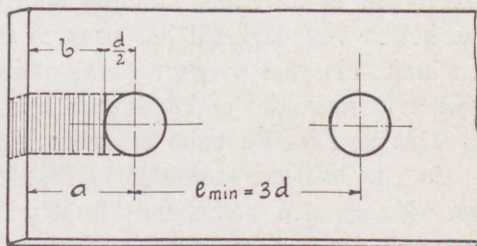


Fig. 15.

$$\text{altsaa: } d \cdot \delta \cdot k = 2 \cdot b \cdot \delta \cdot 0,8 \sigma^*$$

$$\text{for } k = 2 \sigma: b = 1,25 d$$

$$\text{altsaa: } a_{\min} = 1,25 d + 0,5 d = 1,75 d$$

almindelig sættes  $a = 2 d$

Samme regning gennemført for den mindste indbyrdes nagle-afstand gir

$$14) e_{\min} = \sim 2,5 d$$

almindelig sættes  $e_{\min} = 3,0 d$

**Svækkelse ved naglehul og naglernes anordning.** Ved boring av naglehullene svækkes konstruktionsdelenes tversnit; til denne svækkelse maa der ved dimensioneringen tages tilbørlig hensyn, saa man ihvertfald for strækledene efter fradrag av de i betragtning kommende naglehulstversnit faar et „nettotversnit“ = det teoretisk fundne „nødvendige tversnit“.

For trykkede konstruktionsdele vilde et fradrag av naglehulstversnittet ikke være nødvendig saafremt klinknaglen helt vilde udfylde naglehullet. Da imidlertid enhver nagle under avkjølingen trækker sig sammen, saa forlanges ofte at naglehulsfradrag skal foretages ved trykkede konstruktionsled, mens andre i tillid til materialets elasticitet helt lar denne fordring falde.

\* Da det her gjælder stang — eller platematerialet selv og ikke det utsøkte naglematerial, saa er den tilladelige paakjending mot avskjæring satt til  $0,8 \sigma$ .

Nagleanordningen er at træffe saa, at hver enkelt nagle tar muligst like stor del i kraftoverføringen. De konstruktionsdele som skal forbindes, bør ha nogenlunde like elasticitetsforhold, man bør altsaa ikke forbinde plater av meget forskjellig tykkelse. Mange naglerækker efter hinanden vil bevirke, at de forreste nagler nødvendigvis maa ta større del i kraftoverføringen end de bakenfor sittende, hvorfor anordningen bør træffes saa, at muligst faa naglerækker blir at anvende, samtidig som det av hensyn til materialsvækkelsen ved naglehul bør paasees at der i forreste række, hvor den kraft som skal overføres, endnu har sin maksimale værdi, anbringes færre nagler end i de bakenfor liggende rækker. En gradvis stigning i nagleantallet er derfor altid det fordelagtigste.

Endelig bør man sørge for at anbringe like mange nagler paa hver side av den betræffende konstruktionsdels systemlinje eller, forsaavidt der kun er én naglerække, anbringe denne i systemlinjen selv, idet enhver usymmetrisk anordning vil bevirke en momentvirkning som tillæg til den egentlige kraftvirkning.

En lignende ugunstig momentvirkning optræder som før nævnt ved anvendelsen av enkeltskaarne nagler; man bør derfor helst undgaa disse ved vigtigere kraftled.

## § 2.

### De virkende kræfters grafiske behandling.

#### Kræfter i planet, deres sammensætning og dekomponering.

Uten hensyn til den maate, hvorpaa et hvilket som helst konstruktionssystem under paavirkning av ydre kræfter deformeres, skal først de ydre kræfter selv underkastes en kort behandling.

En kraft er fuldstændig bestemt ved angivelsen av dens størrelse, retning og beliggenhet.

Grafisk anskueliggjøres saaledes en kraft ved en linje, idet linjens længde angir kraftens størrelse, linjens retning, antydnet ved en pilspids, kraftretningen, samtidig som kraftens beliggenhet fastlægges ved et eller andet punkt paa linjen.

*Opgave 1:* Angripes det materielle punkt  $m$  av to kræfter  $P_1$  og  $P_2$ , saa kan disse sammensættes til én kraft  $R_{1-2}$ , som utøver samme indflydelse paa punktet  $m$  som de 2 givne kræfter tilsammen. Middelkraften eller resultanten

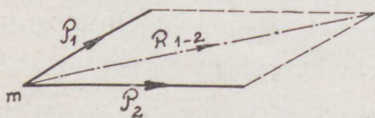


Fig. 16.

$R_{1-2}$  angives til størrelse, retning og beliggenhet av diagonalen i kraftparallelogrammet (fig. 16).

Betragtes  $R$  som den givne kraft, er det klart at denne lar sig dekomponere i to helt vilkaarlig valgte kraftretninger; idet opgaven her kun stiller sig omvendt av foregaaende tilfælde.

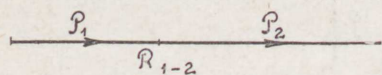


Fig. 17.

*Opgave 2:* Falder de to kræfter  $P_1$  og  $P_2$  i én og samme retningslinje, findes resultanten ved direkte summering av de givne kræfter, d. v. s.  $P_1$  avsættes til stør-

relse og retning, hvorefter  $P_2$  tilføies ut fra  $P_1$ 's endepunkt likesaa til størrelse og retning. Den algebraiske sum av begge angir saa  $R_{1-2}$ . Dette fører til følgende løsning av opgave 1.  $P_1$  og  $P_2$  avsættes efter hinanden til størrelse og retning, forbindelseslinjen mellem begge kræfters frie endepunkter angir saa  $R_{1-2}$  til størrelse, mens dens pilretning altid er den omvendte av de givne kræfters pilretning (fig. 18).

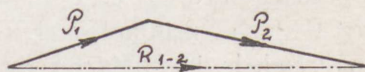
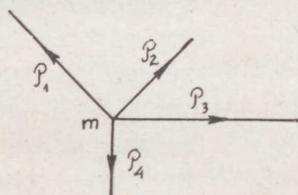


Fig. 18.

*Opgave 3:* Angripes nu punktet  $m$  av vilkaarlig mange forskjellige kræfter, saa er opgaven ganske den samme, kun fremstiller

a.)



b.)

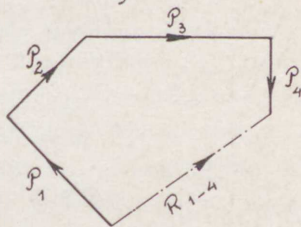


Fig. 19 a og b.

det nylig konstruerte krafttriangel sig her som en kraftpolygon (fig. 19 b). Skal nu punktet  $m$  være i likevegt, saa maa resultanten av samtlige kræfter være lik nul, d. v. s. kræfterne maa sig imellem danne en sluttet kraftpolygon med én og samme pilretning. (Fig. 20). Projiceres samtlige kræfter paa et retvinklet koordinat-system  $x-y$ , saa sees:

$$\Sigma x = 0 \text{ og } \Sigma y = 0$$

Dette er den saakaldte projektionsatts. „Den algebraiske sum av

de virkende kræfters komponenter i to paa hinanden lodrette retninger maa være lik nul, saafremt kraftgruppen skal være i likevegt.

*Opgave 4:* Et system materielle punkter angripes av et vilkaarlig valgt antal kræfter. Kræfternes sammensætning foregaar enten derved at man sammensætter  $P_1$  og  $P_2$  til  $R_{1-2}$ , denne med  $P_3$  til  $R_{1-3}$ , som atter sammensættes med  $P_4$  o. s. v. (fig. 21 a), eller man optegner den samlede kraftpolygon og drar slutningslinjerne  $R_{1-2}$ ;  $R_{1-3}$ ;

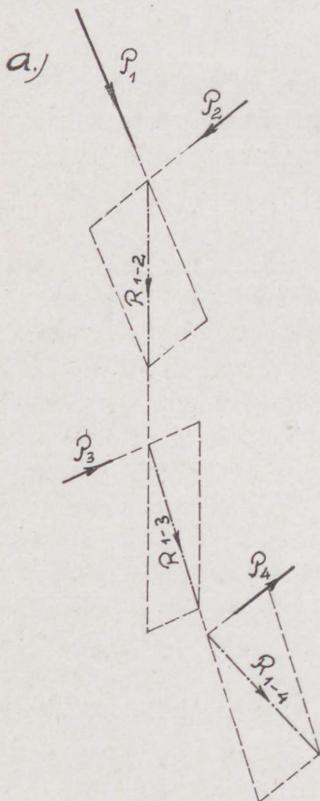


Fig. 21 a og b.

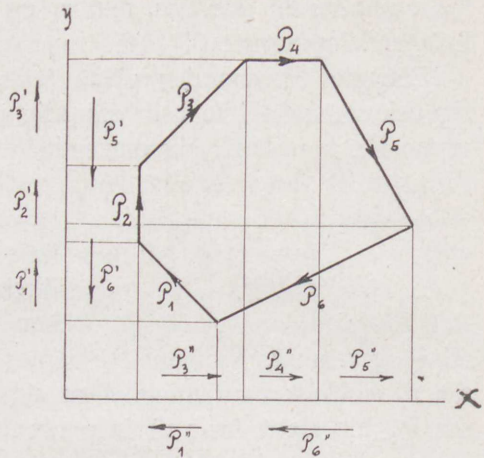
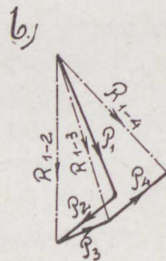


Fig. 20.

$R_{1-4}$  o. s. v. alt efter den resulterende, man maatte ønske (fig. 21 b). I dette tilfælde, hvor kræfterne ikke angriper i samme punkt, kan kraftpolygonen tænkes sluttet uten at der mellem kræfterne indbyrdes hersker likevegt, nemlig hvis der

utenfor resultantens retningslinje anbringes en kraft lik og motsat resultanten. Var f. eks. i figuren en kraft lik og motsat  $R_{1-4}$  anbragt utenfor resultantens retningslinje, saa vilde man faa en sluttet



kraftpolygon, samtidig som de to kræfter  $+ R_{1-4}$  og  $- R_{1-4}$  paa punktsystemet virker som et kraftpar. Er disse to kræfters indbyrdes afstand =  $a$ , saa kaldes produktet  $R_{1-4} \cdot a$  kraftparrets moment og betragtes som et maalt for kraftparret selv.

Man faar altsaa for kræfter virkende i flere punkter følgende 3 likevegtsbetingelser:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad \Sigma x = 0 \\ 2) \quad \Sigma y = 0 \\ 3) \quad \Sigma M = 0 \end{array} \right\} \text{ Likevegtsbetingelser}$$

Skjærer kræfterne hinanden delvis udenfor tegnebrettet eller foreligger endog  $\pm$  kræfter, løses opgave 4 paa følgende maate.

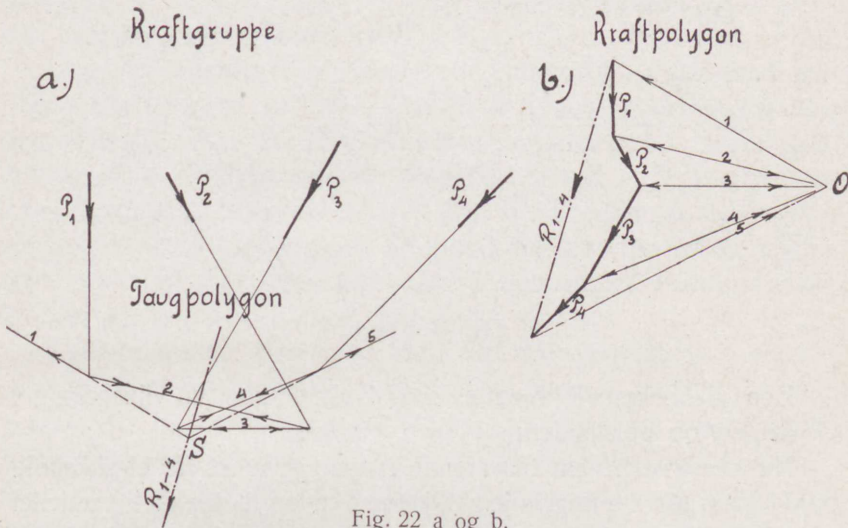


Fig. 22 a og b.

Man opkonstruerer de foreliggende kræfters tilsvarende kraftpolygon, vælger sig et vilkaarlig punkt O (polen) og trækker fra dette til kræfternes endepunkter i kraftpolygonen linjer (polstraaler), disse overføres nu som et polygonalt drag (taugpolygon), hvori hver side er  $\pm$  sin tilsvarende polstraale, til kraftgruppen, saaledes at taugpolygonens hjørnepunkter befinder sig paa kræfternes retningslinjer, idet første taugpolygonside trækkes ind til et vilkaarligt punkt paa første krafts retningslinje og sidste taugpolygonside ut fra sidste krafts retningslinje.

Skjæringspunktet S mellem første og sidste taugpolygonside er da et punkt paa resultantens retningslinje, angir altsaa resultantens beliggenhet, samtidig som dens størrelse og retning angives i kraftpolygonen.

Betragtes de valgte polstraaler som kræfter, saa sees af pilretningen i kraftpolygonens enkelte krafttriangler, at der i hvert af taugpolygonens hjørner hersker likevegt, samtidig som der ogsaa av kraftpolygonen sees at herske likevegt i punkt S mellem polygonsiderne 1, 5 og resultanten  $R_{1-4}$ .



Av foranstaaende sees altsaa:

„Retningslinjen for resultanten av flere vilkaarlig rettede kraefter gaar altid gjennem skjæringspunktet mellem de to ytterste taugpolygonsider eller deres forlængelse.“

*Opgave 5:* At dekomponere en kraft i to sidekraefter, begge  $\neq$  den givne kraftretning, og hvis beliggenhet er bestemt ved punktene a og b.

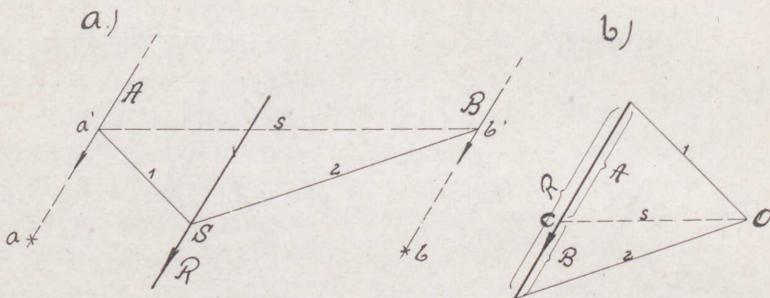


Fig. 23 a og b.

Den givne kraft  $R$  avsættes som kraftpolygon, en vilkaarlig pol  $O$  vælges, og polstraalene 1 og 2 trækkes.

Nu konstrueres den tilsvarende taugpolygon ut fra et vilkaarlig punkt paa  $R$ 's retningslinje. Gjennem a og b trækkes paralleler med  $R$  til skjæring med taugpolygonsiderne i  $a'$  og  $b'$ , endelig sluttes taugpolygonen ved linjen  $a'b'$  (slutningslinjen), hvorefter denne overføres til kraftpolygonen, idet  $Oc$  trækkes  $\perp$   $a'b'$ . Denne parallel deler saa  $R$  i de to søkte sidekraefter  $A$  og  $B$ .

Opgavens løsning finder sin anvendelse ved beregningen av oplagertrykkene for en belastet bjelke.

*Opgave 6:* At dekomponere en kraft i tre givne retninger, kun betinget derved at de ikke skjærer hinanden i ett og samme punkt.

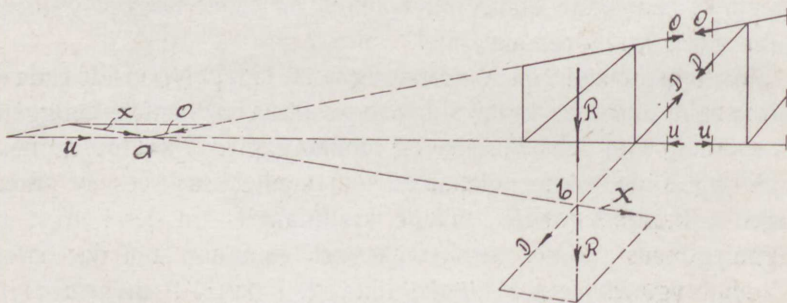


Fig. 24.

De punkterte linjer angir de givne retninger, f. eks. stængerne i et fagverk. Kraften  $R$  skal dekomponeres.

Man forlænger to retningslinjer, likegyldig hvilke, (i fig. 24 gurtlinjerne) til de skjærer hinanden i  $a$ , dernæst forlænges kraftretningslinjen  $R$  og den tredje givne retningslinje (i fig. 24 diagonalretningen) til snit i punkt  $b$ ;  $a$  og  $b$  forbindes med en ret linje, og  $R$  dekomponeres efter denne og diagonalretningen i sidekræfterne  $D$  og  $x$ ; nu flyttes  $x$  i sin egen retningslinje til  $a$ , hvor den dekomponeres efter  $O$  og  $U$ .

Opgaven kommer til anvendelse ved utliggerkraner med heldende eller krummet øvre eller nedre gurt for at bestemme den maksimale diagonalkraft. Man har bare at bestemme løpevoignens ugunstigste stilling m. h. t. vedkommende diagonal, derved er  $R$  givet til størrelse, retning og beliggenhet. Kun skal bemerkes at de her fundne gurtkræfter ikke kan lægges til grund for gurtdimensioneringen, idet, som senere vil sees, løpevoignens ugunstigste stilling for diagonaler og gurter som regel ikke falder sammen.

**Cremonaplan.** Gaar man ut fra den betingelse at der i ethvert av fagverkets knutepunkter maa herske likevegt mellem de ydre kræfter og de indre stangspændinger, saa kan man, saasnart kun to av de i et knutepunkt angripende ydre og indre kræfter er ubekjendte, danne sig en sluttet kraftpolygon og av denne ved direkte maaling finde de forhaandenværende stangkræfter. Gaar man saaledes frem fra knutepunkt til knutepunkt, saa kan altsaa for ét bestemt belastningstilfælde samtlige stangkræfter i et fagverk entydig bestemmes.

Herved bemerkes, at et rigtig valg av rækkefølgen for de ydre og indre kræfter i de enkelte polygoner muliggjør sammenslutningen av disse til én enkelt figur, hvori hver kraft kun forekommer én gang.

*Opgave 7:* En løpekrans hovedbærer har form som fig. 25 a viser. Stangkræfterne søkes for egenvegten.

Vegten av en hovedbærer, en halv platform, den halve horisontalavstivning samt drivverket anslaaes rundt til 10 tons, altsaa knutepunktlast =  $1^t$ .

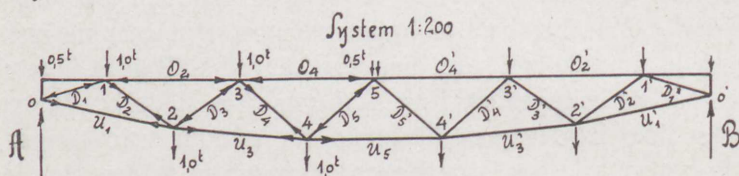
Da belastningen er symmetrisk, undersøkes kun den ene halvdel av fagverket.

For kraftplanets konstruktion begynder man ved oplagerpunkt  $A$ , hvor oplagerkraften og  $\frac{1}{2}$  knutepunktlast er kjendt og kun 2 ubekjendte aktive systemstænger forefindes. Til dette punkt svarer

kraftpolygonen: A (rettet opad),  $\frac{1}{2}$  ton (rettet nedad), ( $D_1$  rettet ind mot knutepunktet) og  $U_1$  (rettet ut fra knutepunktet). De stangkræfter som er rettet ind mot det betragtede knutepunkt, er trykkræfter, de som er rettet ut fra samme, strækkkræfter.

Derpaa betragtes knutepunkt (1):  $D_1$  var fundet som tryk, rettes altsaa ind mot det nu betragtede knutepunkt, derpaa følger med samme pilretning  $1^t$ ,  $O_2$  og  $D_2$ , samtlige disse kræfter danner nu atter en sluttet polygon svarende til knutepunktet (1), o. s. v. indtil hele kraftplanet er færdig.

a.)



b.)

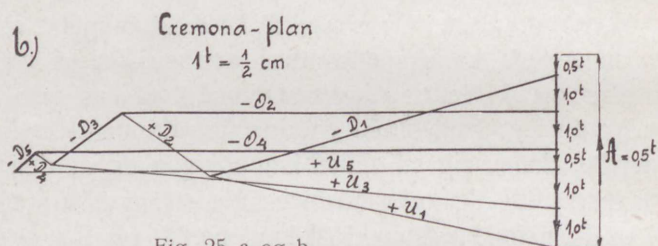


Fig. 25 a og b.

Det bemerkes at de ydre kræfter, lasterne nedad og oplagerkraften opad, sig imellem ogsaa danner en sluttet kraftpolygon.

Reglene for optegningen av et Cremona-plan blir saaledes:

1) De ydre kræfter følger saaledes efter hinanden at de indbyrdes danner en sluttet kraftpolygon, hvorved man stadig fastholder den engang valgte rækkefølge f. eks. med urviseren om systemet.

2) De indre og ydre kræfter for hvert knutepunkt stilles saaledes sammen at en sammenhængende række sluttede kraftpolygoner dannes, idet man ogsaa for de indre kræfters vedkommende fastholder den allerede for de ydre kræfter valgte rækkefølge f. eks. med urviseren.

Videre merkes, at de stænger som i systemet løper sammen i ett punkt, i planet danner en polygon, mens omvendt kræfter, som i systemet danner en polygon (et triangel), i planet løper sammen i ett punkt, d. v. s. planet danner den reciproke figur til

fagverksfiguren. Sluttelig bemerkes ogsaa, at for en ubelastet gurt løper samtlige gurtkræfter i planet sammen i ett punkt.

Kraftplaner anvendes i stor utstrækning ved den statiske undersøkelse av kraner, og med rette, da metoden er enkel og rask, samtidig som den leverer et meget tilfredsstillende resultat m. h. t. nøiagtighet.

**Kræfters statiske moment.** En krafts statiske moment m. h. t. et bestemt punkt  $m$  (momentpolen) utenfor kraftretningen er lik produktet av kraften og den perpendikulære avstand mellem momentpolen og kraftretningen (momentarmen).

$$4) M = - P \cdot c$$

Grafisk er altsaa momentet = produktet av to linjer = et rektangel eller = det dobbelte flateindhold av et triangel hvis grundlinje er = kraften, og hvor momentpolen angir grundlinjens motstaaende hjørne.

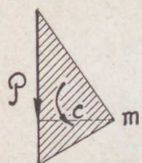


Fig. 26.

Da kraften almindelig angives i kg. eller tons og momentarmen i cm. eller m., saa blir momentet at angi i cmkg., mkg., cmt. eller mt. Endvidere bemerkes, at efter almindelig bruk angives et moment som dreier

med urviseren som positivt, mot urviseren som negativt (fig. 26).

Har man to vilkaarlig rettede kræfter i planet, saa er resultantens moment lik summen av de enkelte kræfters momenter m. h. t. ett og samme punkt (fig. 27).

Fører man de to givne kræfter i deres egne retningslinjer frem til snit i  $x$  og finder  $R$  ved konstruktion av kraftparallelogrammet, saa er efter foranstaaende:

$$M_R = R \cdot r = 2 \Delta m x y$$

$$\Delta m x y = \Delta m x z + \Delta m z y - \Delta x z y$$

$$\Delta m x y = \frac{1}{2} (A \cdot a + B (y' - x'))$$

$$5) M_R = R \cdot r = A \cdot a + B \cdot b$$

Da nu ogsaa et vilkaarlig antal kræfter m. h. t. deres statiske virkning uten videre kan erstattes av kræfternes resultant, saa kan i sin almindelighet uttales:

„Den algebraiske sum av et vilkaarlig antal kræfters statiske momenter er lik det statiske moment av kræfternes resultant m. h. t. ett og samme punkt.“

*Opgave 8:* At finde det statiske moment av en helt vilkaarlig valgt kraftgruppe i planet m. h. t. et givet punkt m.

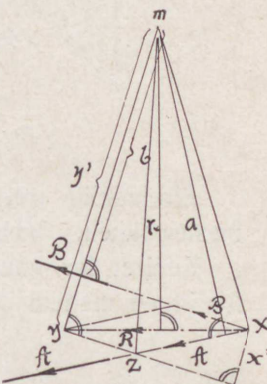


Fig. 27.

Kraft- og taugpolygon optegnes, hvorved  $R$  findes til størrelse, retning og beliggenhet; gennem  $m$  trækkes en parallel med  $R$  til skjæring med de to ytterste polygonsider, og man har det statiske moment

$$R \cdot r = H \cdot y$$

Her er  $H$  = den vilkaarlig valgte pols afstand fra  $R$  i kraftpolygonen (poldistancen) og  $y$  = den av de ytterste taugpolygonsider avskaarne strækning paa parallellen med  $R$  gjennom moment-polen  $m$ .

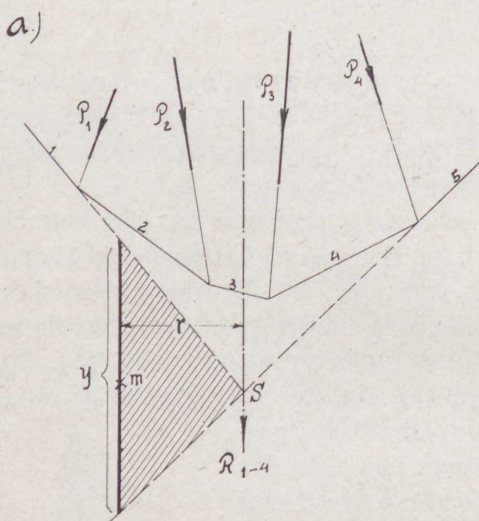


Fig. 28 a.

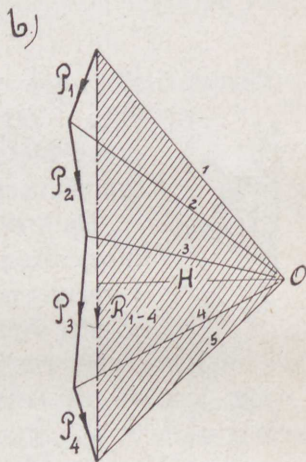


Fig. 28 b.

Almindelig uttrykkes  $H$  i kraftmaalestocken og  $y$  i længde-maalestocken. Vælges  $H = 1$ , saa er:  $M = y$ .

Beviset for konstruktionen i fig. 28 a og b ligger i sammenligningen mellem de to skrafferte likedannede triangler:

$$6) \quad \begin{aligned} y : r &= R : H \\ R \cdot r &= H \cdot y \end{aligned}$$

*Opgave 9:* En kranbjelke er av koncentrerte enkeltlaster belastet som fig. 29 a viser. Oplagerkræfterne og momentet for et vilkaarlig bjelkesnit søkes. De paa bjelken virkende ydre kræfter er:  $A$ ;  $P_1$ ;  $P_2$ ;  $P_3$ ;  $P_4$  og  $B$ .  $A$  og  $B$  er foreløbig ukjendte og findes efter opgave 5. Kun bemerkes, at for likevegtens skyld maa her resultatens like store og motsat rettede kraft dekomponeres i 2  $\perp$  sidekræfter  $A$  og  $B$ .

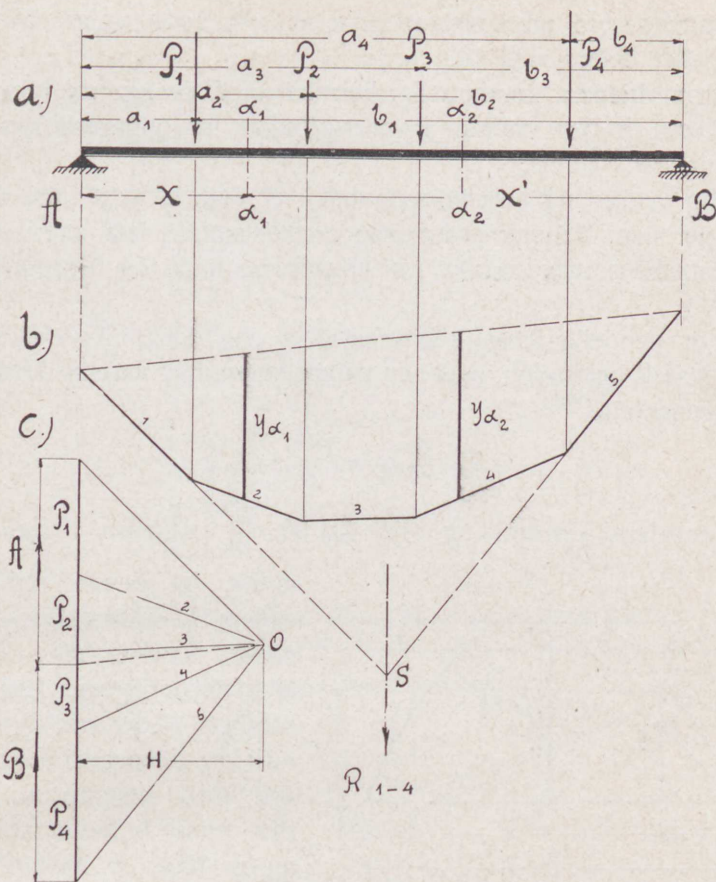


Fig. 29 a, b og c.

Momentet for snittet  $\alpha_1 - \alpha_1$  er:

$$M_{\alpha_1} = H \cdot y_{\alpha_1}$$

Analytisk har man:

$$M_{\alpha_1} = A \cdot x - P_1 (x - a_1)$$

$$\text{eller } M_{\alpha_1} = B x' - \sum P_{2-4} (x' - b_{2-4})$$

Enten er der altsaa spørgsmaal om kraftgruppen A og  $P_1$  eller  $P_2$ ;  $P_3$ ;  $P_4$  og B, og i begge tilfælde er slutningslinjen og linjen 2 de ypperste pylogonsider, som lodret under bjelkesnittet  $\alpha_1 - \alpha_1$  avskjærer ordinaten  $y_{\alpha_1}$ .

Paa samme maate findes for snit  $\alpha_2 - \alpha_2$ :

$$M_{\alpha_2} = H \cdot y_{\alpha_2}$$

Flaten mellem slutningslinjen og taugpolygonen kaldes momentflaten, da den overalt angir momentets størrelse, idet poldistancen

H optræder som en konstant størrelse, som bedst vælges lik enheten eller delbar med 10.

Er nu bjelken kontinuerlig belastet med  $p$ . kg. pr. løpende meter, saa er den grafiske fremgangsmaate for opgavens løsning nøiagtig den samme.

Man tænker sig belastningen delt i et endelig antal smaa dele, betragter hver belastningsdel som en koncentreret last, angripende i lastlamellens tyngdepunkt, og konstruerer kraft- og taugpolygon herfor.

For uendelig smaa belastningsdele gaar taugpolygonen, ved jevnt fordelt belastning, over i en parabelkurve med maksimalordinat i bjelkemidten.

$$7) y_{\max} = \frac{pl^2}{8} = f$$

Parabelens konstruktion viser fig. 30.  $\frac{pl^2}{8}$  avsættes i bjelkens

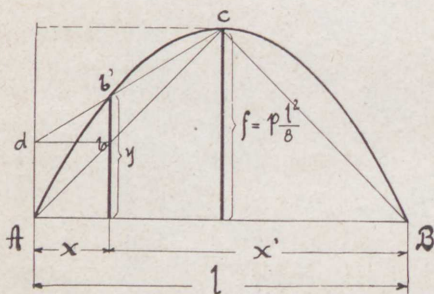


Fig. 30.

midte, fra denne ordinats endepunkt (parabelens topunkt) trækkes rette linjer til bjelkeoplagerne. Paa vilkaarlige steder av bjelken opreises penpendikulærer til snit med linjerne Ac og Bc i punkt b, herfra trækkes nu en linje  $\perp$  bjelkeaksen til snit med penpendikulæren over oplageret i punkt d,

endelig trækkes linjen dc, og dennes snitpunkt b' med den først trukne penpendikulær gjennem b angir et punkt paa parabelen.

Analytisk beregnes parabelordinaten av ligningen:

$$8) y = \frac{4f}{l^2} \cdot xx'$$

hvor  $f$  bestemmes efter ligning 7,  $l$  = bjelkens spændvidde og  $x$  resp.  $x'$  = ordinatens afstand fra bjelkeoplagerne (se fig. 30).

*Opgave 10:* En fagverkskranbjelke er belastet av 4 forskjellige store hjultryk fra løpevoغن for hovedlasten og en løpevoغن til hjælp under lastens haandtering (f. eks. ved kipning av en støp-pande o. l.). De i fagverkets knutepunkter optrædende maksimale momenter søkes.

Man tegner op kraftpolygonen med vilkaarlig poldistance (fig. 31 b).

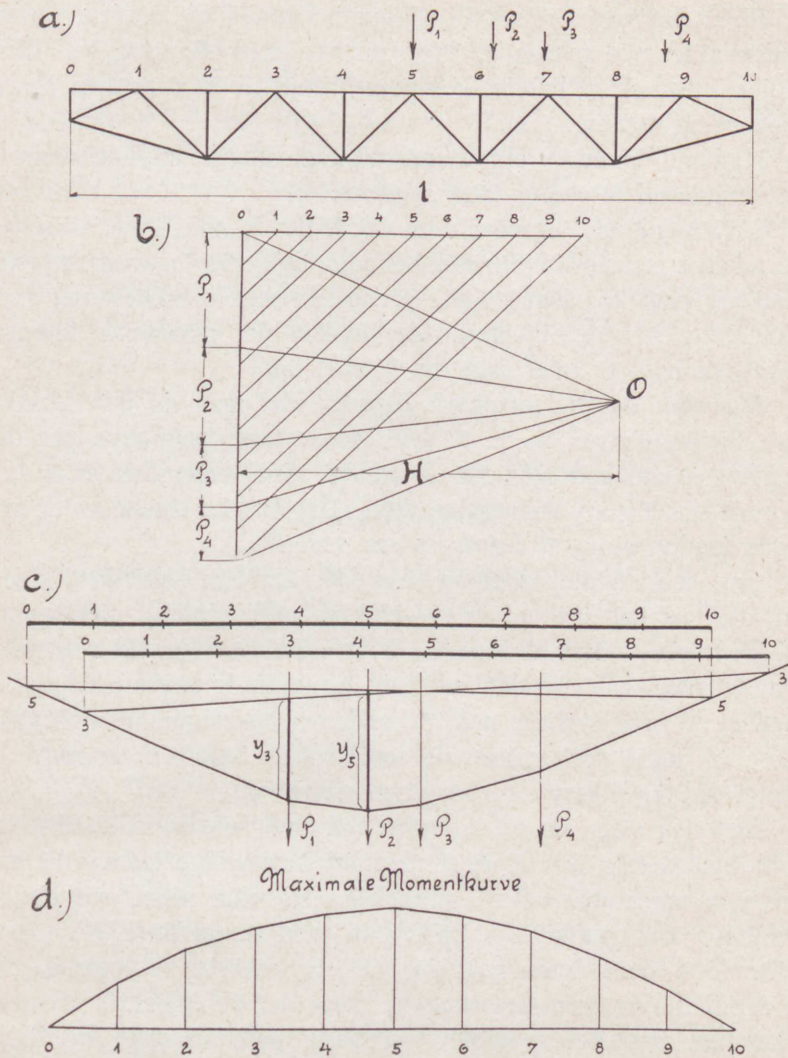


Fig. 31 a, b, c og d.

Nu konstruerer man over den forhaandenværende kraftgruppe den taugpolygon som motsvarer kraftpolygonen, og forlænger de yttreste polygonsider utad, saa den samlede taugpolygon faar en større længde end kranbjelken selv (fig. 31 c).

Tænker man sig nu lastgruppen hvilende, bjelken derimot bevægelig, saa foraarsager dette omvendte forhold samme statiske virkninger paa bjelken som det virkelige forhold at bjelken hviler og lastgruppen bevæger sig hen over den.



Stilles bjelken i vilkaarlig stilling horisontal og projiceres dens endepunkter ned paa taugpolygonen, saa angir efter opgave 9 disse projektiionspunkter hvorledes slutningslinjen blir at trække for at angi momentflaten.

Hvorvidt denne for et bestemt snit angir noget maksimalmoment, kan imidlertid foreløbig ikke avgjøres.

Utviklingen av momentflaten for hvilende enkeltlaste viser at de relative maksimalmomenter befinner sig under lasternes angrepspunkter; man kan herav slutte at bjelken maa indstilles saa, at ett hjul staar over det bjelkesnit for hvilket det maksimale moment søkes, derimot er intet sagt om hvilket hjul.

Man kan da gaa forsøksvis tilverks, idet man for flere forskjellige bjelkestillinger m. h. t. den tænkte faste lastgruppe paa den angivne maate opkonstruerer antagelige maksimalmomenter m. h. t. det bjelkesnit som skal undersøkes. Det absolut største av de saaledes fundne momenter antages saa som  $M_{\max}$ .

Gaar man frem paa denne maate for samtlige fagverkets knutepunkter, saa kan man ut fra en valgt horisontal nullinje med længde lik kranbjelkens spændvidde for hvert enkelt knutepunkt avsætte de fundne maksimale momentordinater og forbinde disses endepunkter med et polygonalt drag, som da under hensyntagen til multiplikatoren  $H$  angir den maksimale momentflate som blir at lægge til grund for fagverksstængernes dimensionering.

Metoden viser sig særlig enkel ved undersøkelse av kranbjelker, hvor man stadig har at gjøre med faa bevægelige laste, idet man her som regel uten videre ser hvilken last skal stilles over det betræffende knutepunkt resp. bjelkesnit. Ved mange forskjellige laste stiller ofte dette spørmaal sig noget vanskeligere (som f. eks. undertiden ved broundersøkelser). Man har da et godt holdepunkt i følgende av professor Winkler opstillede tilnærmelsesregel: „Maksimalmomentet optræder for et valgt momentpunkt, naar belastningen paa den ene side av dette forholder sig til belastningen paa den anden side som de dele momentpunktet deler bjelken i.“

Dette fører til konstruktionen i fig. 31 b.

Ut fra kraftpolygonens begyndelsespunkt avsættes bjelkelinjen med sin knutepunktsinddeling horisontalt i vilkaarlig valgt maalestok. Gjennem punkt 10, bjelkens endepunkt, trækkes en ret linje til sidste krafts endepunkt i kraftpolygonen (her  $P_4$ ). Nu trækkes gjennom hvert knutepunkt parallell til denne linje, og ved skjæringspunktet mellem disse og kraftpolygonlinjen angives den kraft

som bør stilles over knudepunktet. Træffer en af disse paralleler i et af kraftpolygonens delepunkter, saa bør den paafølgende undersøkelse foretages for begge de tilgrænsende kræfter.

Efter fig. 31 b blir altsaa for knudepunkt 3 lasten  $P_1$  at stille over momentpunktet, for knudepunkt 5 lasten  $P_2$  o. s. v. I fig. 31 c findes de tilsvarende bjelkestillinger og de dertil hørende slutningslinjer, som angir  $y_3^{\max}$  og  $y_5^{\max}$ , d. v. s. de ordinater som er proportionale med de optrædende maksimalmomenter.

Gaar man frem paa denne maate for samtlige knudepunkter, saa kan den maksimale momentlinje optegnes som fig. 31 d viser.

### § 3.

## Den statiske undersøkelse av kranbjelker i sin almindelighet.

**Belastningens art og dens overføring.** Belastningens art kan være enten kontinuerlig eller koncentret. Kontinuerlig virker som regel kun bærebjelkens egenvegt med tilhørende plattformer og horisontalavstivninger samt for kraner i det frie vindbelastningen; disse belastninger antages alle jevnt fordelt over bjelkens hele længde.

Den koncentrerte belastning kan være enten rolig virkende enkeltlaste (førerkurv, motor, o. s. v.) eller bevægelige enkeltlaste (hjultryk fra løpevognen).

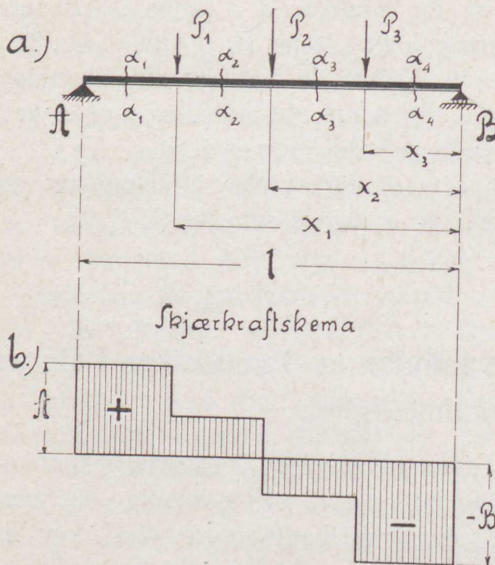
Overføringen av de virkende belastninger til bærebjelken kan være „middelbar“ (indirekte) eller umiddelbar (direkte). Det sidste er for kranbygning det almindeligste i motsætning til kraftoverføringen ved brobygning, hvor den som regel sker middelbart ved hjælp av tverbærere.

Videre maa der lægges merke til at samtlige bevægelige laster paa en kranbjelke altid befinner sig paa bjelken selv, at de ikke som ved broer økes i antal alt efter som toget ruller indover oplagerne, likesom heller ingen bevægelse utover oplagerne kan finde sted og foraarsage en formindskelse av lasternes antal.

Saasart en oprindelig ubelastet bjelke paavirkes av ydre kræfter, opstaar i bjelken selv indre kraftvirkninger, som saasart de har naaet deres fulde endeværdi, frembringer likevegt i systemet. Man maa altsaa først gjøre sig klar over de ydre kraftvirkninger, skjærkraft og ydre statiske moment, før man skrider til bestemmelsen av de indre kraftvirkninger, materialspændingene.

### Skjærkræfter.

„Rolig belastning“: Skjærkraften (transversalkraften) defineres som „summen av alle paa den ene side av snittet virkende ydre kræfter“, og virker avskjærende paa bjelkeversnittet.



Man bestemmer først oplagerkræfterne efter opgave 5 resp. 9, som da naturligvis blir at betragte som ydre kræfter, hvorefter resultanten av samtlige paa den ene side av bjelkesnittet virkende ydre kræfter findes.

Det kan ske grafisk ved hjælp av kraft- og taugpolygon eller ved direkte analytisk summering av de angripende kræfter. Behandles flere forskjellige

Fig. 32 a og b.

bjelkesnit paa denne maate, saa har man billedet av skjærkraftens forløp langs efter bjelken.

Betragter man venstre bjelkedel og fastholder retningen opad som positiv, saa er skjærkraften ved venstre oplager = + oplagerkraften A og ved høire oplager = - oplagerkraften B, hvilket fremgaar av følgende undersøkelse (fig. 32 a og b):

$$1) A = \frac{\sum P \cdot x}{l}$$

$$2) B = \sum P - A$$

$$Q_{\alpha_1} = + A$$

$$Q_{\alpha_2} = A - P_1$$

$$Q_{\alpha_3} = A - (P_1 + P_2)$$

$$Q_{\alpha_4} = A - (P_1 + P_2 + P_3) = -B$$

$$\text{Ti } A + B = \sum P$$

$$\text{eller } A - \sum P = -B$$

For jevnt fordelt belastning har man:

$$3) A = B = \frac{pl}{2}$$

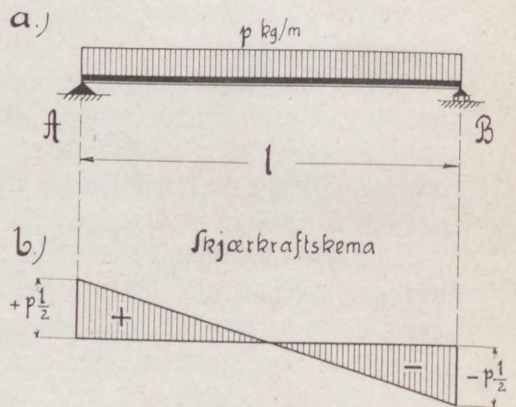


Fig. 33 a og b.

Her optræder vendepunktet fra + til - paa midten av bjelken, d. v. s. skjærkraften er = 0, hvor momentet har sit maksimum, en regel som har almen gyldighed for den almindelige bærebjelke paa to oplager:

„Bevægeligbelastning“:

Skjærkraften for de bevægelige laster findes lettest av den saakaldte „A —“ resp. „B — linje“.

Man har efter fig. 34:

$$4) A = \frac{P \cdot x}{l}$$

og da ingen anden last

befinder sig mellem A og P, saa er skjærkraften for et hvilket som helst snit av bjelken til venstre for P = oplagerkraften A. For variabel

$x$  fremstiller ligningen for A en ret linje.

Avsætter man P i oplagerpunktet A og trækker en ret linje fra P's frie ende til oplagerpunkt B, saa er ordinaten  $y$  under P's øieblikkelige angrepspunkt paa bjelken  $= \frac{P \cdot x}{l}$  eller = den søgte skjærkraft.

I kranbygning forekommer oftest en lastgruppe bestaaende av kun to laster, nemlig hjultrykkene fra løpervognen (fig. 35 a og b).

Dannet de to laster tilsammen en eneste last, saa vilde efter fore-

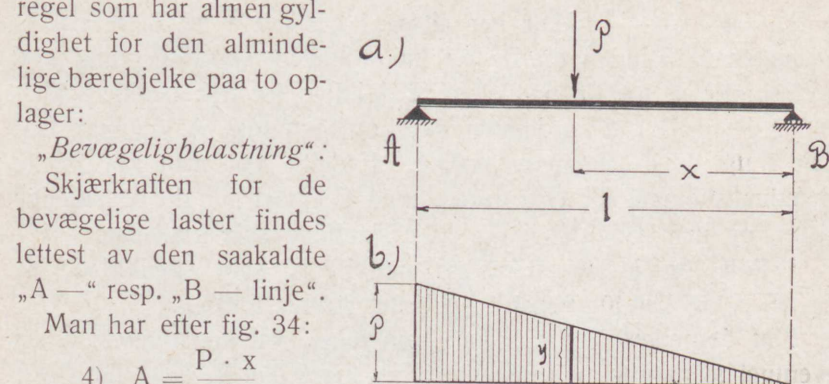


Fig. 34 a og b.

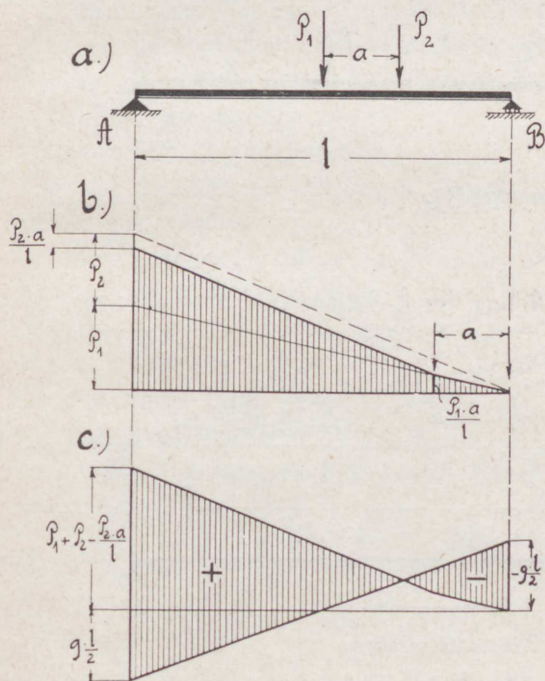


Fig. 35 a, b og c.

gaaende udvikling A-linjen repræsenteres av den punkterte linje. Nu har imidlertid de to laster den faste indbyrdes afstand  $a$ , d. v. s. i av-

stand  $a$  fra  $B$  for ytterste hørestilling av lastparret er  $A$  allerede lik  $\frac{P_1 \cdot a}{1}$ , og for ytterste venstrestilling av lastparret er  $A = P_1 + P_2 \cdot \frac{1-a}{1} = P_1 + P_2 - \frac{P_2 \cdot a}{1}$ . Man har altsaa i avstand  $a$  fra  $B$  at trække ordinaten til  $A$ -linjen for  $P_1$  og fra ordinatens skjæringspunkt med denne linje at trække parallellen til  $A$ -linjen for den tænkte enkeltlast  $\Sigma(P_1 + P_2)$  til ordinaten over oplagerpunkt  $A$ , og man faar den i fig. 35 b skrafferte  $A$ -flate. Endelig kan man saa forene skjærkraftskemaet for egenvegten med skemaet for de bevægelige laster, og man faar den i fig. 35 c skrafferte skjærkraftsflate.

$B$ -linje og  $B$ -flate fremstaar naturligvis som speilbillede av fig. 35 c, og har for venstre bjelkedel motsat fortegn.

Det bemerkes, at da kraner som regel skal konstrueres for en eventuel svingning av løpevoغن, saa fremstiller  $P_1$  altid den største av de to laster, saafremt disse er ulike store. Som det sees er denne enkle optegning av skjærkraftskemaet intet andet end den metode som i brobygning almindelig anvendes for den grafiske fremstilling av skjærkraftens forløp under indflydelsen av en bestemt lastgruppe (fig. 36).

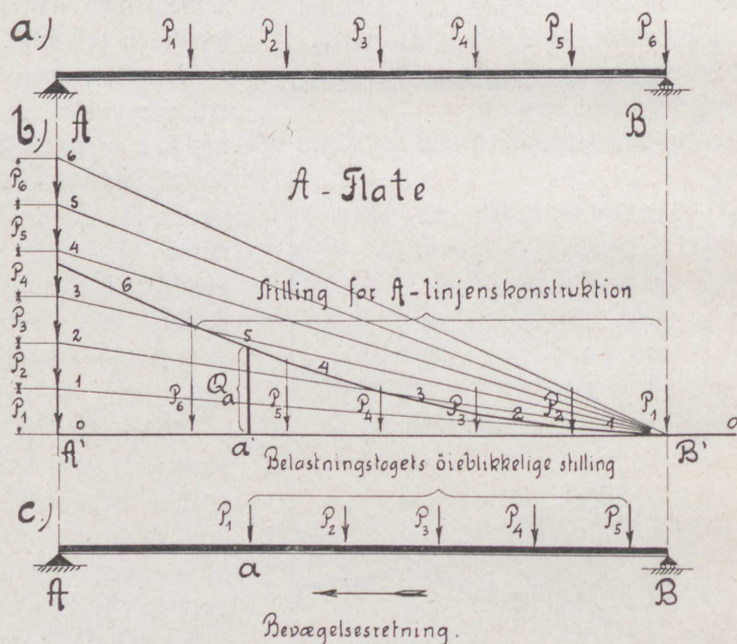


Fig. 36 a, b og c.

Man stiller lastgruppen op i omvendt orden, saaledes at første last staar over oplager  $B$ , tegner for denne stilling med spændvidden  $l$  som poldistance kraftpolygonen med tilhørende taugpoly-

gon, idet første polstraale 0 trækkes ut fra B' i bjelkelinjens retning. Den derved fundne A-flate begrænses saa av taugpolygonen, den valgte nullinje og ordinaten over oplagerpunkt A.

Er nu lastgruppen rykket frem til punkt a paa bjelken (fig. 36 c), saa er den ordinat i A-flaten som svarer til dette punkt lik skjærkraften  $Q_a$  for et bjelkesnit til venstre for a.

Besidder bærebjelken tverbærere, saa er skjærkraften størst naar én last staar over den tverbærer som for det betræffende felt ligger nærmest lastgruppen, det er derimot ikke altid givet hvilken last skal indta denne stilling. Som regel er det første last, og man har den saakaldte „grundstilling“; mens man i tvilstilfælde for det betræffende felt og de i samme indrykkende laster bare har at optegne den sekundære skjærkraftslinje og sammenligne de skjærkraftsordinater som avskjæres mellem denne og A-linjen med ordinaten for grundstillingen. Den største blir naturligvis at anvende for dimensioneringen; man kan imidlertid merke sig, at grundstillingen næsten utelukkende kommer til anvendelse ved beregning av kraner.

**Momenter.** For egenvegten forløper momentlinjen som bekjendt efter en parabel med største momentordinat over bjelkens midte, nemlig  $g \frac{l^2}{8}$ , hvor egenvegten betegnes med  $g$  kg./m.

For de bevægelige laster stiller forholdet sig anderledes, som det vil sees av efterfølgende betragtninger.

Først betragtes to like store laster  $P$ , som i den indbyrdes afstand  $a$  og under den for kraner tiltræffende forudsætning at begge laster befinder sig inden spændvidden  $l$ , bevæger sig henover en bjelke (fig. 37). Momentkurvens forløp og maksimale ordinat søkes.

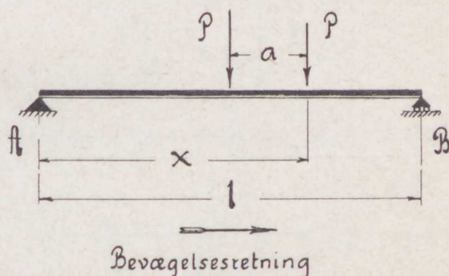


Fig. 37.

$$M = \left( \frac{P \cdot x}{1} + \frac{P \cdot (x - a)}{1} \right) \cdot (l - x)$$

$$5 a) \quad M = \frac{P}{1} (2x - a) (l - x)$$

$$5 b) \quad M = \frac{P}{1} (2lx - 2x^2 + xa - l \cdot a)$$

Dette er en almindelig 2den grads ligning analog med den almindelige form:  $Ax^2 + 2Dx + 2Ey = 0$ . (Ligningen for en parabel med akse  $\perp$  y-aksen).

Vor momentligning fremstiller saaledes en parabel hvis akse er  $\neq$  momentordinaten. Deriveres ligning 5 b) og sættes = 0, faaes:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{P}{l} (2l - 4x + a) = 0$$

$$4x = 2l + a$$

$$6) \quad x = \frac{l}{2} + \frac{a}{4}$$

I denne afstand  $x$  fra oplager A ligger altsaa maksimalmomentet, hvis størrelse findes ved at indsætte den fundne værdi av  $x$  i momentligningen 5 a.

$$M_{\max.} = \frac{P}{l} \left( l + \frac{a}{2} - a \right) \left( l - \left( \frac{l}{2} + \frac{a}{4} \right) \right)$$

$$= \frac{P}{l} \left( l - \frac{a}{2} \right) \left( \frac{l}{2} - \frac{a}{4} \right)$$

$$= \frac{P}{2l} \left( l^2 - 2 \frac{la}{2} + \frac{a^2}{4} \right)$$

$$7) \quad M_{\max.} = \frac{R}{4l} \left( l - \frac{a}{2} \right)^2$$

For bevægelsesretning fra høire mot venstre findes paa

samme maate  $M_{\max.}$  i afstand  $x = \left( \frac{l}{2} + \frac{a}{4} \right)$  regnet fra høire oplager av. Momentkurven bestaar altsaa av to parabler over længden  $l - \frac{a}{2}$  efter fig. 38 b. Da udviklingen kun gjælder saalænge begge laster befinder sig paa bjelken, saa er parablene først gyldige fra punktene p og r i afstand  $a$  fra bjelkeoplugerne; da imidlertid for omhandlede belastningstilfælde disse parabelgrener dækkes av parablene for den modsatte bevægelsesretning, saa blir de ugyldige parabelbuer pq og rs uten betydning for optegningen av den resulterende momentflate.

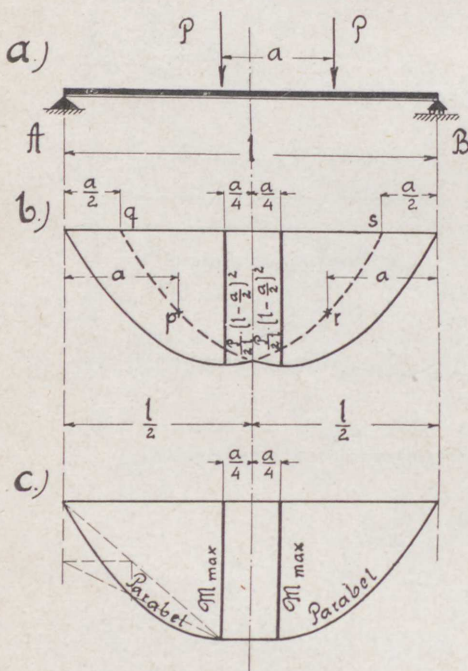


Fig. 38 a, b og c.

Fig. 38 c viser optegningen

av den resulterende momentflate i praksis. Man avsetter  $M_{\max}$  som ordinator i avstandene  $\frac{a}{4}$  ut fra bjelkens midte, konstruerer parabelgrenene, én til hver side over  $\frac{1}{2} - \frac{a}{4}$ , og forbinde parabelenes toppunkter med en ret linje, idet der bortsees fra den for dimensjonering helt betydningsløse hjerteform ved den teoretisk nøiaktige momentflate.

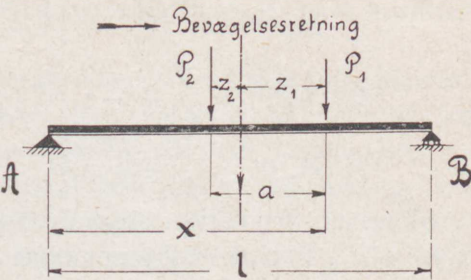


Fig. 39.

Løses samme oppgave for to ulike store, i indbyrdes fast avstand  $a$ , bevægelige laster  $P_1$  og  $P_2$ , faaes efter fig. 39

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{P_1 \cdot x + P_2 (x - a)}{1} \cdot (1 - x) \\ &= \frac{(P_1 + P_2)x - P_2 \cdot a}{1} \cdot (1 - x) \end{aligned}$$

Nu er  $(P_1 + P_2) = R$  og  $P_2 \cdot a = R \cdot z_1$ ; hvor  $z$  angir beliggenheten av resultanten  $R$  i forhold til de forhaandenværende laster, altsaa:

$$8) M_1 = \frac{R}{1} (x - z_1) (1 - x)$$

Dette er ligningen for en parabel med akse  $\pm$  momentordinaten. Deriveres og sættes lik 0, faaes:

$$\begin{aligned} \frac{d M_1}{d x} &= \left( \frac{R x}{1} - \frac{R z_1}{1} \right) (-1) + (1 - x) \frac{R}{1} = 0 \\ -2 \frac{R}{1} x + \frac{R}{1} z_1 + R &= 0 \end{aligned}$$

$$9) x = \left( \frac{1}{2} + \frac{z_1}{2} \right)$$

hvor  $x$ , regnet fra oplager A angir stedet for  $M_1^{\max}$  under lasten  $P_1$  for bevægelse fra venstre mot høire.

For den motsatte bevægelsesretning findes

$$10) x = \left( \frac{1}{2} + \frac{z_2}{2} \right)$$

hvor  $x$ , regnet fra oplager B, angir stedet for  $M_2^{\max}$  under last  $P_2$ .

Indsættes uttrykkene for  $x$  i den almindelige momentligning 8), faaes:



$$M_1^{\max.} = \frac{R}{l} \left( \left( \frac{l}{2} + \frac{z_1}{2} \right) - z_1 \right) \left( l - \left( \frac{l}{2} + \frac{z_1}{2} \right) \right)$$

$$11) M_1^{\max.} = \frac{R}{4l} (l - z_1)^2$$

$$12) M_2^{\max.} = \frac{R}{4l} (l - z_2)^2$$

Momentkurven består altsaa av to parabler over længden  $l - z_1$  resp.  $l - z_2$ . Efter det tidligere nævnte er hver av parablene gyldige paa strækningen  $l - a$  (fig. 40 for bevægelse fra venstre mot høire).

Konstruktionen av momentflaten viser fig. 41 b. Kun maa bemerkes at man som regel maa regne med en mulig svingning av lastgruppen, saa man for begge bjelkehalvdeler faar at regne med den absolut største av de to maksimalkurver, hvorved symmetrifiguren fig. 41 c opstaar.

Denne parabelmetode anvender og anbefaler W. L. Andréé i sin bok „Statik des Kranbaues“ ogsaa for et vilkaarlig antal like eller ulike store laster. Saa enkel og rask metoden end viser sig for de her omhandlede lastegrupper, saa synes den dog for et større antal laster mindre hensigtsmæssig, da det her ikke uten videre kan siges om de enkelte bjelkesnitts maksimalmomenter altid optræder under én og samme last. Der blir altsaa intet andet tilovers end for hvert enkelt kraftangrepspunkt at opkonstruere de forskjellige sekundære maksimalkurver (momentparabler) og saa forene samtlige til én resulterende mo-

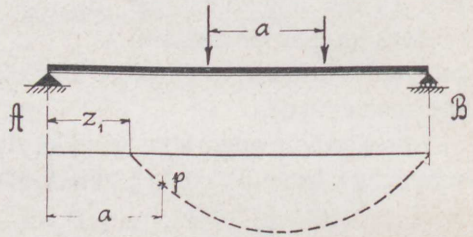


Fig. 40.

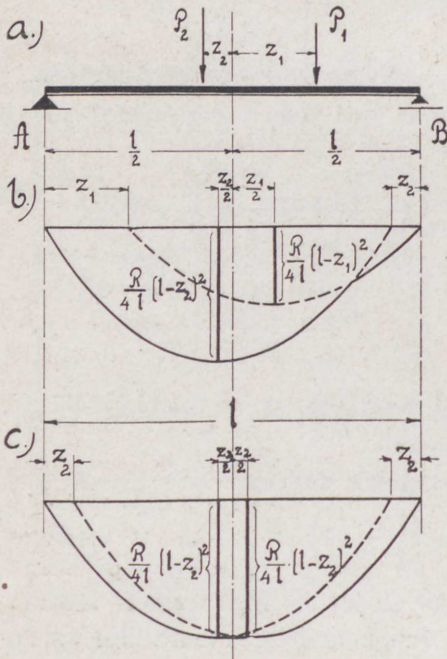


Fig. 41 a, b og c.

mentkurve, et arbeide som én gang utført, antagelig for fremtiden helst vil undgaaes.

For kraner bestaar imidlertid almindeligvis belastningsskemaet av to like eller ulike store laster, sjeldnere av tre og fire laster, saa her har parabelmetoden for platebærere sin fulde berettigelse.

For kranbaner derimot kommer ikke sjelden fire, seks og flere laster i betragtning, og isaafald benytter man sig bedre av andre metoder, s. f. eks. behandlet under opgave 10 (side 21), eller fremgangsmaater som senere skal vises.

**Influenslinjer.** Bevægelige lasters indflydelse paa en eller anden søkt størrelse kan altid uttrykkes i ligningsform; denne ligning uttrykker da forløpet av en eller anden linje som direkte angir den søkte størrelses tilvekst resp. avtagen under indflydelsen av de bevægelige laster, d. e. en „influenslinje“.

Vælges nu et retvinklet koordinatsystem med den ene akse f. eks.  $\pm$  bjelkelinjen og optegnes herover influenslinjen, saa angir ordinatene  $\eta$  den søkte størrelses verdi for den last som blev lagt til grund for optegningen av influenslinjen. Lægger man saaledes lasten  $P = 1^t$  til grund for influenslinjen, saa kan man sige:

„En influenslinje er det linjeforløp som for lastenheten angir den søkte størrelses variation m. h. t. bestemte snit av bjelken.“

Den ubekjendte størrelse kan være f. eks. oplagerkraft, skjærkraft, moment, paakjending i de ytterste tvernsnittsfibrer eller stangkræfter ved fagverk.

Den av influenslinjen og bjelkelinjen indesluttede flate kaldes „influensflaten“.

Det er klart at metoden først og fremst er vel anvendt hvor man har med en hel række bevægelige laster at gjøre. Den finder saaledes med rette en utstrakt anvendelse i den moderne brobygning, hvor man har hele belastningstog at behandle i de forskjellige stillinger.

Anderledes stiller forholdet sig for kranbygningens vedkommende. Man har her som regel kun faa bevægelige laster og oftest meget oversigtlige bjelkesystemer, hvis statiske undersøkelse lettere og hurtigere gjennomføres ved en av de tidligere anførte fremgangsmaater. Imidlertid kan ved større brokraner med sekundære mellemlid eller andre mindre oversigtlige anordninger influenslinjer ofte med fordel anvendes, her skal derfor den almindelig redegjørelse for deres optegning angives, mens en anvendelse for et spesielt tilfælde, nemlig en brokran med utligger og sekundære mellemlid, senere skal fremføres.

a. „Oplagerkraft“. Bevæger en last  $P = 1^t$  sig henover en bjelke, saa er:

$$A = 1 \cdot \frac{b}{l} \text{ og } B = 1 \cdot \frac{a}{l}$$

Her er a og b variable størrelser. Som det sees, er influensflaterne her de tidligere under behandlingen av skjærkraften benyttede A- resp. B-flater for lasten 1 ton.

Av triangelproportionen

$$\frac{\eta_c}{1^t} = \frac{b}{l}$$

findes for laststilling over c:

$$\eta_c = 1 \cdot \frac{b}{l} = A$$

og likeledes har man:

$$\eta_c = 1 \cdot \frac{a}{l} = B$$

Er nu lasten ikke  $1^t$ , men lik den vilkaarlig valgte størrelse P, saa faar man:

$$A = P \cdot \eta_c$$

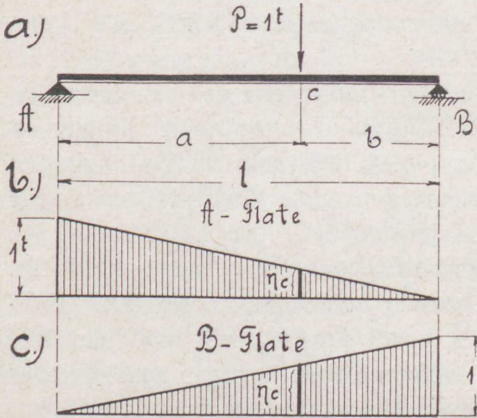


Fig. 42.

og for en række vilkaarlige laster  $P_1; P_2; P_3; \dots$  o. s. v.

13)  $A = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2 + P_3 \cdot \eta_3 + \dots = \sum P \cdot \eta$   
 hvorved  $\eta_1$  maales direkte under lasten  $P_1$ 's øieblikkelige stilling,  $\eta_2$  under  $P_2$  o. s. v.

b. „Skjærkraft“. Skjærkraftflaten for snit c søkes.

Atter bevæges enhetslasten  $P = 1^t$  henover bjelken. Saalænge P befinder sig til høire for c er skjærkraften  $= +A$ , skjærkraftsflaten for høirestilling av lasten m. h. t. et bestemt snit falder altsaa sammen med den positive A-flate. Befinder lasten sig til venstre for c, saa er skjærkraften  $= -B$ . Skjærkraftsflaten for venstrestilling av lasten m. h. t. et bestemt snit falder altsaa sammen med den

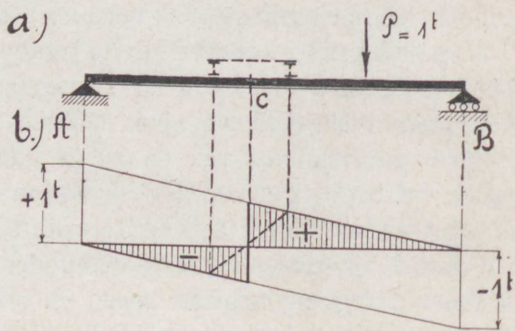


Fig. 43.

negative B-flate. Skjærkraftens resulterende influensflate sees i fig. 43 b. Atter har man:

$$Q = \sum P \cdot \eta$$

c. „Moment.“ Influensflaten for snit c søkes. Gjentages nu foregaaende ræsonnement, saa finder man:

For last  $P = 1^t$  til høire for snittet c er:

$$M = A \cdot x_c$$

For denne laststilling falder saaledes influensflaten sammen med A-flaten, kun maa hver enkelt ordinat  $\eta$  multipliceres med  $x_c$ , d. v. s. man har under A at avsætte ikke  $1^t$ , men  $1 \cdot x_c = x_c$ . Overskrider nu lasten snit c, saa er:

$$M = B \cdot x_c'$$

man har derfor under B har at avsætte  $x_c'$ , hvorefter forbindelseslinjerne med de motsatte oplagerpunkter trækkes.

Den søkte influensflate blir da det i fig. 44 b skrafferte triangel, og man har

$$M = \sum P \cdot \eta$$

Da det nu ved enhver statisk undersøkelse gjælder bestemmelsen av den søkte størrelses maximum eller minimum, saa har man kun at indstille lasterne saa, at  $\sum P \cdot \eta$  blir størst mulig i positiv resp. negativ retning.

For lange broer og mange laster kan man ikke altid sige hvilken laststilling er den ugunstigste; man maa gaa forsøksvis tilverks, idet man ved hjælp av en papirstrimmel forskyver belastningstoget hen over influensflaten, og saa til sammenligning utfører de enkelte summeringer efter ligning 13 for hver enkelt av de undersøkte stillinger av lastgruppen. Da imidlertid ved kranbygning, som sagt, oftest kun spørges om faa lasters indflydelse paa bærebjelken, saa er det straks av influenslinjens form indlysende hvilken stilling blir den ugunstigste, nemlig som regel naar største last stilles i den største ordinat.

Den hele utvikling er her gjennomført for umiddelbar lastoverføring, idet den oftest kommer til anvendelse ved kraner. For de med kraner nærbeslegtede transportbroer samt av og til for bro-

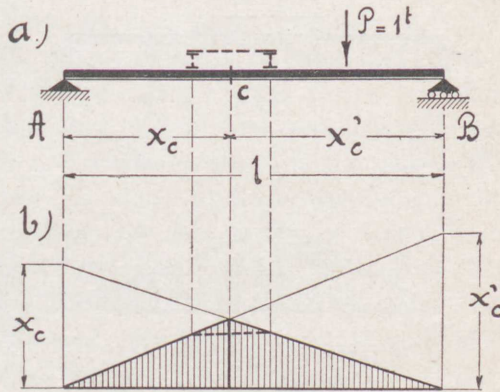


Fig. 44 a, b.

kraner kan imidlertid ogsaa middelbar lastoverføring forekomme. Av hensyn til større utførlighet findes derfor denne belastningsmaate

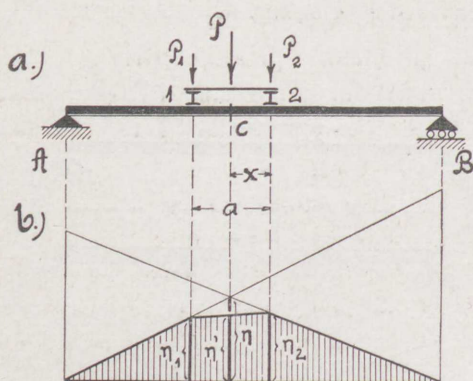


Fig. 45 a og b.

Nu er:

$$P_1 = \frac{P \cdot x}{a} \text{ og } P_2 = \frac{P(a - x)}{a}$$

og deres resulterende indflydelse paa hovedbjelken findes:

$$\Sigma P \cdot \eta = \frac{Px}{a} \cdot \eta_1 + \frac{P(a - x)}{a} \cdot \eta_2$$

dette fremstiller ligningen for en ret linje, d. v. s. influenslinjen kan ikke, som ved umiddelbar lastoverføring vist, løpe ut i en spids inden feltet, men maa forløpe efter den indtegnede rette linje (fig. 45 b) med:

$$P \cdot \eta' = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2$$

Dette gjælder for samtlige influenslinjer; saaledes blir de opførte influenslinjer for middelbar lastoverføring at optegne som før angit, kun med ændring inden feltet efter ovenstaaende regel (se fig. 43 b og 44 b). Den opførte A- resp. B-flate bevarer sin gyldighet, da her, som det sees, linjen allerede for umiddelbar lastoverføring forløper retlinjet inden feltet. Samstemmigheten for begge lastoverføringer m. h. t. oplagerkræfterne fremgaar jo ogsaa derav, at A resp. B ingensomhelst forandring undergaar om P opdeles i de to anførte sidekræfter  $P_1$  og  $P_2$ .

behandlet i de opstillede figurer ved de i det overskaarne (betragtede) felt indpunkterte rette influenslinjer. Det lar sig nemlig bevise at influenslinjen inden det betragtede felt maa forløpe efter en ret linje.

Hjultrykket  $P$  befinder sig i den øieblikkelige stilling  $x$  fra tverbærer 2.  $P$ 's indflydelse paa hovedbjelken er lik indflydelsen av  $P$ 's sidekræfter  $P_1$  og  $P_2$  paa samme.

## § 4.

**Beregning mot knækning.**

Blandt de aapne spørmaal inden ingeniørvidenskapen staa endnu knækningsspørmaalet, og vil det vel til alle tider ad teoretisk vei vise sig uløselig, idet enhver teoretisk undersøkelser forsager, hvor saa mangfoldige tilfældige faktorer, som f. eks. materialets uensartethet, arbeidsstykkets mer eller mindre nøiagtige retlinjethet, montagens vilkaarlighet o. s. v. spiller en saa væsentlig rolle som her.

De betydeligste forskere har siden ingeniørvidenskapens yngste dage atter og atter beskjøftiget sig med studiet av knækningssforholdene. Fra disse studier i forbindelse med praktiske forsøk skriver sig de, snart sagt, utallige knækningssformer som findes.

„Schwartz-Rankines formel“. En av de ældre formler er den vel kjendte Schwartz-Rankin'ske.

$$1) P = \frac{\sigma_t \cdot F}{1 + \alpha \left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

Heri er:  $\sigma_t$  = den tilladelige trykpaakjending  $F$  = stangens tversnit,  $l$  = stangens længde,  $i$  = den mindste træghetsradius, og  $\alpha$  = en erfaringskoefficient.

Denne koefficient  $\alpha$  er imidlertid avhængig av materialets beskaffenhet, tversnitsformen og aksialkraftens tilfældige pil, og er derfor meget vanskelig at bestemme med nogenlunde nøiagtighet.

Støpejern (for  $\frac{l}{i} = 20 - 150$ ):  $\alpha = 0,00060$

Sveisjern ( „  $\frac{l}{i} = 20 - 250$ ):  $\alpha = 0,00016$

Flussjern ( „  $\frac{l}{i} = 20 - 250$ ):  $\alpha = 0,00014$

Træ ( „  $\frac{l}{i} = 20 - 200$ ):  $\alpha = 0,00023$

Formelen maa for tiden nærmest betragtes som forældet, og anvendes saavidt vites endnu kun i Sydtykland. I „Bestemmelser angaaende tilladelige paakjendinger for bygningsmateriale ved konstruktion av veibroer, Kristiania 1901“, er formelen paabudt, saafremt den viser sig ugunstigere end den Tetmajerske formel. (Se side 38).

**Eulers knækningssformel.** Senere kom den mest kjendte og i Tyskland endnu mest anvendte Eulerske formel.

Euler selv kom til sin knækningssformel ved at ta sit utgangs-

punkt fra den elastiske linjes differentialligning, formelen lar sig imidlertid ogsaa utlede av arbejdslikningen.

M. h. t. den teoretiske rigtighed av Eulers knækningsformel, saa staar den vel nu endelig uomstridt fast, naar bortsees fra en del ubetydelige forenklinger, som imidlertid Euler selv var opmerksom paa. Derimot gjælder formelen desvære, som av professor Tetmajer paavist, kun inden visse grænser, forskjellige for de forskjellige bygningsmaterialer. I „Heft. VII der Mitteilungen der Materialprüfungsanstalt am schweizerischen Polytechnikum in Zürich 1896“ gjør hr. professor Tetmajer rede for sin nye knækningsformel, utledet paa grund av talrige knækningsforsøk med træsorter, støpejern og de almindelige konstruktionsjern, samtidig som der ut fra længdeforholdet  $\frac{l}{i} = \frac{\text{stanglængde}}{\text{mindste trægghetsradius}}$  ogsaa ved hjælp av omfattende forsøk fastsættes følgende grænser for gyldigheten av Eulerformelen:

Bygningsmaterial	Elasticitetsmodul E $\text{t/cm.}^2$	Gyldighetsgrænse $\frac{l}{i}$
Træ . . . . .	100	100
Støpejern . . . . .	1 000	80
Sveisjern . . . . .	2 000	112
Flussjern . . . . .	2 150	105

Som det sees har altsaa Eulerformelen den væsentlige mangel at den ikke gjælder for de i den almindelige praksis oftest forekommende længdeforhold, idet man for de vigtigste materialer som træ og jern oftest har dimensioner svarende til et længdeforhold mindre end de her angivne grænseværdier.

Ikke desto mindre anvendes Eulerformelen i en meget utstrakt grad, endog utover sine gyldighetsgrænser, da den viser sig yderst enkel i sin anvendelse og oftest mer økonomisk end de nyere knækningsformler.

Den erfarne ingeniør vil imidlertid vite, at man, saasnt gyldighetsgrænsen overskrides, ikke længer har den teoretisk paaviste sikkerhetsgrad mot knækning, men kun en brøkdel av samme — om ikke nul eller endog negativ. — Man bør av hensyn hertil i saadanne tilfælde forlange en end større sikkerhetsgrad end den brukelige 4 à 5. En videre ulempe ved denne formel er at den kun angir knækningskraften, men intet uttaler om knækningspaakjendingen,

saa en direkte sammenligning med de øvrige i bygverket forekommende paakjendinger vanskeliggjøres.

I sin almindelige form lyder Eulerformelen:

$$2) P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

Herunder er forutsat en stang, dreibar, men ikke forskyvelig i sine endepunkter.

$P$  = den største kraft for hvilken stangen endnu kan forbli ubøiet, eller den mindste kraft som formaar at holde stangen i utbøiet stilling,  $E$  = elasticitetsmodulen,  $J$  = stangens ækvatoriale træghetsmoment i farligste stangtversnit, og  $l$  = stanglængden.

For de forskjellige forekommende befæstigelsesmaater av stangen blir  $l$  at indføre i formelen med stangens saakaldte „frie længde“.

Fastsættelse av den „frie stanglængde“:

1) Stangen er frit dreibar, men uforskyvelig i begge endepunkter. Kaldes den frie længde  $l$  og den virkelige stanglængde  $l_0$ , saa er: (fig. 46)

$$l = l_0$$

2) Stangen er frit bevægelig i den ene ende og fast indspændt i den anden: (fig. 47)

$$l = 2 l_0$$

3) Stangen er i den ene ende lagret efter nr. 1, i den anden fast indspændt: (fig. 48)

$$l = 0,7 l_0$$

4) Stangen er i begge ender indspændt: (fig. 49)

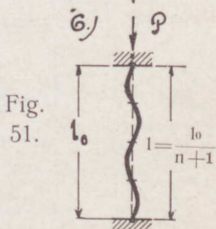
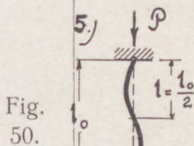
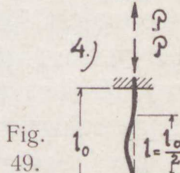
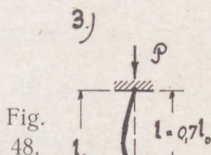
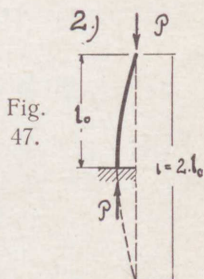
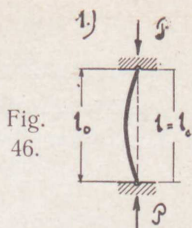
$$l = \frac{l_0}{2}$$

5) Stangen er i begge ender lagret efter nr. 1, men fastholdt i midten: (fig. 50)

$$l = \frac{l_0}{2}$$

6) Stangen er i begge ender lagret efter nr. 1, men fastholdt i  $n$  punkter med like store indbyrdes afstande: (fig. 51)

$$l = \frac{l_0}{n+1}$$





Indsættes disse frie længder i den oprindelige formel (ligning 2), og indføres samtidig den ønskede sikkerhedsgrad  $m$ , saa faaes for de forskjellige befæstigelsesmaater følgende knækningsformler:

$$\begin{aligned} 1) P &= \frac{\pi^2}{m} \cdot \frac{E J}{l_0^2}; & 2) P &= \frac{\pi^2}{4 m} \cdot \frac{E J}{l_0^2} \\ 3) P &= \frac{2 \pi^2}{m} \cdot \frac{E J}{l_0^2}; & 4) P &= \frac{4 \pi^2}{m} \cdot \frac{E J}{l_0^2} \\ 5) P &= \frac{4 \pi^2}{m} \cdot \frac{E J}{l_0^2}; & 6) P &= \frac{(n+1)^2 \pi^2}{m} \cdot \frac{E J}{l_0^2} \end{aligned}$$

Det i praksis mest forekommende tilfælde motsvarer formelen 1). Løses denne m. h. t.  $J$ , faaes:

$$J = \frac{m P l^2}{\pi^2 E} = \text{det nødvendige træghetsmoment.}$$

Sættes her  $m = 5$  og indsættes  $P$  i tons,  $l$  i meter,  $E$  i  $t/m.^2$  og  $\pi^2 = 10$ , faaes:

$$3) J_{\text{nødv.}} = \frac{5 P l^2}{10 \cdot 0,215} = 2,33 P l^2 \text{ cm.}^4$$

I almindelighet anvendes den gamle formel:

$$4) J_{\text{nødv.}} = 2,5 P l^2 \text{ cm.}^4$$

hvor  $E$  er indsat med 2000 000  $kg./cm.^2$ , altsaa gjældende for sveisjern.

**Tetmajers formel:** Som allerede nævnt har professor Tetmajer i 1896 git offentligheden indberetning over sine omfattende knækningsforsøk, resulterende i en ny, som det synes, praktisk meget værdifuld knækningsformel.

Mens Eulerformelens gyldighet forløper efter en kubisk hyperbel — den saakaldte „Euler-hyperbel“ — saa viser professor Tetmajer, at under de angivne grænseforhold for  $\frac{1}{i}$ , vokser knækningsfastheten for træ, sveisjern og flussjern tilnærmelsesvis efter en ret linje av formen:

$$5) K_k = \frac{P_k}{F} = a - b \left( \frac{1}{i} \right)$$

Heri er  $K_k$  = materialets knækningsfasthet i  $t/cm.^2$ ,  $P_k$  = knækningskraften,  $F$  = stangens bruttotversnit,  $a$  og  $b$  = konstanter, utledet av praktiske forsøk og  $\frac{1}{i}$  = længdeforholdet.

For  $a$  og  $b$  angives:

	a	b
Træ . . . . .	0,293	0,00194
Sveisjern . . . .	3,030	0,0129
Flussjern . . . .	3,100	0,0114
Haardt flussjern	3,210	0,0116

For støpejern fandtes knækningsfastheten i  $t/cm.^2$  for længdeforholdet  $\frac{l}{i} < 80$  efter ligningen for en parabolisk kurve av formen:

$$6) K_k = \frac{P_k}{F} = 0,00053 \left(\frac{l}{i}\right)^2 - 0,120 \frac{l}{i} + 7,76$$

Som det vigtigste material skal her behandles flussjern (bløtt staal). For de andre byggematerialer blir utviklingen at gjennomføre helt analog hermed.

Betegner man sikkerhetsgraden mot knækning med  $S_k$ , mot direkte tryk med  $S_t$ , trykfastheten med  $K_t$   $t/cm.^2$ , samt  $\sigma_k$  og  $\sigma_t$  = tilladelige paakjendinger mot knækning resp. tryk, saa har man:

$$\sigma_k = \frac{K_k}{S_k} \text{ og } \sigma_t = \frac{K_t}{S_t}$$

Sættes nu  $S_k = S_t$ , saa faaes:

$$\sigma_k = \frac{K_k}{K_t} \cdot \sigma_t = \alpha \cdot \sigma_t$$

$\alpha = \frac{K_k}{K_t}$  er altsaa den reduktionsfaktor hvormed den tilladelige trykpaakjending maa multipliceres for at gi den tilladelige knækningspaakjending, for hvilken materialet yder samme sikkerhet som for den tilladelige trykpaakjending.

Indføres nu den av professor Tetmajer angivne værdi for  $K_k$  og videre  $K_t$  med  $3,8$   $t/cm.^2$  (i middel), saa faaes  $\alpha$  for flussjern:

$$\alpha = \frac{a - b \left(\frac{l}{i}\right)}{K_t} = \frac{3,1 - 0,0114 \left(\frac{l}{i}\right)}{3,8}$$

Skal nu en stang, paakjendt for tryk  $P$ , være sterk nok mot knækning, saa maa den midlere trykpaakjending  $\frac{P}{F}$  ikke overskride den for  $\sigma_k$  fundne værdi, d. v. s.

$$\frac{P}{F} \leq \alpha \sigma_t$$

$$\text{eller 7) } \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{P}{F} \leq \sigma_t$$

Hermed er fundet en værdi  $\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ , som har den store fordel direkte at kunne sammenlignes med den tilladelige trykpaakjending  $\sigma_t$ .

Nu kan man for de i praksis forekommende længdeforhold ved hjælp av de angivne formler én gang for alle tabellarisk opstille værdier for knækningskoefficienten  $\frac{1}{\alpha}$  (manglende mellemværdier findes av den opstillede differensrække ved direkte interpolation).

## Flussjern.

$\frac{1}{i}$	$\frac{1}{\alpha} = \frac{3,8}{3,10 - 0,0114 \frac{1}{i}}$	Differens
10	1,273	0,050
20	1,323	0,055
30	1,378	0,059
40	1,437	0,065
50	1,502	0,071
60	1,573	0,078
70	1,651	0,086
80	1,737	0,095
90	1,832	0,107
100	1,939	0,058
105	1,997	

Dermed er den i knækningsformelen forekommende variable knækningskoefficient  $\frac{1}{\alpha}$  tabellarisk saaledes opstillet, at den med let-  
het kan uttages for de forskjellige længdeforhold  $\frac{1}{i}$  hvor formelen  
kommer til anvendelse.

Regningens gang blir nu følgende:

Efter den kjendte omformning av Eulerformelen

$$J_{\text{nødv.}} = 2,5 P l^2 \text{ resp. } 2,33 P l^2$$

beregner man det nødvendige træghetsmoment. Her er  $J$  i  $\text{cm}^4$ , naar  
 $P$  indsættes i tons og  $l =$  den frie stanglængde i meter.

Derpaa vælges tværsnittet i henhold til det fundne  $J_{\text{nødv.}}$ . Viser  
nu  $\frac{1}{i}$  sig  $>$  den minimale grænseværdi efter Eulerhyperbelen, saa  
er alt i orden, og tværsnittet kan bibeholdes. Er derimot  $\frac{1}{i} <$  den  
minimale grænseværdi, saa maa tværsnittet skjønsmæssig ændres og  
træghetsmomentet samt længdeforholdet paany bestemmes, hvor-  
paa knækningskoefficienten uttages av den for det betræffende  
material utarbejdede tabel. Sluttelig beregnes størrelsen  $\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$  og  
sammenlignes efter ligning 7) med den tilladelige trykpaakjending  $\sigma_t$ .

Som regel vil det vise sig at man allerede ved denne ene om-  
regning har fundet det rigtige tværsnitsvalg. Stilles hele regningen  
tabellarisk op, saa vinder den i oversigtlighed og vil da vise sig  
forholdsvis tidsbesparende.

Sluttelig bemerkes, at efter forslag av J. B. Johnson, St. Louis,  
holder enkelte forfattere ikke som Tetmajer paa den rette linje som

forløp for knækningsfasthetens tilvekst utover Eulerhyperbelens gyldighetsgrænse, men paa en Eulerhyperbelen tangerende parabel (Johnsonparabelen\*).

## § 5.

### Statisk ubestemte systemer.

**Bestemmelse av et systems ubestemthet.** Et bjelkesystem er statisk ubestemt, saasnaert ikke alle ubekjendte størrelser entydig lar sig bestemme ved hjælp av de forhaandenværende likevegtsbetingelser.

De ubekjendte størrelser kan enten være ydre kræfter, f. eks. oplagerkræfter, eller indre spændinger, f. eks. stangkræfter i et fagverk, og ut herfra inddeler man saa de statisk ubestemte systemer i:

1. Ydre statisk ubestemte systemer.
2. Indre statisk ubestemte systemer.

Videre kan et system være én eller flere ganger statisk ubestemt.

Hvilken grad av ubestemthet der foreligger, lar sig for den første art ubestemthet avgjøre, idet man gaar ut fra den enkle bjelke paa to oplagere, ett fast og ett bevægelig.

Det bevægelige oplager yder kun motstand i én retning, hvorfor dette vælges som enhet. Det faste oplager er jevngodt med to bevægelige, representerer saaledes to ubekjendte (fig. 52), mens en ind-

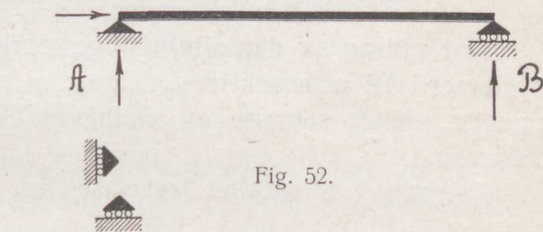


Fig. 52.

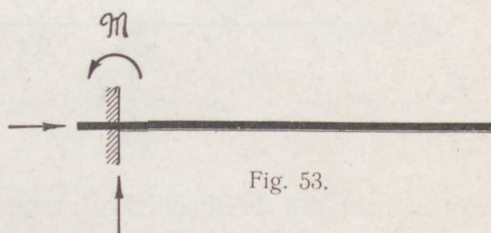


Fig. 53.

spænding frembyr tre ubekjendte (fig. 53). Tre ubekjendte oplagerkræfter lar sig bestemme ved hjælp av de forhaandenværende like-

\* En sammenligning mellem det retlinjede forløp og parabelforløpet findes i en avhandling av professor A. Ostfeld i Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure Bd. XXXXII S. 1462—1470.

Om knækning se forøvrig avhandling av direktør O. Carlsen i Tekn. Ukeblad 1909 samt forfatterens artikel sammesteds.

vegtsbetingelser. Har saaledes det betræffende system 1, 2, 3, o. s. v. flere ubekjendte oplagerkræfter end tallet 3, saa foreligger 1, 2, 3 o. s. v. ganger „ydre statisk ubestemthet“.

Graden av „indre statisk ubestemthet“ ved det plane fagverk lar sig med lethed bestemme paa følgende maate.

Skal de ubekjendte størrelser i et fagverk bestemmes, maa der kunne opstilles like mange ligninger som der forefindes ubekjendte. I et fagverk betegner  $s$  antallet av de stangkræfter som skal bestemmes, samtidig som der efter det foregaaende lot sig bestemme tre oplagerkræfter ved hjælp av de vanlige likevegtsbetingelser.

Betegner videre  $k$  antallet knutepunkter, saa blir antallet mulige likevegtsbetingelser  $= 2k$ , idet der (under forudsætning av charnier i knutepunktene) for hvert knutepunkt ved hjælp av projektionssatsen lar sig opstille to likevegtsbetingelser.

Man faar altsaa:  $s + 3 \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 2k$  statisk ubestemt  
statisk bestemt  
ubrukkelig

Eller ligningen opstillet utelukkende m. h. t. den statiske ubestemthetsgrad:

$$\text{Ubestemthetsgraden} = s + 3 - 2k$$

**Kort utdrag av den almindelige teori for statisk ubestemte systemer.** Til undersøkelse foreligger en bærebjelke paa tre støttepunkter. Antal, størrelse og retning av de angripende kræfter er vilkaarlig.

Systemet er en regelret fagverksbjelke, saaledes sammensat av

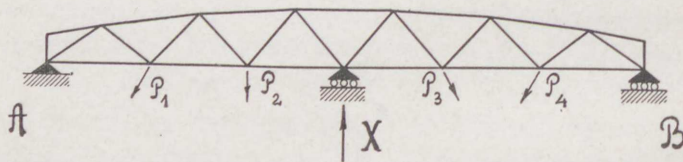


Fig. 54.

triangler at man ved de almindelige momentsnit stadig overskjærer kun tre stænger. Alle stangkræfter lar sig saaledes bestemme paa almindelig maate, saasnt oplagerkræfterne er kjendt. Av disse sidste er der én oplagerenhet for meget, og systemet er følgelig én gang statisk ubestemt.

Vælger man den midtre oplagerkraft  $X$  som den statisk ubestemte størrelse, saa er det dermed i det mindste mulig at finde samtlige øvrige ubekjendte størrelser som en funktion av  $X$ .

Ved ethvert fagverk kan man opdele de angripende kræfter i

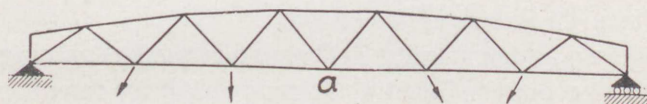
grupper, finde disse enkelte kraftgrubbers indvirkning paa systemet og saa summere disse enkeltvirkninger, og man har samtlige kraftgrubbers totalindvirkning paa systemet.

Ser man saaledes forelobig bort fra den ubestemt storrelse  $X$ , saa gaar systemet over i et statisk bestemt fagverk, nemlig den enkle bjelke paa to oplager med belastningene  $P$ . Dette system er almindelig kaldt „det statisk bestemte hovedsystem“.

Ved enhver statisk ubestemt opgave har man først at se sig om efter et bekvemt statisk bestemt hovedsystem. Om man vælger den enkle bjelke, 3-charnierbuen eller andre systemer, er likegyldig for princippet for opgavens løsning; men et uheldig valg kan volde unødigt bryderi m. h. t. regnearbeidet.

Det valgte statisk bestemte hovedsystem er i foreliggende tilfælde vist i fig. 55.

De enkelte stangkrafter lar sig med lethed bestemme ved et

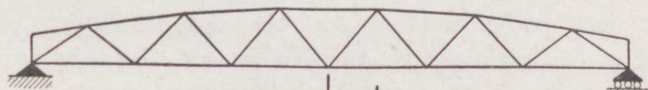


Statisk bestemte hovedsystem

Fig. 55.

Cremonas kraftplan, og man finder stangkrafterne  $S_0$  direkte i form av talværdier. Likeledes kan man finde nedbøiningen av punktet  $a$  (angrepspunktet for oplagerkraften  $X$ ). Nedbøiningen for denne tilstand kaldes  $\delta_{a0}$  og findes f. eks. ved hjælp av et forskyvningsplan efter Williot eller ved hjælp av de Müller-Breslauske „elastiske vegter“ eller endelig andre tilnærmede metoder.

Fjerner man nu fra hovedsystemet alle laster  $P$  og anbringer i punktet  $a$  en last  $= -1^t$ , saa har man den anordning av systemet



Tilstand  $X-1$

Fig. 56.

som almindeligvis i korthet betegnes med „tilstand  $X = -1$ “ (fig. 56). Tegnet minus angir at lasten  $1^t$  skal anbringes i motsat retning av den antagne oplagerkraft  $X$ .

Atter tegnes et Cremona-plan for stangkræfterne, samtidig som nedbøiningen findes. Stangkræfterne for denne tilstand betegnes med  $S'$  og nedbøiningen av punktet a med  $\delta'_a$ .

Dermed er enkeltvirkningene for kraftgrupperingen fundet, og man har bare at foreta den algebraiske summering. Da nu  $S'$ -værdiene var fundet for tilstanden  $X = -1$ , saa er det klart at de endelige stangkræfter findes av ligningen:

$$1) S = S_o - S'X$$

Videre har man betingelsen at den virkelige nedbøining av punktet a skal være = 0, hvilket gir følgende ligning (Elasticitetsligning):

$$2) \delta_{ao} - \delta'_a \cdot X = 0, \text{ eller}$$

$$3) X = \frac{\delta_{ao}}{\delta'_a}$$

Sættes denne værdi ind i den tidligere fundne funktionsligning for X:

$$S = S_o - S'X$$

saa har man de virkelige stangkræfter.

Antagelsen at den virkelige nedbøining av punktet a skal være = 0, beror paa den omstændighet at oplagerpunktet for den almindelige praksis som regel er at betragte som uforskyvelig. Skulde tilfældet ligge saa, at oplagerpunktet uvægerlig maatte gi efter, saa gaar ligning 2) for bestemmelsen av X over i:

$$4) \delta_{ao} - \delta'_a \cdot X = \delta_1$$

hvor  $\delta_1$  = oplagerforskyvningen, en størrelse som da blir at bestemme enten ved hjælp av tilnærmet antagelse eller ved direkte iagttagelse.

At oplagerkræfterne blir at bestemme paa samme maate som stangkræfterne, er selvsagt:

$$5) A = A_o - A'X$$

$$6) B = B_o - B'X$$

Vælges den her antydede vei til opgavens løsning, saa fordres, som nævnt, en undersøkelse av bjelkens elastiske nedbøining.

Gaar man imidlertid ut fra den bekjendte sætning:

„Ved et elastisk system som befinner sig i likevegt, er summen av det ydre arbeide lik summen av det indre arbeide,“ saa er en omformning av den anvendte elasticitetsligning (ligning 2)) mulig.

Herved forstaaes ved en krafts arbeide produktet „Kraft · veilængde“, idet veilængde forklares som forskyvningens projektion paa kraftretningen.

Ovenstaaende sætning uttrykt i ligningsform lyder:

$$7) \sum P \cdot \delta = \sum S \cdot \Delta s$$

Denne ligning kommer til stadig anvendelse under behandlingen av statisk ubestemte systemer, og kaldes kort „arbeidsligningen“.

For  $\Delta s$  kjendes fra fasthetslæren med utspring fra Hookes lov følgende erfaringsuttrykk:

$$8) \Delta s = \frac{S \cdot s}{E \cdot F}$$

hvor  $\Delta s$  = stangens forlængelse resp. forkortelse  $S$  = stangkraften,  $s$  = stanglængden (systemlængde)  $E$  = elasticitetsmodulen og  $F$  = stangtversnittet. Vil man ta hensyn til temperaturforandringen, saa lyder ovenstaaende erfaringsuttrykk:

$$9) \Delta s = \frac{S \cdot s}{E \cdot F} + \varepsilon \cdot t \cdot s$$

hvor  $\varepsilon$  = det til en temperaturforhøielse av  $1^\circ \text{C}$  svarende forskyvningsforhold  $\frac{\Delta s}{s}$ , og  $t$  = temperaturforhøielsen.

For sveisjern er:  $E = 2\,000\,000 \text{ kg./cm.}^2$

$$\varepsilon = 0,0000121$$

For flussjern er:  $E = 2\,150\,000 \text{ kg./cm.}^2$

$$\varepsilon = 0,000018$$

Av ligning 1) og 8) faar man:

$$10) \Delta s = S_0 \frac{s}{E \cdot F} - S'X \frac{s}{E \cdot F}$$

Skriver man nu arbeidsligningen for belastningstilstanden „ $X = -1$ “ og den virkelige forskyvningstilstand, saa faar man:

$$1 \cdot \delta_a = \sum S' \cdot \Delta s^*$$

For betingelsen  $\delta_a = 0$  gaar ligningen over i

$$0 = \sum S' \cdot \Delta s$$

og med den i ligning 10) utviklede værdi for  $\Delta s$  faar man:

$$0 = \sum S' \left( S_0 \frac{s}{E \cdot F} - S'X \frac{s}{E \cdot F} \right)$$

$$0 = \sum S_0 S' \frac{s}{E \cdot F} - \sum X S'^2 \frac{s}{E \cdot F}$$

$$0 = \sum S_0 S' \frac{s}{E \cdot F} - X \sum S'^2 \frac{s}{E \cdot F}$$

Man finder saaledes uttrykket for den statisk ubestemte størrelse  $X$  i følgende form:

$$X = \frac{\sum S_0 S' \frac{s}{E \cdot F}}{\sum S'^2 \frac{s}{E \cdot F}}$$

\* Efter princippet om de virtuelle forskyvninger:

„Ved forhaandenværende likevegt er summen av de ydre og indre kræfters arbeider ved fuldständig vilkaarlige forskyvninger av angrepspunktene lik nul.“



Endelig er E konstant for ett og samme material og kan bortfalde av ligningen:

$$11) X = \frac{\sum S_0 S' \frac{s}{F}}{\sum S'^2 \frac{s}{F}}$$

Av ligning 1) findes saa atter de virkelige stangkræfter.

Baade for bestemmelsen av den elastiske nedbøining og for gjennemførelsen av den sidst anførte utvikling har man, som det sees, bruk for de enkelte stengers tversnit. Man har saaledes endnu før fuldendelsen av opgavens løsning i virkeligheten allerede bruk for dens enderesultat.

Her maa man da ta sin tilflugt til antagelser, som man slutter sig til paa grund av tidligere utførelser av lignende bygverker, eller man maa, om saadanne ikke forefindes, ved overslagsberegninger foreløbig bestemme de enkelte tversnit.

Altsaa først dimensioneres bjelkesystemet efter et skjøn; med denne dimensionering som grundlag gjennemføres nu foranstaaende beregning. Stemmer saa de derved vundne resultater nogenlunde med de benyttede antagelser, saa kan man dermed stille sig tilfreds. Er uoverensstemmelsen stor, maa undersøkelsen gjentages, idet man ændrer de første antagelser overensstemmende med de erfaringer som man har vundet av den sidst gjennemførte beregning.

Da imidlertid alle statisk ubestemte opgaver fører til et temmelig vidtgaende regnearbeide, er det naturligvis gunstig tidligst mulig at kunne avslutte en beregning, som maatte føre galt avsted; det kan derfor være fornuftig ikke at gjøre antagelser for tversnittene selv, men for den statisk ubestemte størrelse X, og saa paa grund av denne antagelse efter ligning 1):

$$S = S_0 - S'X$$

at finde de foreløbige stangkræfter, hvorefter overslaget for tversnitsantagelserne gjøres. En eventl. galt visende beregning kan paa den maate avsluttes straks efter bestemmelsen av X, uten at man først behøver at foreta den meget tidsspildende „nøiagtigere“ tversnitsbestemmelse.

Det bemerkes at mindre avvikelser mellem de antagne og de virkelige størrelser er uten betydning; ti som det sees av ligning 11, kommer ikke de egentlige tversnit selv, men kun deres gjensidige forhold i betragtning.

Hittil er kun den enkelt statisk ubestemte opgave løst; da imidlertid tankegangen ved løsningen av 2 eller flere ganger statisk ubestemte opgaver er ganske den samme som den hittil fremførte,

synes det tilstrækkelig kun kort at behandle den almindelige regningsgang ved opgavens løsning.

### Oplageranordning.

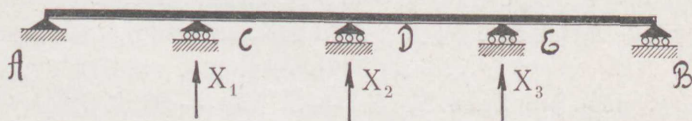


Fig. 57.

En fagverksbjelke med oplageranordning efter fig. 57 og iøvrigt av helt vilkaarlig form, kun med den forudsætning at bjelkens indre opbygning ikke frembyr nogensomhelst slags statisk ubestemthet, foreligger til undersøkelse. Som det sees av fig. 57, er bjelken 3 ganger ydre statisk ubestemt.

Som statisk ubestemte størrelser vælges de tre midtre oplagerkræfter  $X_1$ ;  $X_2$  og  $X_3$ . Det statisk bestemte hovedsystem er den enkle bjelke AB. Ut fra dette dannes saa efter hinanden de forskjellige krafttilstande: „ $X = 0$ “; „ $X_1 = -1$ “; „ $X_2 = -1$ “ og „ $X_3 = -1$ “.

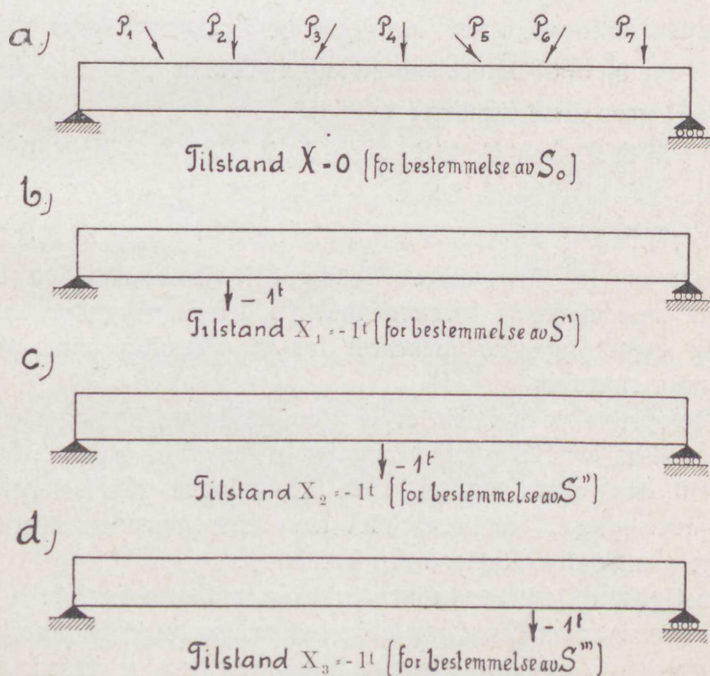


Fig. 58 a, b, c og d.

Av disse fire forskjellige kraftgrupperinger eller belastnings-tilfælder bestemmer man, som i fig. 58 a—d antydet, stangkræfterne  $S_0$ ;  $S'$ ;  $S''$  og  $S'''$ .

Paa grund av den tilladelige summering av kraftgruppernes enkeltvirkninger findes nu de virkelige stangkræfter  $S$  som lineær funktion av størrelserne  $P$ ;  $X_1$ ;  $X_2$  og  $X_3$  under følgende ligningsform:

$$12) S = S_0 - S' \cdot X_1 - S'' \cdot X_2 - S''' X_3.$$

Saasnaart nu de statistisk ubestemte størrelser er fundet, kan man ved hjælp av denne ligning finde de virkelige stangkræfter.

Til bestemmelsen av  $X$  anvender man den tidligere anførte arbejdslikning (likning 7).

$$\sum P \cdot \delta = \sum S \cdot \Delta s$$

Skriver man denne ligning op for hvert av de anførte belastnings-tilfælder  $X_1 = -1$ ;  $X_2 = -1$  og  $X_3 = -1$  og hver gang anvendt paa den virkelige forskyvningstilstand, saa faar man:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I: } 1 \cdot \delta_1^C = \sum S' \Delta s \\ \text{II: } 1 \cdot \delta_1^D = \sum S'' \Delta s \\ \text{III: } 1 \cdot \delta_1^E = \sum S''' \Delta s \end{array} \right\} \text{arbejds-} \\ \text{likninger.}$$

Under forudsætning av uforskyvelige oplagere (altsaa  $\delta_1^C = 0$ ;  $\delta_1^D = 0$  og  $\delta_1^E = 0$ ) samt indsætning i likning 12), av værdien  $\Delta s = \frac{Ss}{EF}$  gaar disse ligninger over i:

$$\begin{array}{l} \text{I: } 0 = \sum S_0 S' \frac{s}{EF} - X_1 \sum S'^2 \frac{s}{EF} - X_2 \sum S' S'' \frac{s}{EF} - X_3 \sum S' S''' \frac{s}{EF} \\ \text{II: } 0 = \sum S_0 S'' \frac{s}{EF} - X_1 \sum S' S'' \frac{s}{EF} - X_2 \sum S''^2 \frac{s}{EF} - X_3 \sum S'' S''' \frac{s}{EF} \\ \text{III: } 0 = \sum S_0 S''' \frac{s}{EF} - X_1 \sum S' S''' \frac{s}{EF} - X_2 \sum S'' S''' \frac{s}{EF} - X_3 \sum S'''^2 \frac{s}{EF} \end{array}$$

Dette er de „Maxwelske“ ligninger i sin almindelige form. Lægger man merke til lovmæssigheden i deres opbygning, saa lar de sig opstille ganske mekanisk for et vilkaarlig antal statistisk ubestemte størrelser.

I de opstillede tre ligninger er der tre ubekjendte; ligningssystemet lar sig altsaa løse. Elasticitetsmodulen er for ett og samme material konstant, kan altsaa strykes. Hele beregningen utføres lettest og mest oversigtlig i tabelform, idet man efter hinanden utfører de enkelte stangkraftprodukter samt brøken  $\frac{s}{F}$ .

**Castiglianos læresætning.** Endelig skal som avslutning paa denne oversigt over den almindelige behandling av statistisk ubestemte opgaver den Castiglianske læresætning om et systems deformationsarbeide i korthet gjengives.

Den oftere benyttede arbeidsligning uttrykker at det ydre arbeide maa være lik det indre arbeide

$$\Sigma P \cdot \delta = \Sigma S \cdot \Delta s$$

For at opnaa likevegt maa man antage, at saavel de ydre som de indre kræfter litt efter litt maa vokse fra værdien nul til den virkelige endeværdi, likesaa de tilhørende stangforlængelser og nedbøiningen i kraftens angrepspunkt.

I arbeidsligningen angir leddet  $\Sigma S \cdot \Delta s$  det indre arbeide, som under de nævnte forudsætninger opnaar en viss bestemt størrelse (det av bjelkesystemet virkelig forrettede indre arbeide  $A_v$ ).

For én stangs vedkommende findes:

$$A_v = \int S \cdot d \Delta s$$

variabel

$$\text{Nu er } \Delta s = \frac{S \cdot s}{E \cdot F} \text{ altsaa:}$$

$$A_v = \frac{s}{EF} \int_0^S S dS = \frac{S^2 \cdot s}{2 EF}$$

og for det hele system faar man:

$$13) A_v = \Sigma \frac{S^2 \cdot s}{2 EF} = \frac{1}{2} \Sigma S \cdot \Delta s.$$

Dette gir efter den opstillede arbeidsligning for det virkelig forrettede ydre arbeide følgelig værdien  $\frac{1}{2} \Sigma P \cdot \delta$  (Clappeyronske lov).

Diagrammet for arbeidsstørrelsen er saaledes et triangel med grundlinje =  $\Delta s$  og høide =  $S$ .

Dette var uten hensyn til temperaturens indvirkning paa systemet. Tages hensyn hertil, saa er:

$$\Delta s = \frac{S \cdot s}{EF} + \epsilon \cdot t \cdot s$$

og det forrettede arbeide:

$$14) A = \Sigma \frac{S^2 \cdot s}{2 EF} + \Sigma \epsilon \cdot t \cdot S \cdot s$$

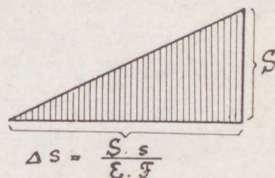


Fig. 59.

Indsættes i arbeidsligningen  $A_v = \Sigma \frac{S^2 \cdot s}{2 EF}$  værdien for  $S$  efter ligning 1)  $S = S_0 - S' X$ , saa fremstilles arbeidet  $A_v$  derved som funktion av den statisk ubestemte størrelse.

For det enkelt ubestemte system faar man da:

$$A_v = \Sigma \frac{s}{2 EF} (S_0 - S' X_1)^2$$

$$15) A_v = \Sigma \frac{s}{2 EF} (S_0^2 - 2 S_0 S' X_1 + S'^2 X_1^2)$$

Deriveres  $A_v$  partielt m. h. p.  $X$ , saa faar man:

$$\frac{\partial A_v}{\partial X_1} = \Sigma \frac{S' \cdot s}{EF} (S' X_1 - S_0)$$

Nu er imidlertid  $(S' X_1 - S_0) = -S$

$$\text{altsaa: } \frac{\partial A_v}{\partial X_1} = -\sum S' \frac{S s}{E F} = -\sum S' \Delta s$$

For krafttilstanden  $X_1 = -1$  og den virkelige forskyvningstilstand samt uforskyvelige oplåger var:

$$\sum S' \cdot \Delta s = 1 \cdot \delta = 0$$

$$\text{altsaa 16) } \frac{\partial A_v}{\partial X_1} = 0 \text{ (Castiglianos lov)}$$

Hvorvidt maksimum eller minimum foreligger, avgjøres av den andenderiverte.

$$\frac{\partial^2 A_v}{\partial X_1^2} = \sum \frac{S'^2 s}{E F} \text{ (positiv)}$$

For flere ganger statisk ubestemte systemer naar man samme resultat ved anvendelse av partiellerivation av arbeidsuttrykket m. h. p. de variable X.

Denne av Castigliano først beviste lov uttaler altsaa:

„De ubestemte størrelser  $X_1; X_2; X_3$  o. s. v. maa gjøre arbeidet  $A = \frac{S^2 \cdot s}{2 E F}$  til et minimum“.

Under utviklingen av arbeidsuttrykket

$$A = \sum \frac{P \delta}{2} = \sum \frac{S^2 \cdot s}{2 E F}$$

er hittil under P stadig forstaat værdien av en enkeltlast. Betrakter man imidlertid som lastgruppe et kraftpar, saa er det klart at ogsaa dette forretter et visst bestemt arbeide, et bøiningsarbeide  $A_b$ , dette er lik produktet av det paa bjelken virkende moment M og den mellem to paralelle bjelkesnit paa grund av momentet foraarsagede gjensidige dreiningsvinkel  $\varphi$

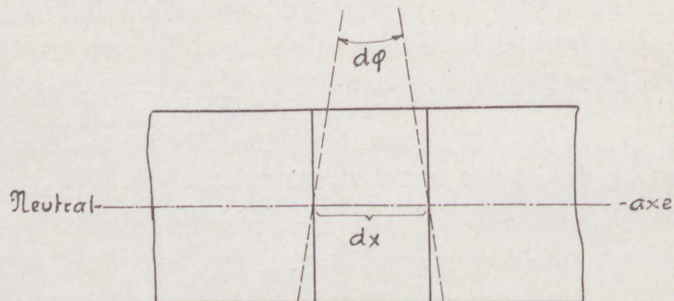


Fig. 60.

Man har:

$$d\varphi = \frac{dx}{\rho}$$

hvor  $\rho$  betegner bjelkens krumningsradius.

Ifølge teorien om bøining er imidlertid:

$$M = \frac{EJ}{\rho}$$

Altsaa: 
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}$$

Dette gir analog med foregaaende utvikling:

$$17) A_b = \int_0^1 \frac{M}{2} d\varphi = \int_0^1 \frac{M}{2\rho} dx = \int_0^1 \frac{M^2}{2EJ} dx$$

Det bemerkes at formelen grunder sig paa den for praksis almindelig brukbare antagelse av konstant trøghetsmoment. Anvendes herpaa den Castigilianske lov om arbeidets minimum, saa faar man ved partiel derivation av arbeidsuttrykket:

$$18) \frac{\partial A}{\partial X} = \int_0^1 \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} dx = 0$$

Hermed er betingelsesligningen i sin enkleste form git for stænger eller bjelker som er utsat for bøining.

Som det sees indeholder ligningen intetsohelst angaaende den sammensatte indvirkning ifølge bøiningsspændinger, heller ikke uttaler ligningen sig angaaende indvirkninger ifølge temperaturdifferense. Da imidlertid stænger paakjendt for bøining i almindelighet har smaa tversnitsstørrelser i forhold til krumningsradien, saa spiller normalspændingene den væsentligste rolle, og foranstaaende ligning blir for almindelig praksis den viktigste, (eventuel med tillæg for temperaturens indvirkning).

Utførlig redegjørelse for disse spørsmål gir Müller-Breslau, professor ved den tekniske høiskole i Charlottenburg (Berlin), i sit arbeide: „Die neuere Methoden der Festigkeitslehre und der Statik der Baukonstruktionen, 1904“.

Saaledes findes her paa side 92 foranstaaende ligning utvidet for saavel langedkraften som for temperaturindvirkningen:

$$19) A = \int \frac{N^2 dx}{2EF} + \int \frac{M^2 dx}{2EJ} + \int \epsilon t N dx$$

Hvilket efter den Castigilianske lov gir følgende betingelsesligning:

$$20) \frac{\partial A}{\partial X} = \int \frac{N}{EF} \frac{\partial N}{\partial X} dx + \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} dx + \int \epsilon t \frac{\partial N}{\partial X} dx = 0$$

Heri betyder N langedkraften og t temperaturforandringen under den antagelse at temperaturforandringen for alle punkter i ett og samme tversnit er like stor (konstant). Videre oppstilles i samme arbeide formelen for vekslende temperaturforandringer, et tilfælde som vel har teoretisk interesse, men som den praktisk arbeidende ingeniør stadig vil se bort fra, først og fremst fordi det hele vil bero paa en temmelig vilkaarlig antagelse, og dernæst fordi regningens resultat kun uvæsentlig vil paavirkes herav.

**Minimumssatsens anvendelse.** Beregningens gang er altid den samme:

Man vælger sig de statisk ubestemte størrelser, stiller ved hjælp af samme den almindelige momentligning op, differentierer partielt m. h. p. de ubestemte og udfører integrationen for de enkelte stanglængder.

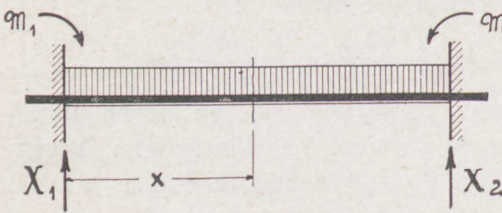


Fig. 61.

En platebærer er jævnt fordelt belastet med  $p$  kg./m. og indspændt i begge ender.

Opgaven er saaledes dobbelt statisk ubestemt. Som ubestemte størrelser vælges  $M_1$  og  $X_1$ .

Den almindelige momentligning lyder:

$$M = X_1 \cdot x - \frac{p x^2}{2} + M_1$$

Differentieres partielt m. h. p.  $X_1$  og  $M_1$ , faaes:

$$\frac{\partial M}{\partial X_1} = x \text{ og } \frac{\partial M}{\partial M_1} = +1$$

Opstilles herfor den almindelige betingelsesligning efter 18), faaes følgende to ligninger:

$$\text{I. } \frac{1}{EJ} \int_0^l M \frac{\partial M}{\partial X_1} dx = 0$$

$$\text{II. } \frac{1}{EJ} \int_0^l M \frac{\partial M}{\partial M_1} dx = 0$$

Under antagelsen af ett og samme material og konstant  $J$  falder brøken  $\frac{1}{EJ}$  for den videre behandling bort. Indsættes nu i I og II de opstillede værdier for  $M$ ,  $\frac{\partial M}{\partial X_1}$  og  $\frac{\partial M}{\partial M_1}$ , faaes:

$$\int_0^l (X_1 x^2 - \frac{p}{2} x^3 + M_1 x) dx = 0 \quad \left| \quad \int_0^l (X_1 x - \frac{p}{2} x^2 + M_1) dx = 0 \right.$$

$$X_1 \frac{l^3}{3} - \frac{p}{8} l^4 + M_1 \frac{l^2}{2} = 0 \quad \left| \quad X_1 \frac{l^2}{2} - \frac{p}{6} l^3 + M_1 l = 0 \right.$$

$$\text{I. } 8 X_1 l^3 - 3 p l^4 + 12 M_1 l^2 = 0 \quad | \quad 2$$

$$\text{II. } 12 X_1 l^2 - 4 p l^3 + 24 M_1 l = 0 \quad | \quad 1$$

$$\text{I. } 16 X_1 l^3 - 6 p l^4 + 24 M_1 l^2 = 0$$

$$\text{II. } -12 X_1 l^3 \mp 4 p l^4 \pm 24 M_1 l^2 = 0$$

$$4 X_1 l^3 = 2 p l^4$$

$$X_1 = \frac{p l}{2}$$

Indsættes derpaa  $X_1$  f. eks. i den integrerte ligning I, faaes:

$$M_1 = \frac{-8 p l^4 + 6 p l^4}{24 l^2} = -\frac{p l^2}{12}$$

Indsættes nu endelig de her fundne værdier for  $X_1$  og  $M_1$  i den almindelige momentligning, saa faar man ligningen for momentet  $M$  i den vilkaarlige afstand  $x$  fra indspændingsstedet:

$$M = \frac{p l}{2} x - \frac{p x^2}{2} - \frac{p l^2}{12}$$

for  $x = \frac{1}{2}$ , faaes:  $M = +\frac{p l^2}{24}$

„  $x = 1$ , „  $M_2 = -\frac{p l^2}{12}$

Det viser sig:

$$M_1 = M_2 = M_{\min} \text{ (farligste bjelketversnit).}$$

Et kranstillas er projektert med stive hjørneforbindelser C og D og er ved charnierer oplagret i fotpunktene A og B (Fig. 62).

Der spørges om bevægelige lasters indflydelse paa systemet. Systemet er én gang statisk ubestemt. Som statisk ubestemt størrelse vælges den horisontale oplagerkraft  $X$  i fotcharniet, da er for en enkeltlast  $P$ , efter Müller-Breslau (Neuere Methoden d. F. lehre, dritte Auflage 1904. Side 115) under anvendelse av betingelsesligning 20), naar bortsees fra temperaturens indflydelse.

$$X = \frac{\int_0^1 M_0 dx}{h l \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{J_1}{J_2} \cdot \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{h}{l} + \frac{J_1}{F h^2} \right]}$$

Her betyder  $\int_0^1 M_0 dx$  indholdet av momentflaten  $C'LD'$  for den enkle bjelke  $CD$  efter fig. 62 a lik et triangel med høide  $\frac{P a b}{l}$

$$\text{Altsaa: } \int_0^1 M_0 dx = \frac{P a b}{2}$$

Videre er  $J_1$  og  $J_2$  træghetsmoment for stangen  $CD$  resp.  $AC$  og  $BD$ ;  $E_1$  og  $E_2$  de tilhørende elasticitetsmoduler, (de er, forforutsatt ett og samme material, uten indflydelse paa størrelsen  $X$ ) og endelig  $F$  lik det konstante tversnit av stangen  $CD$ . Som regel er imidlertid konstruktionsdimensionene slik at leddet  $\frac{J_1}{F h^2}$  blir uten praktisk betydning; om det skal medtages eller ikke i den efterfølgende regning, blir naturligvis en skjønssak i hvert enkelt tilfælde. Bortsees for nærværende fra dette og vælges foreløbig forholdet  $\frac{J_1}{J_2} = \frac{2}{3}$ , saa gaar ligningen for  $X$  over i:



$$X = \frac{1 \frac{a b}{2}}{h l \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \frac{h}{l}\right)}$$

Man kan nu ved at opdele bjelken i et visst antal like store dele efter denne ligning finde det linjeforløp som for lastenheden angir den statisk ubestemte størrelses variation m. h. t. de valgte delepunkter paa lastbjelken, d. v. s. influenslinjen for den statisk ubestemte størrelse.

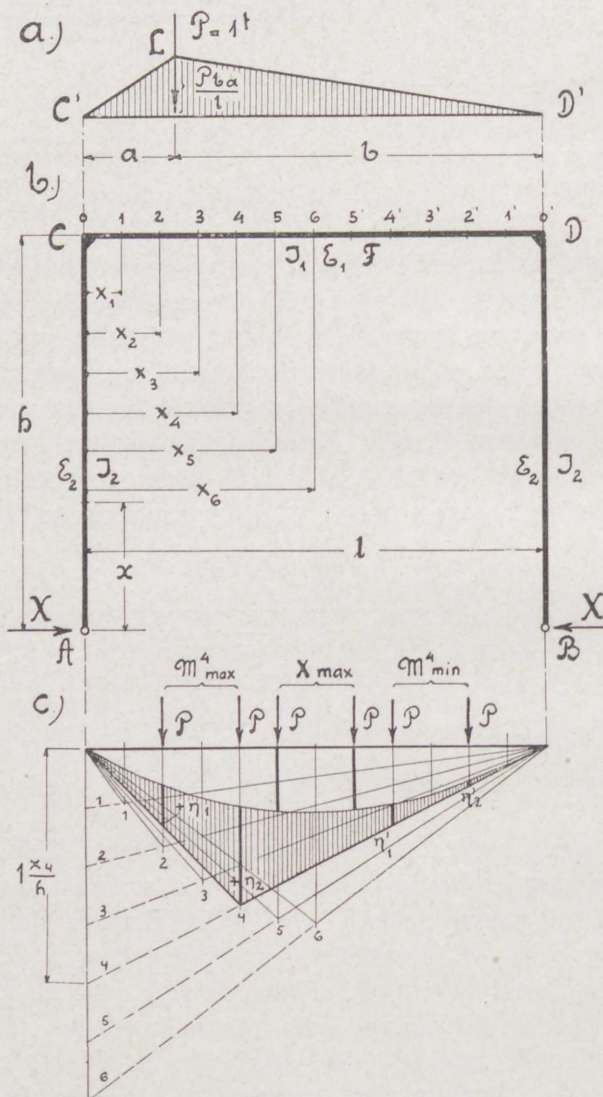


Fig. 62 a, b og c.

Man har kun efter fig. 62 c i delepunktene at avsætte lodret nedad de tilsvarende værdier av  $X$  som ordinator og at forbinde deres endepunkter med et polygonalt drag eller nøiagtigere med en kontinuerlig kurve, som da fremstiller den søkte  $X$ -linje.

Merker man sig videre at  $M_0$  var momentet for den enkle bjelke  $CD$  uten stive oplagerpunkter, saa er momentet for samme med stive hjørner

$$M = M_0 - Xh = \left( \frac{M_0}{h} - X \right) \cdot h$$

Man har altsaa efter ovenstaaende ligning kun at optegne  $\frac{M_0}{h}$ -linjerne for bjelken  $CD$  betragtet som en almindelig bjelke paa to oplager og at bringe den tidligere fundne  $X$ -linje i fradrag. Herved blir naturligvis  $h$  at betragte som en multiplikator for den resulterende  $M$ -flate.

## § 6.

### Svingkraner.

**Almindelig anordning.** Disse kraner bestaar av en utligger, som alt efter den valgte anordning kan svinges enten fuldt om  $360^\circ$ , saaledes at arbeidsfeltet ligger i en sirkelperiferi, eller svingningen foregaar kun om et visst antal grader  $< 360^\circ$ . Modificeres disse to anordninger saaledes at ogsaa utladningen vilkaarlig kan forandres, saa opnaaes et arbeidsfelt i form av en sirkel- eller sektorflate. Den foranderlige utladning opnaaes ved at hæve eller sænke utliggeren, ved anvendelse av en løpevojn eller endelig ved at stille selve kranen paa en liten vogn.

Den svingende bevægelse opnaaes ved anvendelse av en fast søile, hvortil utliggeren er lagret ved et øvre halslager og et undre rullelager, eller man anvender en om et øvre hals- og et undre taplager svingbar søile, hvormed utliggeren da er fast forbundet eller som før nævnt kun bevægelig i vertikalplanet. Sluttelig kan samme bevægelse opnaaes ved at stille kranen paa en dreieskive, svingbar ved hjelp av vekselvis anbragte vertikale og horisontale ruller.

Svingkraner anvendes som magasin- eller verkstedskraner, idet oplagringen da som regel sker til bygningens gulv eller væg, eller som kaikraner, hvorved anvendes enten en fritstaaende søile, fundamentert paa kailegemet, eller søilen lagres i et særskilt oppbygget taarnlignende fagverksstillas.

**Fairbairnkraner.** Tidligere anvendtes ofte de saakaldte Fairbairnkraner eller skaktkraner, idet kransøilen efter fig. 63 lagredes i en i kailegemet utmuret skakt. For selve søyledimensionene er denne anordning fordelagtig; men den fordrer omfattende, kostbare fundamenteringer, samtidig som tilgangen til det i skaktens bund liggende spor eller taplager er meget omstændelig. Av disse grunde er man i den senere tid kommet mer og mer bort fra denne anordning.

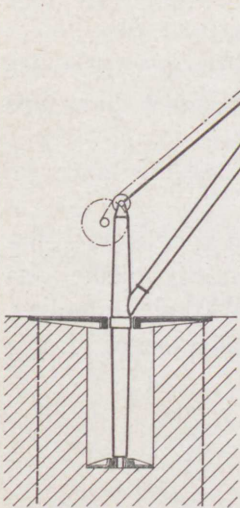


Fig. 63.

**Svingkraner med bevægelig søile.** Bestaar hele kranen som i fig. 64 av kun faa stænger, foretages regningen bedst analytisk.

Betegnelser:  $Q$  = last i kg.;  $K$  = stræk i lastkjettingen;  $G$  = egenvegt av den hele kran med talje og lastkjetting,  $g_1$  = egenvegt av utliggeren og  $g_2$  = egenvegt av strækstangen.

„Den horisontale hals- eller tapreaktion  $P$ “:

$$1) P = \frac{Ql + Gx}{h}$$

„Den vertikale tapreaktion  $A$ “:

$$2) A = Q + G$$

„Kraften i strækstangen  $Z$ “:

Tænker man sig kjetting og strækstang gjennemskaaret, saa er de i fig. 65 anbragte kræfter  $K$  og  $Z$  nødvendige for at forhindre utliggerens svingning om punkt  $D$ .

Følgende momentligning lar sig altsaa opstille:

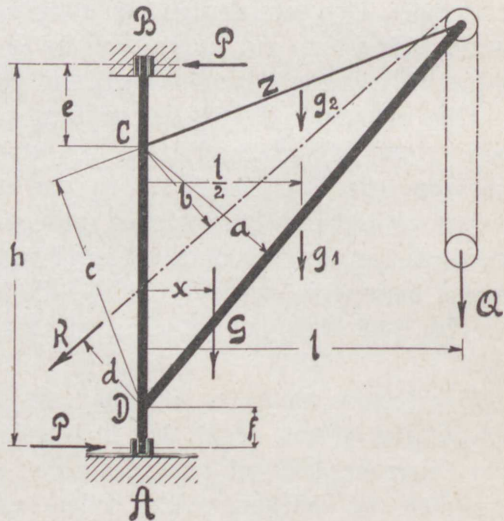


Fig. 64.

$$Ql + (g_1 + g_2) \frac{l}{2} - Zc - K \cdot d = 0$$

$$3) \quad Z = \frac{Ql + (g_1 + g_2) \frac{l}{2} - K \cdot d}{c}$$

Da K alt efter ophængningens anordning paa forhaand er kjendt, saa optræder her Z som den eneste ubekjendte størrelse, saaledes at ligningen éntydig lar sig løse.

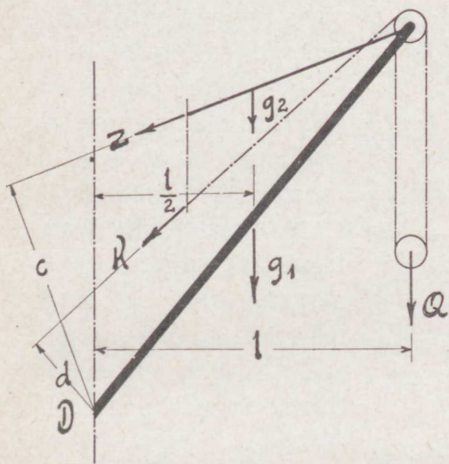


Fig. 65.

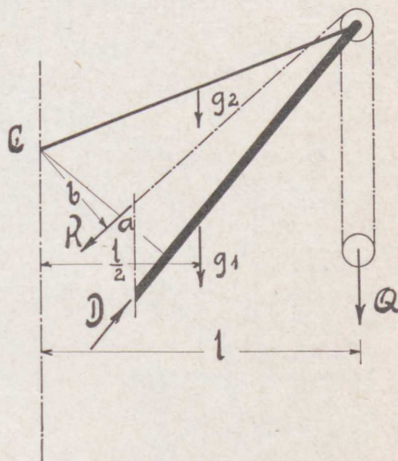


Fig. 66.

„Trykkraften i utliggeren D“: Snittet lægges gennem lastkjettingen og utliggeren, og punkt C vælges som momentpunkt, da lar sig efter fig. 66 følgende momentligning opstille:

$$Ql + (g_1 + g_2) \frac{l}{2} + K \cdot b - D \cdot a = 0$$

$$4) \quad D = \frac{Ql + (g_1 + g_2) \frac{l}{2} + K \cdot b}{a}$$

For denne trykkraft maa utliggeren beregnes saavel mot direkte flatetryk som mot knækning.

„Kransøilen“: Denne paakjendes i de farligste tværsnit C og D henholdsvis av bøjningsmomenterne P · e og P · f. Indsættes den tidligere fundne værdi av den horisontale oplagerkraft P, saa findes følgende bøjningsmomenter:

$$5) \quad \begin{aligned} \text{I punkt C: } M_C &= \frac{Ql + Gx}{h} \cdot e \\ \text{— — — D: } M_D &= \frac{Ql + Gx}{h} \cdot f \end{aligned}$$

Desforuten faar søiledelen A D det direkte flatetryk  $(Q + G)$ .

Alt efter momenternes størrelse har man altsaa at dimensionere søilen efter formlene:

$$7) \sigma = \frac{M_C}{W} \leq \text{tilladelige } \sigma_{\max}$$

$$8) \sigma = \frac{M_D}{W} + \frac{Q + G}{F} \leq \text{tilladelige } \sigma_{\max}$$

Som tværseksdimensioner vælges for strækstangen rundt- eller flatt-

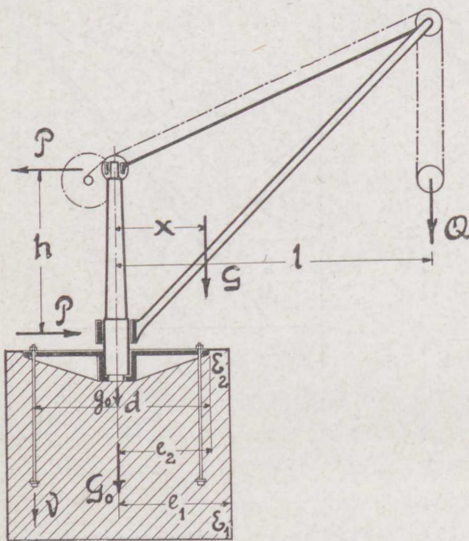


Fig. 67.

Som dimension vælges ofte et støpejerns rørtværsnit med  $W = \frac{\pi}{32} \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$

Man har da:

$$\frac{M_b}{W} + \frac{Q + G}{F} = \sigma_{\text{till.}}$$

$$10) Ql + Gx = \left( \sigma_{\text{till.}} - \frac{Q + G}{F} \right) \cdot \frac{\pi}{32} \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$$

Vælger man her  $d = 0,5 D$  og indsætter denne værdi i ligning 10), saa fremstaar denne i form av en 3die gradsligning, som løses hurtigst ved forsøksregning. Som tilladelig bøiningspaakjending vælges  $250 \text{ kg./cm.}^2$  for støpejern, for smijern  $800 \text{ kg./cm.}^2$

„Fundamentet“: Den for stabiliteten nødvendige vegt av

jern, for utliggeren vinkel- eller U-jern og for søilen firkant-, vinkel- eller U-jern, saafremt man ikke ser sig nødsaget til at anvende sammensatte profiler.

**Svingkraner med faststaaende søile.** Lastkjettingen løper  $\neq$  strækstangen Z. Beregningen gennemføres paa samme maate som i foregaaende tilfælde.

Søilens nedre del paa-kjendes av momentet:

9)  $M_b = Ql + Gx = Ph$  samt av det direkte tryk  $(Q + G)$ .



selve fundamentblokken findes av momentligningen for det undre fundamentthjørne  $E_1$ .

$$Q(1 - e_1) - G(e_1 - x) - g_0 e_1 - G_0 e_1 = 0$$

$$11) G_0 = \frac{Q(1 - e_1) - G(e_1 - x) - g_0 e_1}{e_1}$$

Heri betyder  $G_0$  vegten av fundamentblokken og  $g_0$  vegten av fundamentplaten, de øvrige betegnelser fremgaar av fig. 67.

„Strækket  $V$  i ankerbolten“:

Dette findes av momentligningen for punkt  $E_2$ .

$$Vd + g_0 e_2 + G(e_2 - x) - Q(1 - e_2) = 0$$

$$12) V = \frac{Q(1 - e_2) - G(e_2 - x) - g_0 e_2}{d}$$

Ofte erstattes denne krananordning av en bøiet platebærer (fig. 68 og 69).

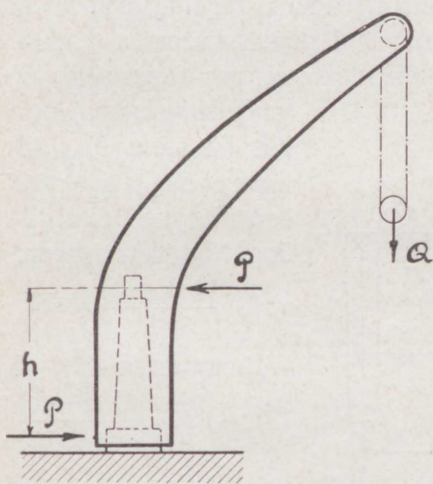


Fig. 68.

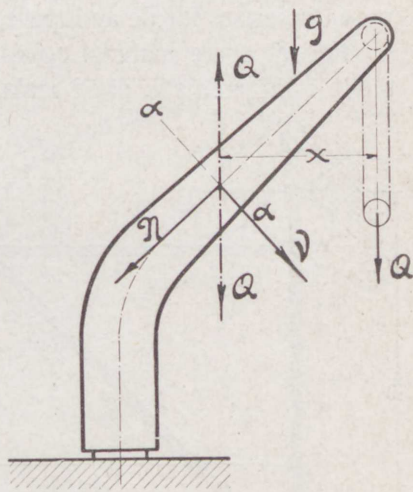


Fig. 69.

Den nøiagtigere beregning herav betinger en teoretisk undersøkelse av de statiske forhold, gjældende for enkelt krummede stænger. Undersøkelser paa dette omraade findes f. eks. gennemført i „Die neuere Methoden der Festigkeitslehre und der Baukonstruktionen“ og i Taschenbuch „Hütte“.

Da imidlertid denne beregningsmaate fører til tungvint og tids-spillende regnearbeide, saa benytter den almindelige praksis sig næsten udelukkende av tilnærmede beregningsmaater under anvendelse av teorien for den rette bjelke.

Den punkterte linje i fig. 69 angir konstruktionens tyngdepunktsakse; i dennes skjæringspunkt med det vilkaarlig valgte snit  $\alpha - \alpha$  anbringes to like store og motsat rettede kræfter  $Q$ . Kraftvirkningen m. h. t. det betræffende snit opløses i momentet  $Q \cdot x$ , længdekraften  $N$  og skjærkraften  $V$ , idet  $N$  og  $V$  findes direkte ved dekomponering av  $Q \mp$  og  $\perp$  snitflaten  $\alpha - \alpha$ . Behandles nu vegten  $g$  av den bjelkedel som ligger til høire for snittet, paa lignende maate, saa kan man ved at undersøke tilstrækkelig mange bjelkesnit foreta dimensioneringen som vanlig for rette bjelkedele.

Som regel vælger man en dobbeltvægget platebærer; imidlertid er der naturligvis intet til hinder for at utføre kranen i fagverk. Isaaftald gjør man rettest i at anvende et Cremona-plan for kraftbestemmelserne.

**Utligger med løpevogn.** Beregningen er fuldstændig at gennemføre slik som hittil vist, kun maa her den horisontale utliggerstang ogsaa beregnes for de av løpevognen fremkaldte bøjningsmomenter.

For at spare material søker man ved skraastræveren at understøtte utliggeren slik at de maksimale momenter paa begge sider av

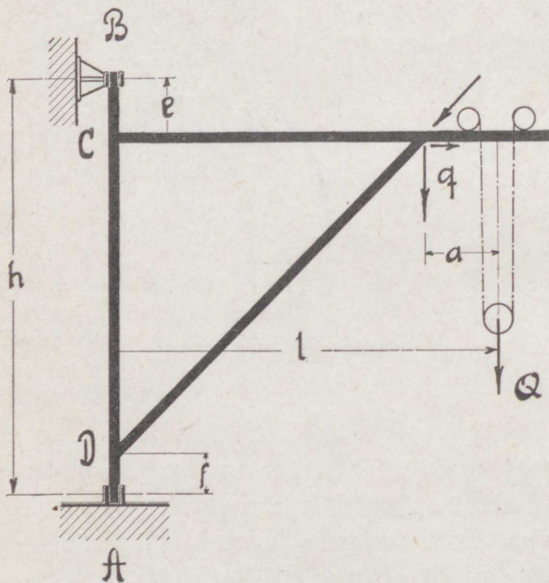


Fig. 70.

understøttelsespunktet blir like store.  $M_{\max}$  til høire er lik  $Q \cdot a$ , naar a betegner ytterste laststilling.  $M_{\max}$  til venstre er:

$$\frac{Q(l-a)}{4}$$

Derav faaes:

$$13) \quad Q a = \frac{Q(l-a)}{4}$$

$$a = \frac{l}{5}$$

Projekteres kranen paa denne maate, blir den horisontale utligger at dimensionere mot bøjning efter et av disse momenter. Tages intet

hensyn til materialbesparelse, men derimot til rumbesparelse under kranen, saa rykker skraastræverens hoved nærmere ind mot søilen, og dimensioneringen mot bøjning foretages efter det absolut største moment  $Q \cdot a$ .

Foruten den saaledes fremkaldte bøjningspaakjending faar utliggeren en aksial strækpaakjending av skraastræverens horisontale kraftkomponent.

*Skraastræveren:* Vælges i fig. 70 C til momentpunkt, saa fremkalder lasten  $Q$  i sin ytterste stilling følgende vertikale belastning  $q$  i skraastræverens hoved.

$$q(l - a) = Q \cdot l$$

$$14) q = \frac{Q l}{l - a}$$

Dekomponeres  $q$  i skraastræverens og den horisontale utliggers retning, saa findes det søkte strævertryk.

For dette tryk maa stangen undersøkes saavel mot direkte flate-tryk som mot knækning. Som dimensioner vælges for middels store laster træ, U-jern eller T-jern, for større laster platebærere.

**Svingkraner paa vogn.** For at opnaa tilstrækkelig stabilitet er en motvegt nødvendig. Der optræder ett stabilitets- og ett veltningmoment; er begge momenter like store, saa er akkurat likevegt forhaanden, den mindste tilfældige lastforøkning eller ensidig virkende belastning vil bevirke en veltning av kranen, hvorfor som sikkerhetsgrad forlanges for store laster 1,5 og for smaa 2.

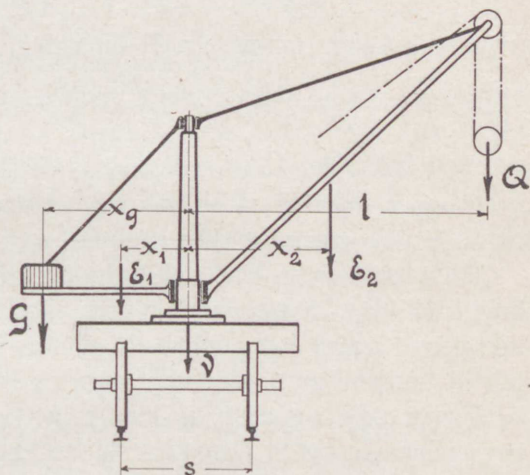


Fig. 71.

Betegner i fig. 71  $Q$  kranlasten,  $E_1$  egenvegten av venstre,  $E_2$  av høire utliggerkonstruktion,  $G$  motvegten og  $V$  vegten av kransøile og vogn, saa har man:

Stabilitetsmoment:

$$M_s = G \left( x_g + \frac{s}{2} \right) + E_1 \left( x_1 + \frac{s}{2} \right) - E_2 \left( x_2 - \frac{s}{2} \right) + V \frac{s}{2}$$

$$\text{Væltningmoment: } M_v = Q \left( 1 - \frac{s}{2} \right)$$



Sættes  $M_s = 1,5$  til  $2 \cdot M_v$ , saa faar man:

$$15) G \left( x_g + \frac{s}{2} \right) + E_1 \left( x_1 + \frac{s}{2} \right) - E_2 \left( x_2 - \frac{s}{2} \right) + V \frac{s}{2} = \\ 1,5 \text{ til } 2 \cdot Q \left( 1 - \frac{s}{2} \right)$$

Herav findes for produktet  $G \left( x_g + \frac{s}{2} \right)$  en bestemt minimumsværdi.

Nu maa imidlertid kranen ogsaa i ubelastet tilstand være stabil med en viss sikkerhet. I almindelighed forlanges fuld stabilitet for en veltningskraft  $= -0,5 Q$ , altsaa rettet opad og angripende i  $Q$ 's retningslinje. Man har saaledes:

$$M_s = E_1 \left( \frac{s}{2} - x_1 \right) + E_2 \left( \frac{s}{2} + x_2 \right) + V \frac{s}{2}$$

$$M_v = G \left( x_g - \frac{s}{2} \right) - 0,5 Q \left( \frac{s}{2} + 1 \right)$$

Sættes begge momenter lik hinanden, faar man:

$$16) G \left( x_g - \frac{s}{2} \right) - 0,5 Q \left( \frac{s}{2} + 1 \right) = E_1 \left( \frac{s}{2} - x_1 \right) + E_2 \left( \frac{s}{2} + x_2 \right) + V \frac{s}{2}$$

og man finder for  $G \left( x_g - \frac{s}{2} \right)$  en bestemt maksimalværdi.

$G$  og  $x_g$  maa altsaa vælges saa, at man forblir mellem de saaledes fundne grænseværdier min.  $G \left( x_g + \frac{s}{2} \right)$  og max.  $G \left( x_g - \frac{s}{2} \right)$ .

Hittil er kranen kun behandlet for veltning tverspaa, det er imidlertid klart, at saasnaart hjulenes akselavstand er  $< s$ , saa træder denne værdi i regningen istedenfor værdien av  $s$ , og kranen blir at beregne mot veltning i vognens længderetning.

For at nøie sig med en mindre motvegt anbringes denne ofte bevægelig. Av og til anvendes skinnetænger for at forhøie stabiliteten, disse kan imidlertid kun anvendes paa steder hvor skinnen ekstra er forankret, hvorfor en saadan anordning synes upraktisk.

**Svingkraner med taarnlignende stillas. Hammerkraner.** Disse anvendes som verft- og kaikraner og er av hensyn til de store laster, for hvilke de som regel er bestemt, i almindelighed faststaaende.

Beregningen av selve utliggeren blir at gennemføre som senere vist for utliggerbroer ved hjælp av Cremonaplan eller analytisk under anvendelse av den Ritterske snitmetode.

Angaaende den ugunstigste laststilling av løpevognen bemerkes, at den sekundære bønings paakjending, fremkaldt i øvre gurt



Sidstnævnte kraftpar motstaaes ved taarnets fot av kraftparret  $V_1 \cdot l$ .

$$20) V_1 = \frac{H_1 (5 \lambda - 3 \lambda)}{l}$$

Som reaktionskraft ifølge de vertikale laster findes pr. bærevæg.

$$21) V_2 = \frac{P + \frac{1}{2} \text{ taarnets egenvegt}}{2}$$

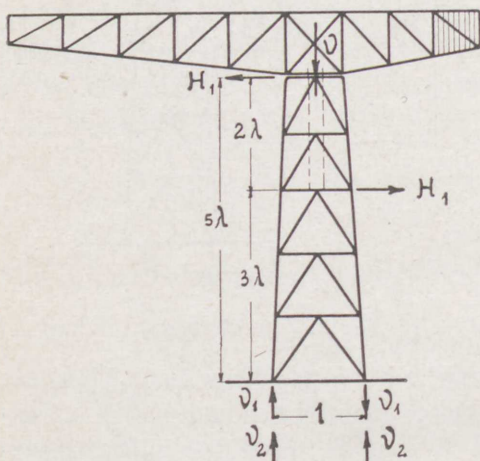


Fig. 73.

Paa samme maate behandles vindkræfterne, idet man til spændingene ifølge vertikale laster tæller vindspændingene for 50 kg. vind pr. m<sup>2</sup> angrepsflade, samtidig som man ogsaa behandler taarnet for storm alene med 200—250 kg. vind pr. m<sup>2</sup> angrepsflade.

Er saaledes samtlige virkende ydre kræfter bestemt, findes stangkræfterne lettest ved anvendelsen av Cremonas kraftplan.

For optegningen av dette adskiller man for oversigtens skyld bedst de enkelte kraftgrupper og tegner for hver enkelt gruppe det tilsvarende Cremonaplan, idet man endelig ved en algebraisk summering av de fundne stangkræfter finder de virkelig optrædende maksimale kræfter, hvorefter dimensioneringen foretages.

Det er klart at en pludselig bremsning av den bevægede masse  $M$  kan bevirke endog betydelige tillægsspændinger, saavel i utliggerens som i taarnets stangverk. Det blir altsaa nødvendig saavidt mulig at klargjøre sig hvilke ydre angrepskræfter en saadan avbremsning kan foraarsake.

„Utliggeren“: Skal kranen i løpet av  $t$  sekunder bringes til stilstand, saa behøves hertil følgende vei (bremseveien).

$$22) s = \frac{v}{2} t$$

hvor  $v$  betegner kranens hastighet pr. sek.

Er videre  $Q$  = lasten,  $G$  = utliggerens egenvegt, reducert til lasten  $Q$ 's angrepspunkt i ytterste løpevognstilling, og  $g$  = tyngde-

kraftens acceleration, saa er kranens arbeidsevne uttrykt i følgende ligning:

$$P_1 s = \frac{M \cdot v^2}{2} = \frac{Q + G'}{g} \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$23) P_1 = \frac{Q + G'}{g} \cdot \frac{v^2}{2s}$$

$P_1$  er altsaa den kraft (virkende horisontalt i utliggerens frie ende) som en eventuel avbremsning vil foraarsake, og hvis statiske moment maa motvirkes av tilsvarende stangmoment, d. v. s. den foraarsaker tillægsspændinger i utliggerens stangverk.

„Taarnet“: Denne kraft  $P_1$  forringes for taarnets vedkommende med bevægelsesmotstanden mellem den skinnestreg som befinder sig paa taarnets hoved og utliggerens løpehjul.

Er  $R$  løpehjulets radius,  $r$  tapradien,  $\mu$  tapfriktionstallet og  $f$  friktionstallet for den rullende bevægelse, saa er bevægelsesmotstanden:

$$24) P_2 = (Q + G') \left( \mu \frac{r}{R} + f \right)$$

Sættes  $\mu = 0,1$  og  $f = 0,05$ , faar man:

$$P_2 = (Q + G') \left( 0,1 \frac{r}{R} + 0,05 \right)$$

Den kraft  $P$ , som optræder i berøringsflaten mellem løpehjul og skinnekrans og altsaa kommer i betragtning for tillægsspændingerne i taarnets stangverk, blir efter ligning 23 og 24.

$$25) P = P_1 - P_2$$

$$P = \frac{Q + G'}{g} \cdot \frac{v^2}{2s} - (Q + G') \left( 0,1 \frac{r}{R} + 0,05 \right)$$

Da banen for løpevognen for disse kraner oftest befinder sig paa øvre gurt, saa maa utliggerens øvre horisontale avstivning bortfalde. Som erstatning herfor søker man da at utføre den øvre gurt selv saa bred som mulig, samtidig som utliggeren forsynes med to ydre horisontale avstivningsplatformer, som da samtidig anvendes til kranens betjening.

Forøvrig sees ogsaa banen lagt mellem øvre og nedre gurt, hvilket vel gjør konstruktionen noget mer komplicert, men til gjengjæld gir den utvilsomme fordel at øvre horisontalavstivning kan bibeholdes, saafremt da konstruktionshøiden er stor nok til at gi plads for løpevognen.

## § 7.

## Løpekraner.

**Almindelig anordning.** Til de vigtigste kraner hører i første række de saakaldte løpekraner.

Denne kranform egner sig særlig for verksteder og lagerpladser, eller overalt hvor det gjælder bevægelse av tunge laster paa en rektangulær grundflate. Selve kranen løper i rektanglets længderetning, mens bevægelse av lasten i dettes tverretning besørages av en løpevogn, anbragt paa kranen.

Kranbanen bestaar enten av helvalsede fasongjern eller platebærere for smaa resp. middelstore laster og smaa spændvidder, og lagres paa murfremspring (ogsaa søiler), eller man anvender for tunge laster fagverksbjelker, lagret paa gitterverks søiler (-støtter). Banen for løpevognen dannes av kranbjelken med fastnaglet, tilskruet eller endog kun fastklemt skinnegang. For begge baner anvendes ved større hastigheter og tunge laster saakaldte bredbaserede skinner f. eks. Laufkranschien des Achener Hütten-Aktien Vereins; disse

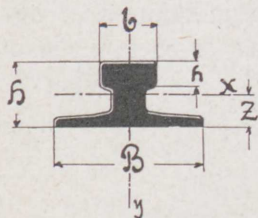


Fig. 74.

leveres i fire nummer, (fig. 74):

No.	B mm.	H mm.	b mm.	h mm.	Tversnit cm. <sup>2</sup>	Vegt kg./m.	T.p.av-stand cm.	$J_x$ cm. <sup>4</sup>	$W_x$ cm. <sup>3</sup>	$J_y$ cm. <sup>4</sup>	$W_y$ cm. <sup>3</sup>
1	125	55	45	20	28,7	22,5	2,27	94	29	182	29
2	150	65	55	25	41	32,2	2,68	180	47	352	47
3	175	75	65	30	55,8	43,8	3,06	329	74	646	74
4	200	85	75	35	72,6	57	3,52	523	105	989	99

Videre leverer hytteverket „Deutscher Kaiser“ et skinneprofil efter fig. 75, samt Westfählische Stahlwerke, Bochum, et efter fig. 76.

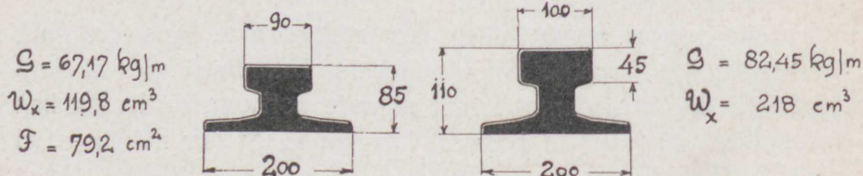


Fig. 75.

Fig. 76.

$$G = 67,17 \text{ kg/m}$$

$$W_x = 119,8 \text{ cm}^3$$

$$F = 79,2 \text{ cm}^2$$

$$G = 82,45 \text{ kg/m}$$

$$W_x = 218 \text{ cm}^3$$

Det tilladelige hjultryk  $P$  som kommer i betragtning for skinnen bestemmes av formelen.

$$1) P = D \sigma (b - 2r)$$

Her betegner  $P$  det maksimale hjultryk i kg.,  $D$  løpehjulets diameter i cm.,  $\sigma$  den tilladelige paakjending i kg./cm.<sup>2</sup> (600—700),  $b$  den øvre skinnbredde i cm. og  $r$  avrundingsradius i cm. For mindre laster og smaa hastigheter anvendes almindelige firkant-skiner med følgende almindelig anvendte dimensioner:

Bredde:  $b = 35, 40, 45, 50, 55$  og  $60$  mm.

Høide:  $h = 30, 35, 40, 45, 50$  og  $50$  „

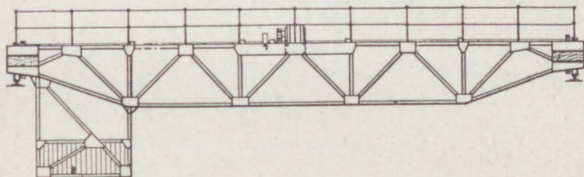
Disse skinner fastnagles efter fig. 77 til gurtlamellen ved dobbeltforsænkte nagler eller skrues til bjelken ved hjælp av stiftskruer, hvor man har med helvalsede bærebjelker at gjøre. Disse skinner har den store mangel at de slites meget ujevnt, idet de forsænkte nagler og selve skinnen efter kort tid viser ulike slitage.



Fig. 77.

Som regel drives løpekraner elektrisk, og der anvendes da almindeligst én motor for hver bevægelse, løftning av lasten, bevægelse av løpevognen samt bevægelse av selve kranen. En saadan kran kaldes „3-motorkran“. De to førstnævnte motorer anbringes paa løpevognen, den sidste derimot paa kranen selv. Jernkonstruktøren har saaledes for denne motor at fremstille et solid

a.)



b.)

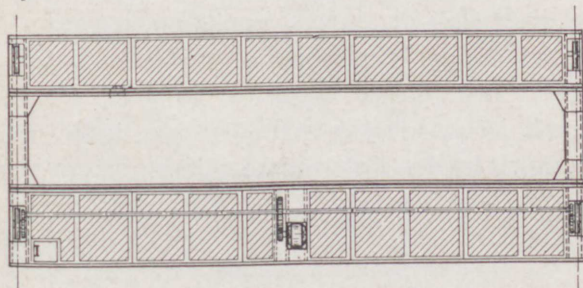


Fig. 78 a og b.

underlag samt at anbringe lager for drivakselen, som anbringes ensidig, mens den anden kran side forsynes med „løse hjul.“

Forøvrig består jernkonstruktionene ved en saadan kran av:

2 hovedbærere (valsejern, plate- eller fagverksbjelke).

- 2 platformbærere (let fagverk).
- 1 platform paa hver ytre side av hovedbærerne.
- 1 horisontalavstivning paa hver ytre side av hovedbærerne.
- 2 tverbærere (hver bestaaende av dobbeltvæggede platebærere.)
- 1 førerkurv (anbragt enten paa kranen selv eller paa løpe-  
vognen).

Den normale anordning sees av fig. 78 a og b.

**Bærebjerkens formgivning.** For ganske smaa laster og liten spændvidde kan helvalsede T-jerns bjelker anvendes.

For middelstore laster og spændvidde indtil ca. 15 m. vil vel som regel platebæreren vise sig fordelagtigst, mens man for store laster og større spændvidde maa ta sin tilflugt til fagverksbjelken, som da altid viser sig billigst i utførelsen, samtidig som den for indre rum med overlys bevirker en bedre lysfordeling end platebæreren, og anbragt i det fri frembyder en langt mindre vindflate end denne.

M. h. t. linjeføringen kan man ha bjelker av like motstand for øie, m. a. o. bjelken bør overalt ha sit motstandsmoment  $W$  proportionalt med belastningsmomentet  $M$ .

Gaar man ut fra konstant bjelkebredde  $b$  og foranderlig høide  $y$ , saa har man for bjelkens midte:

$$M_m = \frac{Pl}{4}; W_m = \frac{1}{6} b H^2$$

for laststilling i avstand  $x$  fra bjelkemidten.

$$M_x = \frac{P(\frac{1}{2} - x)}{1} (\frac{1}{2} + x); W_x = \frac{1}{6} b y^2$$

Opstilles den ovennævnte proposition, faar man

$$\frac{P(\frac{1}{2})^2 - Px^2}{P(\frac{1}{2})^2} = \frac{\frac{1}{6} b y^2}{\frac{1}{6} b H^2}$$

$$2) 1 = \frac{x^2}{(\frac{1}{2})^2} + \frac{y^2}{H^2}$$

Denne ligning angir altsaa ellipsen som den gunstigste form for bærebjerkens. Naturligvis er den matematiske ellipseform praktisk ubrukbar, da en bueformet linjeføring i jernkonstruktioner helst

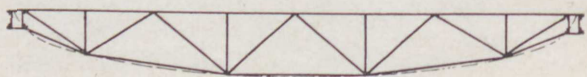


Fig. 80.

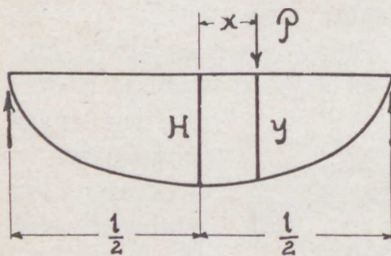


Fig. 79.

bør undgaaes paa grund av vanskeligheter ved fremstillingen. Derimot opnaar man en meget brukbar tilnærmelse ved efter fig. 80 at indskrive den retlinjede gurtpolygon i ellipsen. Imidlertid maa det bemerkes, at alt efter de stedlige forhold kommer ogsaa alle mulige andre former til anvendelse, s. f. eks. vist i fig. 81 a—f.

De samme former er naturligvis ogsaa gyldige for platebærere.

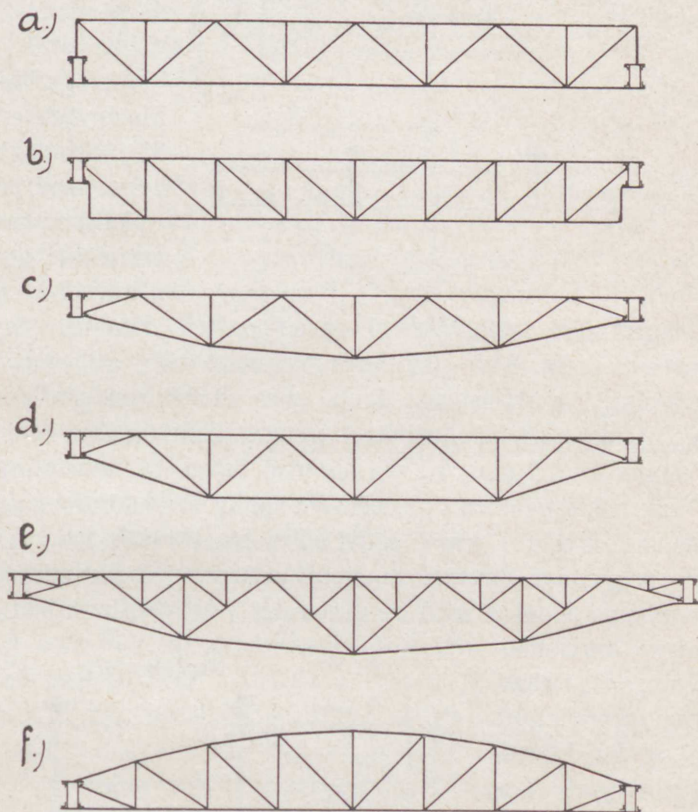


Fig. 81 a, b, c, d, e og f.

**Tversnitsanordninger.** Alt efter de anvendte hovedbærere vises i fig. 82—84 nogen brukbare tversnitsanordninger for løpekræner.

Fig. 82 a og b viser et tversnit hvor hovedbæreren bestaar av helvalsede T-jern, hvorved NP 30—50 almindeligst kommer til anvendelse. I fig. 82 a bestaar platformbæreren av fagverk avstivet mot hovedbæreren ved de indpunkterte konsoler; i horisontal retning faar kranen sin stivhet dels av tverbæreren, som av den grund maa forbindes med hovedbæreren ved kraftige hjørneplater, og dels av den over hele kranlængden gjenneløpende platform.



I fig. 82 b bestaar platformbæreren av helvalsede U-jern NP 18—30.

Fig. 83 a og b viser anordninger hvor hovedbæreren be-

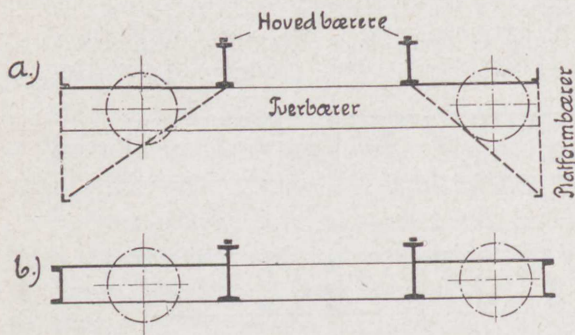


Fig. 82 a og b.

staar av platebærere. Skinnen er ved forsænkte nagler fæstet til gurtlamellen og denne atter til de øvre gurtvinkler.

Platformen er i fig. 83 a ophængt i den horisontale flens av platformbærere gurtvinkel og fæstet til hovedbæreren ved

en oplagervinkel, fastklinket til hovedbærere stemme, mens befæstigelsen i fig. 83 b paa hovedbærere side er opnaet ved ophængning i gurtlamellen; denne sees derfor paa platformside at rage ut over gurtvinkelkanten. Foretages befæstigelsen som vanlig med nagler av 13 mm.  $\Phi$ , saa lar man lamellens fremspring være ca. 50 mm. Sidestivheten opnaes som vanlig av platformen, vertikale stræveranordninger i hvert andet eller hvert tredje felt, og oftest ogsaa en gjennemgaaende horisontalavstivning mellem hoved- og platformbærer i høide med de gurter der ingen platform har. For at anbringe horisontalavstivningen vælges platformbærere gurtvinkel og den hovedbærere gurtvinkel som vender mot horisontalavstivningen, ulikebenet f. eks.  $100 \times 65$  eller  $120 \times 80$  med det længste vinkelben horisontalt; derved spares knuteplater, arbeidet forenkles og blir billigere.

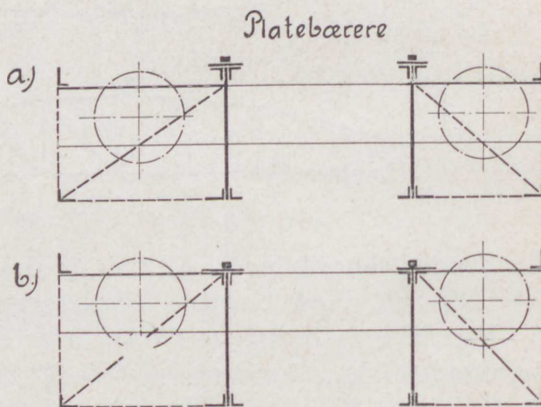


Fig. 83 a og b.

Fig. 84 a—d viser de samme anordninger under anvendelse av fagverk saavel for platform som hovedbærer.

Da hovedbærerens øvre gurt paa grund av den almindelig anvendte umiddelbare lastoverføring maa gjøres bøjningssikker inden hvert enkelt fagverksfelt, vælges her med forkjærlighet helvalsede U-jern. Ofte strækker imidlertid høieste normalprofil NP 30 ikke til, hvorfor man i saadanne tilfælde tar sin tilflugt til specialprofiler, f. eks. fra det tyske hytteverk „Deutscher Kaiser“.

U-jernet som gurtform byder en enkel skinnebefæstigelse ved direkte fastklinkning til flensen, men har imidlertid den mangel at fagverkets mellemed ikke kan anordnes symmetrisk til gurtens vertikale neutralakse, hvorved en excentricitet opstaar. Om end utallige utførelser viser at denne kan tages med i kjøpet, saa bør man dog under konstruktionen søke at forringe den mest mulig.

Som det sees av fig. 84 b, er her stræverretningen i tveravstivningen valgt anderledes end ellers angit. Valget av stræverretningen er i statisk henseende temmelig likegyldig, men er ofte paa forhaand git efter pladsen for drivakselen, saafremt denne ligger mellem gurthøiderne. — Fig. 84 c viser en fagverksanordning for hovedbærerens, hvor helvalsede mellemed kommer til anvendelse, mens fig. 84 d viser en sjeldnere anordning, hvor tveravstivningen bestaar av et andreaskors.

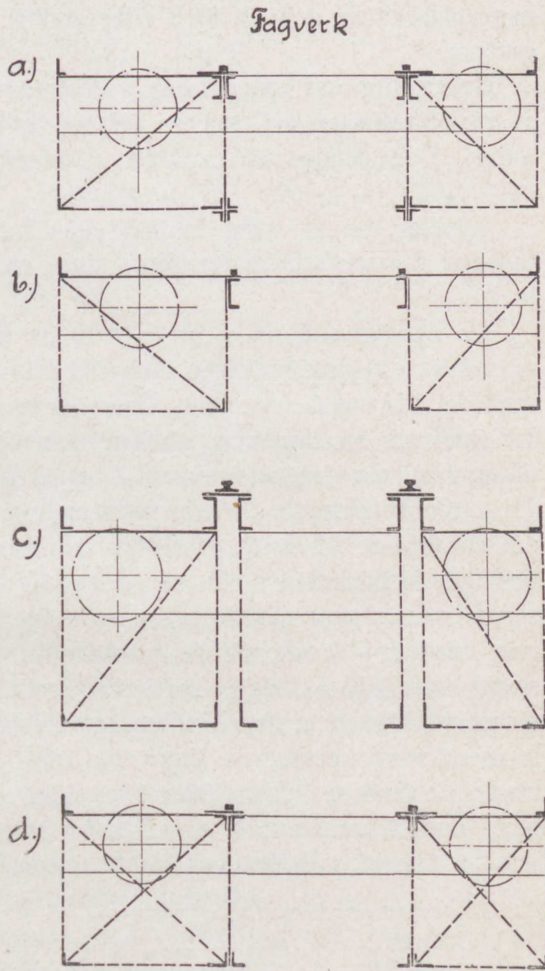


Fig. 84 a, b, c og d.

Endelig bemerkes at platformen alt efter drivverkets plads anbringes enten som figurene viser, i høide med øvre gurt eller ogsaa i høide med nedre gurt; i sidste fald anbringes den før nævnte horisontale avstivning byndig med øvre gurt; sjeldnere finder man platformen anbragt i en eller anden vilkaarlig høide mellem gurterne.

**Beregning av løpekraner.** *Platebærer:* Hvad beregningen av platebærere angaar, saa er det væsentligste allerede behandlet under „Den statiske undersøkelse av kranbjelker i sin almindelighet“ (§ 3).

Gjælder det at spare material kan man paa den viste maate optegne momentkurven, for derav at se momentets variation langs bjelken.

Av ligningen  $M = W \cdot \sigma$  sees at produktet av motstandsmomentet og paakjendingen i et vilkaarlig bjelkesnit er jevnbyrdig med det tilsvarende moment. Gaar man saaledes ut fra  $M_{\max}$ , saa kan man av foreliggende tabeller, over forskjellige tversnit med tilsvarende motstandsmomenter, f. eks. Zimmermann: „Genietete Träger“, Scharowsky: „Widerstandsmomente und Gewichte“ eller det udmerkede tabelverk av Böhm & John, finde det største nødvendige motstandsmoment og danne produktet  $W_{\max} \times \sigma$ ; paa samme maate gaar man frem for andre bjelkesnit, idet man for hver gang danner det tilsvarende produkt  $W \times \sigma$ . Disse værdier avsettes saa i den valgte maalestok som ordinator motsvarende momentordinatene; man indtegner derpaa  $W \times \sigma$ -figuren som momentflatens omskrevne figur, og man kan av figuren direkte maale de enkelte tversnitsstørrelsers nødvendige længder, f. eks. gurtplaternes, saafremt  $W \times \sigma$ -figurens avtrapping motsvarer motstandsmomentets tilvekst paa grund av paalagte lameller.

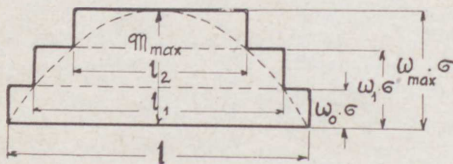


Fig. 85.

For parabelformet momentlinje lar imidlertid gurtplaternes teoretiske længder sig med lethed bestemme ved regning, naar man erindrer, at for en parabel gjælder følgende sætning:

„Kvadratene av to paa symmetriaksen  $\perp$  staaende korder forholder sig til hinanden som deres afstande fra parabelens topunkt.“

Man har da efter fig. 85, da  $\sigma$  er konstant:

$$4) \quad l^2 : l_1^2 = W_{\max} : (W_{\max} - W_0)$$

$$l_1 = l \sqrt{1 - \frac{W_0}{W_{\max}}}$$

$$\text{likesaa: } l_2 = l \sqrt{1 - \frac{W_1}{W_{\max}}}$$

O. s. v.

For tilfælde av dobbelt parabel med mellemliggende horisontal begrænsning (fig. 86) har man:

$$5) \quad l_1 = l + (l - l') \sqrt{1 - \frac{W_0}{W_{\max}}}$$

$$l_2 = l + (l - l') \sqrt{1 - \frac{W_1}{W_{\max}}}$$

O. s. v.

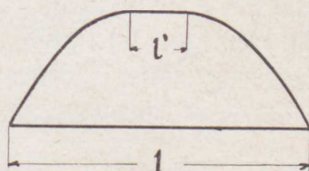


Fig. 86.

I disse formler er  $W_0 =$  tversnittets motstandsmoment uten lameller,  $W_1$ ,  $W_2$  o. s. v. tversnittets motstandsmoment med én, to o. s. v. lameller. De øvrige betegnelser fremgaar av figurene. — Tidligere mente man at den praktiske lamellængde maatte være saa meget større end den her beregnede teoretiske, som behøvedes for fuldstændig at tilslutte lamellen. Da imidlertid momentflatens tilvekst forløper efter en regelmæssig kurve, mens flaten for tversnittets motstandsmomenter nødvendigvis som vist maa vokse efter en trappelinje, saa er det klart at lamellen ingenslunde behøver at være helt tilsluttet allerede før dens teoretiske begyndelsespunkt.

Har efter fig. 87 en lamel efter fradrag av naglehuller en tversnitsflate  $F$ , saa formaar lamellen at overføre en kraft  $F \cdot \sigma$ . Det antages at 4 tversgaaende naglerækker, altsaa 8 nagler, tiltrænges for at overføre lamellens hele kraft. Direkte foran punkt  $a$  var bjelketversnittet tilstrækkelig uten den betræffende lamel. Stilles altsaa den første naglerække i den teoretiske lamellængdes begyndelsespunkt, og anordnes de 3 endnu nødvendige naglerækker i hensigtsmæssige afstande indover, saa angir den indtegnede sekundære trappelinje diagrammet for klinknaglerne, og falder denne linje likeledes utenfor momentflatens begrænsning, saa er alt i orden. Man ser altsaa at det er tilstrækkelig at la lamellen i

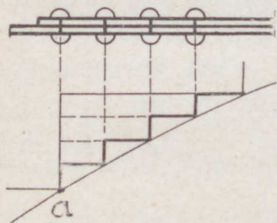


Fig. 87.

Man ser altsaa at det er tilstrækkelig at la lamellen i

sit teoretiske begyndelsepunkt tilsluttes med en brøkdell av den kraft som skal overføres, i fig. 87 med  $\frac{1}{4} F \cdot \sigma$ .

Meget ofte nøier man sig med at dimensionere bjelken efter det største optrædende moment og saa la tversnittet være gennemgaaende. Isaaftald er naturligvis optegningen av momentlinjen resp.  $W \times \sigma$ -figuren overflødig. Efter de paa side 27—30 opstillede momentligninger beregnes  $M_{\max}$ , og det herfor nødvendige motstandsmoment findes av ligning 3)  $M = W \cdot \sigma$ , hvorefter tversnittet utvælges av et av de anførte tabelverker. Er saadanne ikke forhaanden, maa man gaa forsøksvis tilverks, idet man vælger et antagelig tversnit og regner ut dettes motstandsmoment under hensyntagen til svækkelse av naglehuller. Ved sammenligning mellem dette forhaandenværende motstandsmoment og det tidligere paaviste teoretisk nødvendige sees om førstnævnte strækker til uten at den tilladelige paakjending overskrides.

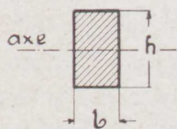


Fig. 88.

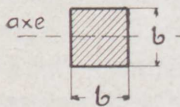


Fig. 89.

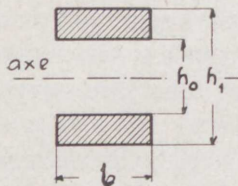


Fig. 90.

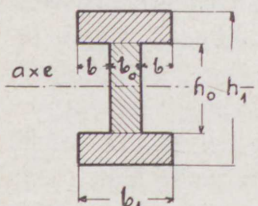


Fig. 91.

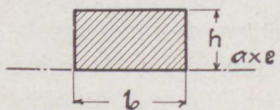


Fig. 92.

den tidligere paaviste teoretisk nødvendige sees om førstnævnte strækker til uten at den tilladelige paakjending overskrides.

Er det for stort eller for litet, maa regningen gjentages for andre tversnitsvalg, indtil det rigtige tversnit findes.

Det bemerkes at man i praksis for at spare regnearbeide ofte indsætter i regningen kun  $\frac{1}{4}$  av staaplattens tversnit, idet man da gjennomfører regningen uten at ta hensyn til svækkelse av naglehuller.

„Træghetsmoment og motstandsmoment“: Beregningen av træghetsmoment  $J$  og motstandsmoment  $W$  er kjendt fra mekanikken, hvorfor her kun skal noteres formlene for de oftest forekommende tversnitsfigurer (fig. 88—92).

$$J = \frac{1}{12} b h^3 \quad ; \quad W = \frac{J}{h} \text{ (fig. 88)}$$

$$J = \frac{1}{12} b^4 \quad ; \quad W = \frac{J}{b} \text{ (fig. 89)}$$

$$J = \frac{1}{12} b (h_1^3 - h_0^3) \quad ; \quad W = \frac{J}{h} \text{ (fig. 90)}$$

$$J = \frac{1}{12} (b_1 h_1^3 - 2 b h_0^3) \quad ; \quad W = \frac{J}{h} \text{ (fig. 91)}$$

$$J = \frac{1}{3} b h^3 \quad \text{(fig. 92)}$$

For sammensatte profiler har man bruk for  $J$  resp.  $W$  for det hele profil, mens man i de forhaandenværende tabeller som regel finder disse værdier for de enkelte profiler. Her anvendes da følgende likeledes fra mekanikken kjendte sætning: „Træghetsmomentet for en med tyngdepunktsaksen  $\mp$  men forøvrig vilkaarlig beliggende akse er lik træghetsmomentet  $J_0$  for tyngdepunktsaksen plus tversnitsflaten multiplisert med kvadratet av dennes tyngdepunktsavstand fra den betræffende nye akse.“

$$6) J = J_0 + f a^2$$

hvor  $J$  = det søkte træghetsmoment,  $J_0$  = træghetsmomentet for tyngdepunktsaksen,  $f$  = tversnitsflaten,  $a$  = tyngdepunktsavstand fra den nye akse.

Motstandsmomentene for den nye akse er da lik det fundne træghetsmoment  $J$  dividert med den nye aksens avstande til tvernsnittets ytterste fibrer.

$$W_{\max} = \frac{J}{e_2} \text{ og } W_{\min} = \frac{J}{e_1}$$

„Gurternes befæstigelse til staaplatten“: Hvis gurtten laa løs over staaplatten, saa vilde de forskjellige elasticitetsforhold mellem gurt og staaplate foraarsage en glidning mellem de 2 bjelkedele. Skal altsaa bjelken virke som ett hele, saa maa der mellem gurtpartiet og staaplatten optræde en horisontal avskyvningskraft  $\tau$ , som maa optages ved anordning av et passende antal nagler.

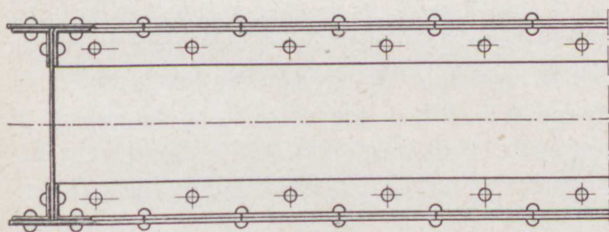


Fig. 94.

Befæstigelsen foretages saaledes, at først fastklinkes gurtvinklenerne til staaplatten, hvorpaa lamellen fæstes til gurtvinklenerne.

Gaar man ut fra den vanlige anordning at den samme nagleavstand  $e$  anvendes for begge befæstigelser, saa er de horisontale nagler gjennem gurtvinkler og staaplate farligst paakjendt mot avskyvning. Efter fasthetslæren er den horisontale avskyvningskraft  $\tau$  pro længdeenhed:

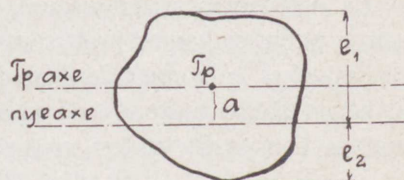


Fig. 93.

$$7) \tau = \frac{Q S}{J} \text{ kg./cm.}$$

hvor  $Q$  = skjærkraften for det betræffende bjelkesnit,  $S$  = gurttværsnittets statiske moment m. h. t. den neutrale akse og  $J$  = det usvækkede bjelketværsnittets træghetsmoment.

En nagle maa saaledes kunne overføre avskyvningskraften  $\tau \cdot e$ , naar  $e$  betyr naglernes indbyrdes afstand.

Bemærker man nu videre at de to **I** vinkelben tilsammen altid vil ha en større tykkelse end staaplatten, saa maa beregningen som regel ta hensyn til trykket mot naglehullets væg.

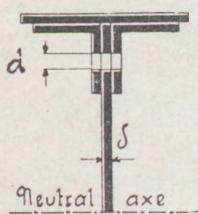


Fig. 95.

Er den tilladelige paakjending for tryk mot naglehullets væg =  $k$ ,  $\delta$  = staaplattens tykkelse og  $d$  = naglediameteren, saa faar man følgende ligning:

$$\tau \cdot e \leq \frac{Q S e}{J} \leq k \cdot \delta \cdot d$$

$$8) e \leq \frac{k \delta d J}{Q S}$$

Skulde staaplatten være særlig tyk, og anvendes svake nagler, saa kan det forekomme at naglen virkelig blir at beregne mot avklipping som dobbeltskaaren nagle. Man har da:

$$\tau \cdot e \leq \frac{Q S e}{J} \leq 2 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \sigma$$

$$9) e \leq \frac{2 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \sigma J}{Q S}$$

hvor  $\sigma$  = tilladelig paakjending mot avklipping (se nagleforbindelser side 7).

Av disse formler 8 og 9 sees at nagleavstanden avtar med voksende  $Q$ , hvorfor beregningen først og fremst maa foretages for et snit i umiddelbar nærhet av oplageret. Gir beregningen en større nagleavstand end 6  $d$  til 8  $d$ , saa er det dog tilraadelig at fastholde denne værdi som den maksimale nagleavstand. Gir beregningen en mindre avstand end 3  $d$  over oplageret, hjelper man sig ved at indlægge diagonaler i de par første felter, som da blir at behandle som kombinert plate- og fagverksbærer.

**Gurtlamellenes befæstigelse til gurtvinklene.** Vil man ekstra bestemme nagleavstanden for gurtlamellenes vedkommende, saa har man her med enkeltkaarne nagler at gjøre. Regnes med to nagler i hvert tværsnit, saa faar man analog med foregaaende utvikling:

$$10) e = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \sigma J}{Q S}$$

Her er  $d$  = den for gurtlamellene anvendte naglediameter,  $S$  = det statiske moment av gurtlamellenes tversnit m. h. t. bjelke-tversnittets neutrale akse, mens de øvrige betegnelser er de samme som før. Man har at paase at disse nagler ikke falder i samme tversnit som naglerne i gurtvinklene.

„Staaflatens skjõt“: Da man anvender platebærere indtil 15 m. spændvidde og derover, kan det bli nødvendig at skjõte staaflaten. Som regel lægges da skjõten omkring midtpartiet, den har saaledes at opta et visst moment. Som følge herav maa der drages omsorg for at saavel skjõtmaterial som nagler frembyder et tilstrækkelig motstandsmoment.

Det gjælder altsaa først at bestemme hvor stor del av det samlede moment  $M$  der falder paa staaflaten. Av spændingsligningene:

$$\sigma = \frac{M_s}{J_s} \cdot y \text{ og } \sigma = \frac{M}{J} \cdot y$$

hvor  $y$  betegner de betragtede fibrers afstand fra nulaksen, faar man naar begge værdier sættes lik hinanden:

$$\frac{M_s}{J_s} = \frac{M}{J}$$

eller  $M_s = M \frac{J_s}{J}$

d. v. s. staaflatens andel  $M_s$  findes ved at multiplisere  $M$  med forholdet mellem staaflatens træghetsmoment og det hele tversnits træghetsmoment.

Derpaa foretages materialfordelingen av laskene saaledes at  $J_s$  dækkes.

Den i fig. 96 angivne platebærer skjõtes ved 2 lasker  $5a \cdot \delta_1$ , da man nu av praktiske grunde maa vælge  $2\delta_1 > 1\delta_2$ , saa er

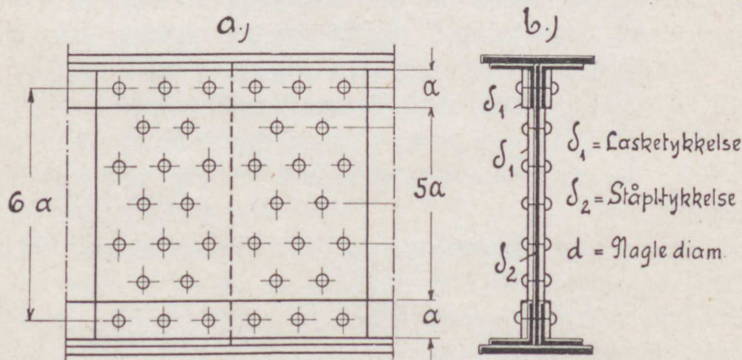


Fig. 96 a og b.



laskematerialets træghetsmoment resp. motstandsmoment her uten videre stort nok.

Endelig fordeles naglerne efter skjøn saaledes, at de antagelig vil kunne opta  $M_s$  (fig. 96 a), hvorefter beregningen gjennomføres for naglernes vedkommende. Vi gaar ut fra, at naglerne paakjendes paa samme maate som de enkelte materialfibrer, hvor ingen skjõt forefindes, altsaa voksende efter en ret linje med avstanden fra naglegruppens nullinje. Da er momentet for naglernes motstand:

$$M_n = \frac{N_o}{6a} [3 ((6a)^2 + (2a)^2) + 2(4a)^2]$$

hvor  $N_o$  er den kraft som den ytterste nagle har at opta. Da for de vanlige plate- og lasketykkelser de dobbeltskaarne nagler blir at beregne for tryk mot naglehullets væg, saa har man at sette:

$$N_o = d \cdot \delta_2 \cdot k$$

hvor  $d$  = naglediameteren,  $\delta_2$  = staaplatetykkelsen og  $k$  = den optrædende paakjending for tryk mot naglehullets væg.

Skulde  $d$  mot sedvane være  $< 1,3 \delta$ , saa blir beregningen at gjennomføre mot avklipping, og man har at sette:

$$N_o = \frac{2 \pi d^2}{4} \sigma$$

hvor  $\sigma$  betegner den optrædende paakjending mot avklipping.

Nu sættes:  $M_s = M_n$  og maksimalpaakjendingen i den ytterste nagle kan beregnes.

I almindelighet har skjøten foruten momentet ogsaa en skjærkraft at opta; da imidlertid skjøtnaglerne i nærheten av den neutrale akse næsten ikke paakjendes av momentet, saa regner man at skjærkraften optages av disse, og bortser fra enhver beregning, ialfald naar skjøten, som i kranbygning vanlig, anbringes i bjelke-midten, hvor skjærkraften fra den bevægelige belastning blir forholdsvis liten. Gurtvinklene skjøtes for sig utenfor staaplatens skjõt. Paakjendingen i gurtvinkelen antages jevnt fordelt og for enkelthets skyld lik den tilladelige paakjending  $\sigma_v$ . Er da gurtvinkelens tversnitflata =  $F_v$ , saa faar man den kraft som skal overføres =  $F_v \cdot \sigma_v$ , og beregningen gjennomføres som under nagleforbindelser anført.

Det samme gjælder gurtlamellene, om disse i det hele tat maa skjøtes.

Vil man skjøte staaplate, vinkel og lamel samtidig, anvendes en saakaldt universalskjõt efter fig. 97.

Staaplatten er her skjøtt ved 2 lasker i platens fulde høide, idet

gurtvinklene kun rækker ind til disse lasker, mens gurtvinklene skjøtes ved indlagte vinkellasker, som paa hver side rager utover

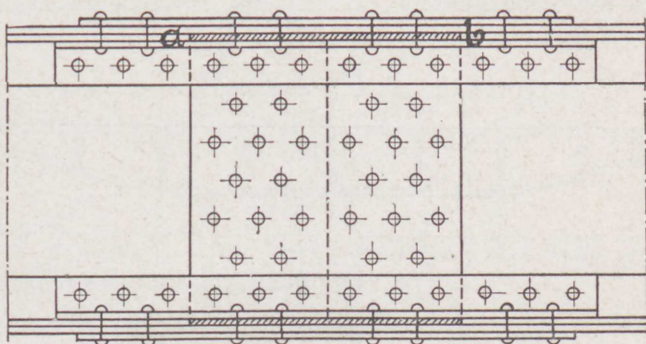


Fig. 97.

skjõtstedene a resp. b med saa mange nagler som fordres for at overføre den kraft som falder paa gurtvinklene. Mellem a og b maa da hulrummet udfyldes med flattjerns mellemlæg paa hver side av staa-platen; disse mellemlæg og den laske som er lagt over lamellen bevirker endelig gurtlamellens skjõt. Istedetfor et flattjernsmellemlæg paa hver side av staa-platen, kan anvendes en gennem-gaaende lamellask, idet staa-platen paa strækningen a b utskjæres i laskens tykkelse.

„Staa-platens avstivning“: For hver 1,5 til 2,0 m. avstives staa-platen ved vertikale vinkeljern (fig. 99). Disse blev tidligere klin- ket direkte til staa-platen og efter fig. 98 a ført om gurtvinkelens lodrette ben, en konstruktionsmetode, som nu snart sagt er forlatt av alle, idet man heller efter fig. 98 b anvender et mellemlæg av gurtvinkelens tykkelse, saa det vertikale vinkeljern uten særlig bearbejdelse kan føres over gurtvinkelens lodrette ben.

I hvert andet eller hvert tredje av disse felter indlægges efter tværnsitsanordningen fig. 83 a og b sideavstivninger eller tver- avstivninger, enten en enkelt stræveranord- ning eller sjeldnere andreaskors.

**Bærebjerkens nedbøining.** Bærebjerkens høide vælges saavidt mulig ikke under  $\frac{1}{12}$  av spændvidden, dette særlig av hensyn til bjerkens nedbøining, som i bjerkemidten almindeligvis tillates  $\frac{1}{1000}$  —  $\frac{1}{600}$  av spændvidden. Da det almindelige belastningstil- jælde sammensættes av to grundbelastninger, nemlig jevnt fordelt

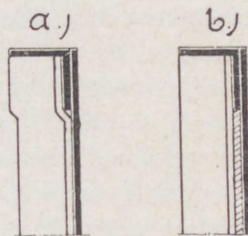


Fig. 98 a og b.

belastning  $Q$  fra egenvegten og 2 bevægelige laster  $P_1$  og  $P_2$ , saa kan for den teoretiske undersøkelse av nedbøiningen følgende formel med fordel benyttes:

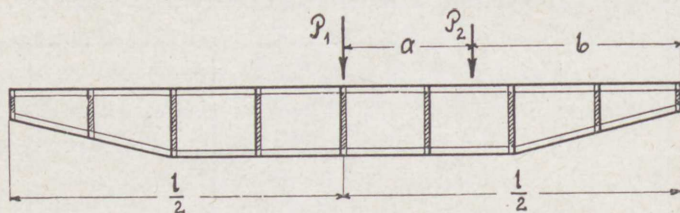


Fig. 99.

$$11) f_{\text{midte}} = \frac{Q}{E J} \cdot \frac{5 l^3}{384} + \frac{1}{E J 48} [P_1 l^3 + P_2 \cdot b (3 l^2 - 4 b^2)].$$

hvor  $l^{\text{cm.}}$  = spændvidden,  $b^{\text{cm.}}$  =  $\frac{1}{2} l - a$ , naar  $a^{\text{cm.}}$  = løpevoignens hjulavstand,  $E \text{ kg./cm.}^2$  = elasticitetsmodulen (For flussjern = 2150000  $\text{kg./cm.}^2$ ) samt  $J^{\text{cm.}^4}$  = bærebjælkens træghetsmoment i bjælkemidten.

Formelen er fremstaaet ved en kombination av de i „Taschenbuch Hütte“ angivne nedbøiningsformler for de betræffende belastningstilfælder. Det bemerkes, at for fagverksbjælker gir formelen for den almindelige praksis meget brukbare resultater, selv om der kun tages hensyn til gurttværsnittets træghetsmoment m. h. t. bærebjælkens neutrale akse.

Tilbake staar nu bare tverbærernes beregning, som findes gennemført under behandlingen av fagverksbæreren som kranbjælke.

**Fagverksbærer som kranbjælke.** Almindeligst anvendt er det likebenede triangelsystem, hvorfor behandlingen av dette utførlig skal gennemføres i et efterfølgende taleksempel.

Beregningens gang er i korthet følgende: Saasnaert bærebjælkens system er valgt, opstilles efter forutgaaende overslag belastningsantagelserne. Derpaa beregnes analytisk det maksimale moment og den tilsvarende største gurtkraft for at ha en kontrol paa de grafiske behandlingsmaater som anvendes.

Et Cremonas kraftplan optegnes for egenvegten, hvorav man finder de stangkræfter som optræder for dette belastningstilfælde.

For at bestemme de bevægelige lasters indflydelse paa de enkelte stangkræfter, gaar man lettest og mest oversigtlig frem paa følgende maate:

Man tænker sig en last  $P$  angripende i det knutepunkt som

ligger nærmest oplager B, hvorved  $P$  tænkes saa stor at den i A frembringer en oplagerkraft lik kraftenheden f. eks.  $A = 1^t$ . For denne belastningstilstand optegnes et Cremonas kraftplan, som man

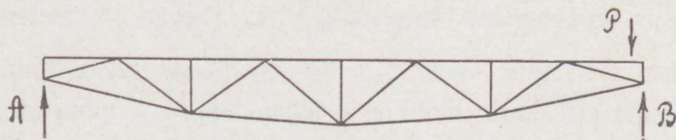


Fig. 100.

paa grund av bjelkens symmetriske anordning kun behøver at optegne for den ene bjelkehalvdel.

Da den virkelige værdi av  $P$  imidlertid er ukjendt, tar man sit utgangspunkt i A, hvor altsaa som nævnt oplagerkraften  $A = 1^t$  er kjendt.

Derpaa optegnes A-linjen for de foreliggende laster, hvorved man faar en grafisk fremstilling av den virkelig forhaandenværende oplagerkraft A for hvilkenksomhelst laststilling. Man finder nu den optrædende stangkraft ved at multiplisere den betræffende stangkraft for tilstand „ $A = 1$ “ med den virkelige oplagerkraft A som svarer til lastens ugunstigste stilling.

Det er selvsagt at beregningen for de bevægelige laster ogsaa kan gjennemføres paa mange andre maater, f. eks. ved hjælp av influenslinjer eller et helt sæt av Cremonas kraftplaner. Anvendelsen av influenslinjer for et saa oversigtlig system som for løpekræner stadig kommer til anvendelse, er imidlertid meget omstændelig, da hver stang fordrer optegningen av sin specielle influenslinje. Det samme gjælder anvendelsen av kraftplaner alene, idet hver enkelt laststilling vilde fordre sit Cremonaplan. Ikke sjelden finder man dog begge disse metoder anvendt, hvorfor det synes paakrævet at betone deres mangler m. h. t. anvendelse i dette specielle tilfælde.

Da nu imidlertid kraftoverføringen foregaar umiddelbart, d. v. s. lasterne ruller direkte paa gurten, saa faar lastgurten foruten de hittil betragtede aksialkræfter ogsaa sekundære bøjningspaakjendinger; til bestemmelsen av disse har man bruk for kjendskapet til de maksimale sekundære bøjningsmomenter.

En nøiagtig beregning herav vilde forlange en statisk undersøkelse av lastgurten som kontinuerlig bærebjelke, idet hvert knutepunkt virker som én understøttelse, en undersøkelse, som imidlertid i praktis almindeligvis ikke kommer til anvendelse. Der-

imot tar man hensyn til kontinuiteten ved istedenfor  $M_{\max} = \frac{P\lambda}{4}$  at sætte  $M'_{\max} = \pm \frac{P\lambda}{6}$ , for  $\frac{\lambda}{2} < \frac{3}{4}$  av løpevoignens hjulavstand. Er  $\frac{\lambda}{2} > \frac{3}{4}$  av løpevoignens hjulavstand, d. v. s. begge hjul falder inden feltvidden, saa regner man  $M'_{\max} = \pm \frac{4}{6} M_{\max}$ . I disse formler betegner  $P$  det maksimale hjultryk,  $\lambda$  feltvidden,  $M_{\max}$  momentet uten hensyn til kontinuiteten og  $M'_{\max}$  momentet med hensyn til kontinuiteten. Den positive værdi av  $M'_{\max}$  gjelder for feltmidten og den negative for fagverksknuten. Da nu løpevoignen som regel befinner sig paa fagverkets øvre gurt, og denne for den almindelige bærebjelke paa to oplager er trykket, saa beregnes altsaa gurtens ytterste faserspænding efter formlene:

$$12) \text{ for feltmidte: } \sigma_{\max} = -\frac{M'_{\max}}{W^o} - \frac{S}{F}$$

$$13) \text{ for knutepunktet: } \sigma_{\max} = -\frac{M'_{\max}}{W^u} - \frac{S}{F}$$

idet feltmomentet bevirker trykkede øvre gurtfaser og knutemomentet trykkede undre gurtfaser. I ovenstaaende spændingsformler er  $S$  = gurtens aksialkraft,  $F$  = gurtens tversnit,  $W^o$  = gurtens motstandsmoment m. h. p. de øvre faser,  $W^u$  = gurtens motstandsmoment m. h. p. de undre faser. For den nøiagtigere hensyntagen til kontinuiteten vil feltmomentet og knutepunktsmomentet som regel vise sig ulike store, idet det i talværdi største almindeligvis vil vise sig  $\leq$  det ovenfor angivne  $\pm M'_{\max}$ .

**Støperikran 60t × 17,0 m.** En støperikran av 60 tons bærevne og med 17,0 m. spændvidde foreligger til undersøkelse, fig. 101. Den tilladelige paakjending er for hüttekraner  $\leq 900$  kg./cm.<sup>2</sup> (side 2).

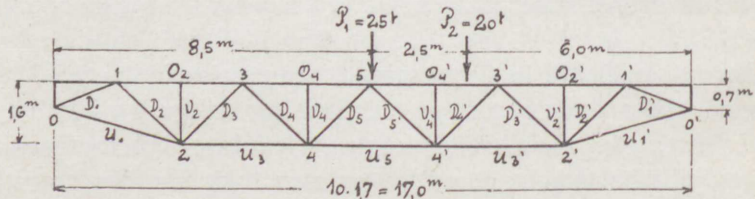


Fig. 101.

Belastningsantagelser:

- a) Rolig virkende belastning pr. hovedbærer incl.  $\frac{1}{2}$  platform, horisontalavstivning og maskinelle dele  $Q = 8,5$  t.

b) Bevægelige laster efter fig. 101.

Analytisk bestemmelse av den maksimale gurtkraft:

Indexbetegnelser: E = egenvegt; p = bevægelig last.

$$M_E^{\max} = \frac{Q_1}{8} = \frac{8,5 \cdot 17}{8} = 18,1 \text{ mt}$$

$$M_p^{\max} = \frac{8,5 (25 \cdot 8,5 + 20 \cdot 6,0)}{17} = 166,25 \text{ „}$$

$$M = M_E^{\max} + M_p^{\max} = 184,35 \text{ mt}$$

$$\text{Maksimal gurtkraft} + U_5 = \frac{M_{\max}}{h_m} = \frac{184,35}{1,6} = 115,2 \text{ t}$$

Øvre gurts sekundære bøjningsmoment under hensyntagen til kontinuiteten:

$$M_b^{\max} = \frac{P_1 \cdot \lambda}{6} = \frac{25 \cdot 1,7}{6} = 7,1 \text{ mt}$$

Tabel for de grafisk fundne stangkræfter i tons (fig. 102):

Stang	O <sub>2</sub>	O <sub>4</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>3</sub>	U <sub>5</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>	V
Egenvegt .	—	—	+	+	+	—	+	—	+	—	—
	7,3	10,9	5,8	9,3	11,3	6,1	2,3	3,1	1,8	0,6	0,85
Bevægl. last	70,8	104,0	56,3	91,2	104,0	60,0	32,2	42,7	36,3	29,4	25,0
Total . . .	78,1	114,9	62,1	100,5	115,3	66,1	34,5	45,8	38,1	30,0	25,85

I ovenstaaende tabel er stangkræfterne ifølge egenvegt uttat direkte av Cremonaplanet, mens stangkræfterne ifølge bevægelige laster er fremstaat som produkt av  $S_{A=1}$  og den oplagerkraft som kommer i betragtning for hver enkelt fagverksstang, fig. 102 c og d.

Eksempelvis har man:

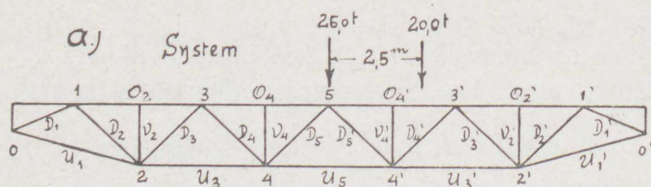
$$O_4^p = O_4^{A=1} \cdot \eta_4 = -4,3 \cdot 24,2 = -104,0 \text{ t}$$

$$U_3^p = U_3^{A=1} \cdot \eta_3 = +3,2 \cdot 28,5 = +91,2 \text{ „}$$

$$D_3^p = D_3^{A=1} \cdot \eta_3 = -1,5 \cdot 28,5 = -42,7 \text{ „}$$

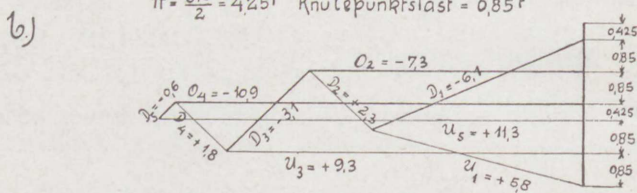
$$D_4^p = D_4^{A=1} \cdot \eta_4 = +1,5 \cdot 24,2 = +36,3 \text{ „}$$

Vertikalene er ikke egentlige systemstænger, men indlagt særlig for at formindske den øvre gurts sekundære bøjningsspænding samt for at danne led i de tverrammer som tiltrænges for kranens tveravstivning. Deres aksialkraft dannes saaledes av løpevoignens hjultryk og for egenvegtens vedkommende av den sekundære knute-punktsbelastning.



Cremonaplan for Ægenvægten

$A = \frac{8.5}{2} = 4.25t$  Knutepunktslast = 0.85t



Cremonaplan for  $A = 1t$

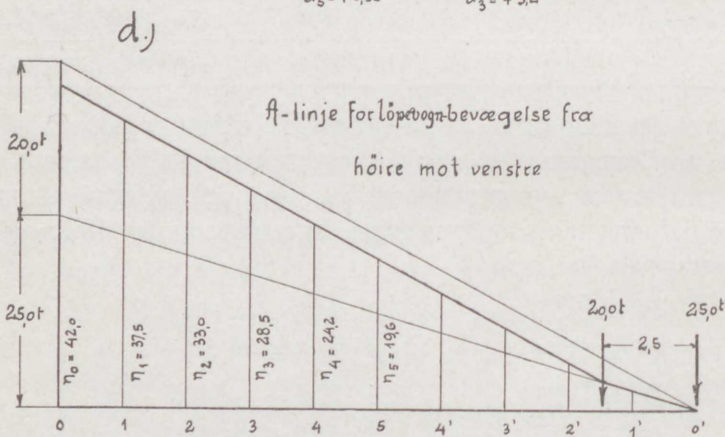
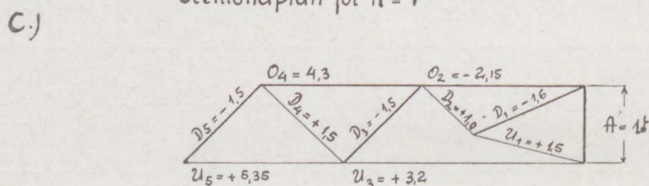


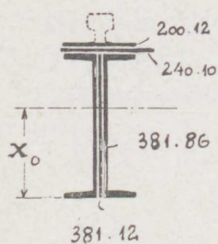
Fig. 102 a, b, c og d.

Dimensionering:

Av hensyn til de meget store hjultryk blir her som skinne for løpevoغن en Achener kransskinne nr. 4 anvendt. Da imidlertid denne paa grund av skinneformen kun kan skjøtes i foten, d. v. s. skjøten kan kun foretages meget ufuldkomment, saa kan skinnen

selvfølgelig ikke fuldt medregnes i gurttvversnittet. Av skinnen skal derfor i efterfølgende regning kun skinnefoten medregnes til gurtens effektive tversnit over skjøten.

$O_4^{\max.} = -114,9 \text{ t.}$  Gurttvversnittet vælges efter fig. 103.



2 U-jern 381/86 . 10 (Deutscher Kaiser) = 2 . 62,5

$$= 125,0 \text{ cm.}^2$$

1 staaplate 381 . 12 = 38,1 . 1,2 = 45,7 „

1 lamel 240 . 10 = 24,0 . 1,0 = 24,0 „

1 skinnefot 200 . 12 = 20,0 . 1,2 = 24,0 „

$$S^a. = 218,7 \text{ cm.}^2$$

Tyngdepunktsavstand  $x_0$ :

Fig. 103. 
$$x_0 = \frac{(125 + 45,7) 19,05 + 24 (38,6 + 39,7)}{218,7} = 23,5 \text{ cm.}$$

Træghetsmoment:

$$J: 2 . 12704 + 125 (23,5 - 19,05)^2 = 27880 \text{ cm.}^4$$

$$+ \frac{1,2 . 38,1^3}{12} + 45,7 (23,5 - 19,05)^2 = 6435 \text{ „}$$

$$+ 24 (38,6 - 23,5)^2 = 5470 \text{ „}$$

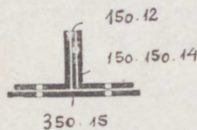
$$+ 24 (39,7 - 23,5)^2 = 6295 \text{ „}$$

$$J = 46080 \text{ cm.}^4$$

$$W_{\min.} = \frac{46080}{23,5} = 1960 \text{ cm.}^3 \quad \sigma_{\max.} = \frac{114900}{218,7} + \frac{710000}{1960} = 525 + 362 = 887 \text{ kg./cm.}^2$$

For stangen  $O_2$  kan lamellen 381 . 10 bortfalde, forøvrig tvinges man av praktiske grunde til at bibeholde det valgte tversnit for hele øvre gurtens vedkommende. Knækingsfaren er paa grund av den korte feltvidde og det valgte tversnit ikke forhaanden.

$U_5^{\max.} = +115,3 \text{ t.}$  Gurttvversnittet vælges efter fig. 104.



2 vinkeljern 150 . 150 . 14 = 2 . 40,3 = 80,6 cm.<sup>2</sup>

1 staaplate 150 . 12 = 15 . 1,2 = 18,0 „

1 lamel 350 . 15 = 35 . 1,5 = 52,5 „

$$S^a. = 151,1 \text{ cm.}^2$$

– fradrag for nagler 2 . 2,9 . 2,3 = 13,4 „

Effektivt gurttvversnit = 137,7 cm.<sup>2</sup>

$$\sigma_{\max.} = \frac{115300}{137,7} = 838 \text{ kg./cm.}^2$$

Fig. 104.



$U_3^{\max.} = +100,5 \text{ t.}$  Med fradrag av staaplatten er det effektive gurtversnit =  $119,7 \text{ cm.}^2$

$$\sigma_{\max.} = \frac{100500}{119,7} = \underline{840 \text{ kg./cm.}^2}$$

$U_1^{\max.} = +62,1 \text{ t.}$  Vælges her de to gurtvinkler alene faaes:  
 2 vinkeljern  $150 \cdot 150 \cdot 14 = 2 \cdot 40,3 = 80,6 \text{ cm.}^2$   
 — fradrag for nagler  $2 \cdot 1,4 \cdot 2,3 = 6,4 \text{ „}$   
 Effektivt gurtversnit =  $74,2 \text{ cm.}^2$

$$\sigma_{\max.} = \frac{62100}{74,2} = \underline{837 \text{ kg./cm.}^2}$$

$D_1^{\max.} = -66,1 \text{ t.}$  Tversnittet vælges efter fig. 105.



90.90.11

Fig. 105.

4 vinkeljern  $90 \cdot 90 \cdot 11 = 4 \cdot 18,7 = 74,8 \text{ cm.}^2$

$$\sigma_{\max} = \frac{66100}{74,8} = \underline{884 \text{ kg./cm.}^2}$$

Jnødv. =  $2,33 \cdot 66,1 \cdot 1,6^2 = \sim 400 \text{ cm.}^4$

Jforh. = rikelig.

$D_2^{\max.} = +34,5 \text{ t.}$  Tversnittet vælges efter fig. 106.



90.90.13.

Fig. 106.

2 vinkeljern  $90 \cdot 90 \cdot 13 = 2 \cdot 21,8 = 43,6 \text{ cm.}^2$   
 — fradrag for nagler  $2,0 \cdot 1,3 \cdot 2,0 = 5,2 \text{ „}$

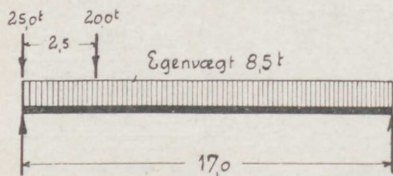
Effektivt gurtversnit =  $38,4 \text{ cm.}^2$

$$\sigma_{\max.} = \frac{34500}{38,4} = \underline{900 \text{ kg./cm.}^2}$$

For de øvrige tryk- og strækdiagonaler kan tversnittet varieres baade med hensyn til vinkeldimensionene og vinklernes antal. Det samme gjælder for vertikalerens vedkommende.

Med hensyn til den knækningslængde, som for trykstængernes vedkommende bør indføres i regningen, kan det synes rimelig at sætte den til 0,8 à 0,9 av systemlængden alt efter indspændingsgraden, hvorved sikkerhedsgraden i Eulerformelen bør sættes til 5. Efter tyske bestemmelser fra 1910 indføres systemlængden, hvorved

sikkerhedsgraden sættes til 4.



Hovedbjælke

Fig. 107.

Tverbæreren:

Efter fig. 107 utøver hovedbæreren følgende maksimale tryk P paa tverbæreren:

$$P = \frac{8,5}{2} + 25,0 + \frac{20(17 - 2,5)}{17} = 46,25 \text{ t.}$$

Tverbærerens hjulavstand er = 4,5 m. og hovedbærerens indbyrdes afstand er = 3,0 m. Ved beregning av tverbæreren bortsees i almindelighed fra den ubetydelige avlastende indvirkning som platformbærerne utøver. Tverbærernes lastskema sees av fig. 108.

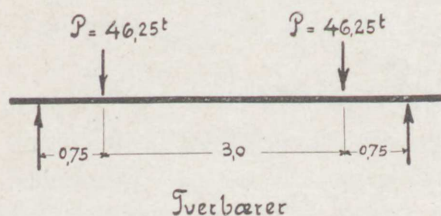


Fig. 108.

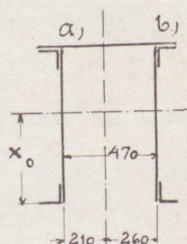


Fig. 109.

Som fig. 109 viser, stilles gjerne hjulet nærmere den ene tverbærvæg end den anden. Dette sker for at gi plads for det tandhjul som er nødvendig for at overføre drivkraften. Den ugunstigst paakjendte tverbærvæg er saaledes væggen *a* fig. 109.

$$M_{\max}^a = 46,25 \cdot \frac{260}{470} \cdot 0,75 = 19,2 \text{ mt.}$$

Tversnittet vælges efter fig. 110.

$$1 \text{ staaplate } 700 \cdot 10 = 70 \cdot 1,0 = 70,0 \text{ cm.}^2$$

$$2 \text{ vinkeljern } 90 \cdot 90 \cdot 11 = 2 \cdot 18,7 = 37,4 \text{ ,,}$$

$$1 \text{ lamel } \frac{660}{2} \cdot 10 = 33 \cdot 1,0 = 33,0 \text{ ,,}$$

$$S^a = 140,4 \text{ cm.}^2$$

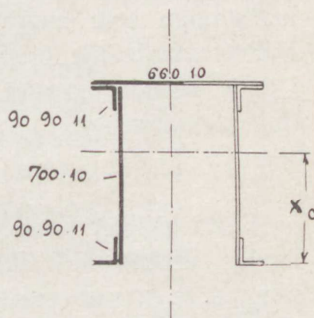


Fig. 110.

Tyngdepunktsafstand  $x_0$ :

$$x_0 = \frac{70 \cdot 35 + 18,7 \cdot (2,6 + 67,4) + 33 \cdot 70,5}{140,4} = 43,3 \text{ cm.}$$

Træghetsmoment:

$$J: 1 \text{ staaplate} = 1,0 \cdot \frac{70^3}{12} + 70 \cdot 8,3^2 = 33410 \text{ cm.}^4$$

$$1 \text{ vinkel } 90 \cdot 90 \cdot 11 = 138 + 18,7 \cdot 40,7^2 = 31120 \text{ ,,}$$

$$1 \text{ ,, } 90 \cdot 90 \cdot 11 = 138 + 18,7 \cdot 24,1^2 = 11000 \text{ ,,}$$

$$1 \text{ lamel} = 33 \cdot 27,2^2 = 24420 \text{ ,,}$$

$$S^a = 99950 \text{ cm.}^4$$

$$- \text{fradrag for nagler } 2,1 \cdot 2,0 (38,3^2 + 26,7^2) = 9155 \text{ ,,}$$

$$\text{Effektivt træghetsmom.} = 90795 \text{ cm.}^4$$

$$W_{\min.} = \frac{90795}{43,3} = 2100 \text{ cm.}^3 \quad \sigma_{\max.} = \frac{1920000}{2100} = 915 \text{ kg./cm.}^2$$

Paakjendingen viser sig altsaa noget høiere end tilladelig; da imidlertid her under træghetsmomentets beregning er foretaget naglefradrag for saavel stræk- som trykfaser, saa kan det valgte tværsnit bibeholdes.

For væggen  $b$  kommer følgende moment i betragtning:

$$M_{\max.}^b = 46,25 \cdot \frac{210}{470} \cdot 0,75 = 15,5 \text{ mt.}$$

hvorefter saa bærevæggen  $b$  dimensioneres.

## § 8.

### Søiler eller støtter.

Disse anvendes i kranbygning som understøttelse for selve kranbanen, deres almindelige beregningsmaate skal derfor i korthed anføres.

**a) Centrisk belastede søiler.** Saasomt resultatlinjen af den kraftgruppe som angriper søilen falder sammen med søiletværsnittets tyngdelinje foreligger centrisk belastning. Søileskaffet skulde i dette tilfælde teoretisk kun bli at undersøge for det direkte flate-tryk efter ligningen:

$$1) \sigma = \frac{\sum P}{F}$$

Dette gjælder saasandt ovenstaaende definition i praksis virkelig kan tænkes fuldt tilfredsstillet i sin strenge matematiske betydning, d. v. s. man maatte da ogsaa forlange at søilematerialet var absolut ensartet; saa tyngdepunktslinjen for søilen ogsaa virkelig repræsenterede en matematisk ret linje efter hele sin længde.

Det er indlysende at i praksis vil aldrig disse betingelser findes opfyldt. Man har altid at kæmpe med unøjagtigheder ved oplagringen, hvad enten nu disse skriver sig fra den konstruktive anordning eller fra montagevanskeligheder, saa man paa forhaand maa regne med en ikke streng matematisk centrering af lastgruppen, samtidig som materialets ensartethed ogsaa ofte lar meget tilbage at ønske.

Som følge herav maa saaledes stadig tages tilbørlig hensyn til knækningsfaren. (Se herom § 4).

**b) Excentrisk belastede søiler.** Dette tilfælde optræder saasomt lastgruppen opviser en endelig excentricitet overfor søiletværsnittets tyngdepunktslinje, eller naar foruten vertikale ogsaa horisontale kræfter virker paa søileskaffet. Forsaavidt forekommer det altid

i kranbygning, som man altid maa regne med en horisontal virkende vind- eller støtkraft.

Man har da foruten det direkte flatetryk og knækningsfaren ogsaa at ta hensyn til den faserspænding som fremkaldes af den excentriske lastgruppes momentvirkning. Spændingsligningen for den excentrisk belastede søile blir da:

$$2) \sigma_{\max} = - \left( \frac{\sum P}{F} \pm \frac{\sum M}{W} \right)$$

**Søileskaffet.** Den almindeligste fremgangsmaate for beregningen av søileskaffet blir saaledes under hensyntagen til Eulers knækningsformel følgende:

Efter formel 3 side 38 beregnes

$$J_{n\odot v} = 2,33 P l^2 \text{ (Flussjern)}$$

og man vælger et tversnit som ifølge beregning eller foreliggende tabeller opviser den for  $J_{n\odot v}$  fundne værdi. Nu beregnes alt efter belastningstilfældet det direkte flatetryk eller de maksimale faserspændinger efter de angivne formler 1 og 2.

Bestaar søilen av  $n$  enkeltprofiler forbundet med bindeplater eller andre bindejern, saa er avstanden a mellem de enkelte forbindinger at bestemme saaledes, at det enkelte profils mindste træghetsmoment „ $i$ “ er tilstrækkelig mot knækning. Er belastningen symmetrisk, saa tilfalder det enkelte profil  $\frac{1}{n}$  av lastgruppen  $\sum P$ , og man faar:

$$i = 2,33 \frac{\sum P}{n} \cdot a^2$$

$$3) a = \sqrt{\frac{n i}{2,33 \sum P}}$$

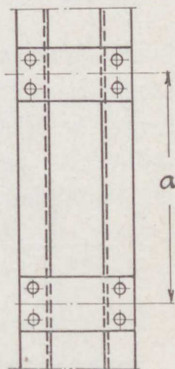


Fig. 111.

mens for usymmetrisk belastning det enkelte profiljernes lastandel bestemmes efter resultantens beliggenhet overfor den forhaanden-værende gruppe av enkeltprofiler, og indsættes i formel 3 istedenfor  $\frac{\sum P}{n}$

Hvilket tilfælde av knækning (side 38) søileberegningen skal henføres til, kan ofte være meget tvilsomt. I kranbygning har man som regel ved søilehodet nærmest lagring efter nr. 1: Søilehovedet frit dreibart, men uforskyvelig i søilens tverretninger, mens man i foten ved forankringen og søilefotens oplagerflate opnaar en delvis indspænding. Man har saaledes egentlig en mellemtung mellem

nr. 1 og nr. 3, Da imidlertid som før nævnt hele knækningsberegningen staar paa temmelig svake føtter, og en fuldstændig indspænding ved foden meget vanskelig lar sig iverksætte, saa synes det tilraadelig at gennemføre knækningsberegningen

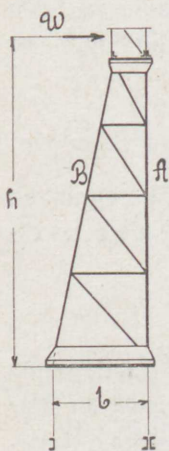


Fig. 112.

efter nr. 1 som det ugunstigste tilfælde.

Meget ofte utføres søilerne i fagverk (fig. 112.) Støtten A har da at opta trykket fra kranbanen med løpevognen stillet over søilen samt trykket  $\frac{W h}{b}$  ifølge den vindkraft som virker paa kranen og kranbanen, mens stræveren B kun har at opta komponenten i stræverretningen av  $\pm \frac{W h}{b}$ , samt de sidekræfter som kranens svingninger maatte forårsage under bevægelsen eller løpevognens støtkraft, om denne skulde maatte antages større end disse.

Forat opta støtkraften i kranbanens længderetning, forårsaget av kranen selv, anbringes for mindre spændvidder andreaksors mellem hvert tredje eller hvert fjerde søilefelt, eller man avstiver disse søiler ved strævere saavel i banens tver- som længderetning. Rigtignok maa man da sørge for dilatationsanordninger av hensyn til temperaturvekslingers indflydelse paa kranbanen. Bedre er en søileanordning i banens længderetning efter fig. 113, saafremt banens længde ikke er altfor stor.

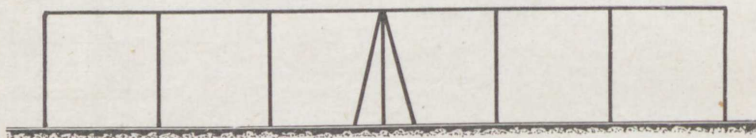


Fig. 113.

Den midtre søile er her tænkt avstivet saavel i banens tver- som længderetning til optagelse av horisontale kraftvirkninger i begge de nævnte retninger, mens de øvrige søiler mer virker som pendelsøiler med pendlende bevægelse i banens længderetning, saa kranbanen nogenlunde uhindret kan utvide og trække sig sammen alt efter temperaturens vekslen mellem plus og minus.

**Søilefoten.** Denne har til hensigt at overføre søilens kraftvirkning til fundamentet. Den maa saaledes paa den ene side være utført med saa store dimensioner at fundamentets tilladelige pakkjending  $\sigma_f^{\max}$  ikke overskrides, I almindelighet kan man regne med følgende værdier for  $\sigma_f^{\max}$ :

For klinker i cement	ca. 15 kg./cm. <sup>2</sup>
„ sandstensblok	„ 20—30 „
„ granitblok	„ 45 „

Paa den anden side maa søilefoten være saa sterk konstruert at de konsoldele som rager utover søileskaftet ikke utsættes for overbelastning av fundamentsblokkens mottryk eller forankringens eventuelle strækkraft.

Som regel anvendes smijernssøiler, hvor foten bestaar av en firkantet plate (grundplaten) som gjøres 15—30 mm. tyk og avstives ved hjælp av vinkeljern.

a) **Centrisk belastning.** Grundplaten størrelse findes av formelen:

$$4) F = \frac{\sum P}{\sigma_f}$$

hvor  $\sigma_f$  = fundamentblokkens tilladelige paakjending. Grundplaten to sidekanter fastlægges da efter de konstruktive forhold saaledes at deres produkt = F. Altsaa forsaavidt kvadratisk grundplate av konstruktive grunde kunde ønskes, saa er den nødvendige sidekant

$$a = \sqrt{\frac{\sum P}{\sigma_f}}$$

„Grundplaten tykkelse  $\delta$ :" Av fig. 114 a og b sees at plate-

strimlen  $l \cdot c$  er farligst paakjendt av fundamentblokkens mottryk. Er  $M$  = mottrykkets moment m. h. t. indspændingslinjen  $\alpha - \alpha$ ,  $\sigma_p$  = grundplaten tilladelige faserspænding og  $W$  = forhaandenværende motstandsmoment i snit  $\alpha - \alpha$ , saa er:

$$M = \sigma_p \cdot W$$

$$l \cdot c \cdot \sigma_f \frac{c}{2} = \sigma_p \frac{l \cdot \delta_2^2}{6}$$

$$5) \delta_2 = c \cdot \sqrt{\frac{3 \sigma_f}{\sigma_p}}$$

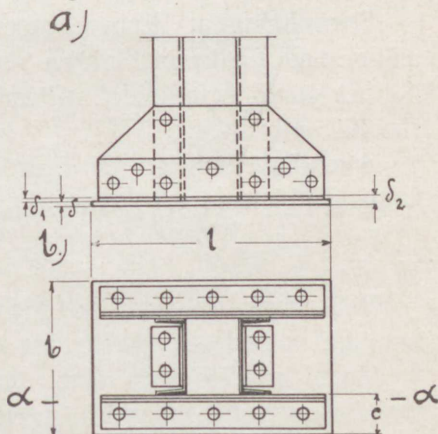


Fig. 114 a og b.

$$\text{For } \sigma_p = 1200 \text{ kg./cm.}^2 \text{ faaes: } \delta_2 = c \sqrt{\frac{9 \sigma_f}{3600}} = \frac{1}{20} c \sqrt{\sigma_f}$$

forutsat at grundplaten størrelse virkelig er utnyttet.

Bestemmer man sig nu for valget av fotvinkelens tykkelse =  $\delta_1$ , saa blir:

$$6) \delta = \delta_2 - \delta_1$$

Rager grundplaten væsentlig utover fotvinkelens ytterkant, saa maa eventuelt ogsaa momentet for overgangsstedet mellem vinkel og plate beregnes, for at avgjøre om den fundne platetykkelse ogsaa strækker til for dette tværsnit.

**b) Excentrisk belastning.** Her dannes grundplaten bedst i rektangulær form med rektanglets større sidekant i momentets virkningsretning:

Atter anvendes formelen:

$$\sigma_f = - \left( \frac{\sum P}{F} \pm \frac{\sum M}{W} \right)$$

Da minustegnet her kun har betydningen tryk i modsætning til stræk, saa kan ovenstaaende ligning, hvor det kun kommer an paa den maksimale værdi av  $\sigma_f$ , skrives:

$$\sigma_f = \frac{\sum P}{F} + \frac{\sum M}{W}$$

Rektanglets bredde  $b$  er som regel allerede paa forhaand git av konstruktive hensyn; indsættes altsaa  $F = b \cdot l$  og  $W = \frac{bl^2}{6}$ , saa lar rektanglets længde sig bestemme av ligningen:

$$\sigma_f = \frac{\sum P}{b \cdot l} + \frac{6 \sum M}{b l^2}$$

**Forankringen.** Enhver excentrisk belastet søile vil man forankre med fundamentblokken ved hjælp av ankerbolter, selv om det paa grund av forholdet mellem  $\delta_f^{\max}$  og  $\delta_f^{\min}$  ikke skulle vise sig absolut nødvendig.

Spændingsformelen 2) viser at værdien for største tryk paa fundamentblokken er:

$$\sigma_f = - \left( \frac{\sum P}{F} + \frac{\sum M}{W} \right)$$

Dette tryk optræder paa den søileside hvor resultanten av samtlige optrædende kræfter har sin beliggenhet.

Mens mindste tryk- resp. største strækpaakjending optræder paa den motsatte søileside og har værdien:

$$\sigma_f = - \left( \frac{\sum P}{F} - \frac{\sum M}{W} \right)$$

Er her  $\frac{\sum M}{W} > \frac{\sum P}{F}$ , saa vil det si at der optræder stræk; her maa altsaa under enhver omstændighet forankres.

Tilføies i fig. 115 b de to like store og motsatte kræfter  $\sum P$  i platens midte, saa indsees let at spændingsdiagrammet overensstemmende med spændingsligningene sammensættes efter fig. 115 c.

Spændingstrianglet til venstre for nullinjen angir her den strækraft som ankeret har at opta, idet for figuren er antat  $\frac{\Sigma M}{W} > \frac{\Sigma P}{F}$ .

Antages nu tyngdepunktet for dette triangel som ankerkraftens angrepspunkt, saa vil tyngdepunktet for tryktrianglet danne momentpunktet, saasnt søilen viser tendens til omkantring.

Stilles momentligningen op m. h. t. dette punkt, faar man:

$$Z \cdot \frac{2}{3} (b + c) = M - d \cdot \Sigma P$$

$$Z = \frac{M - d \Sigma P}{\frac{2}{3} (b + c)}$$

hvor  $M = \Sigma P \cdot a$  eller lik det ydre kraftmoment. Denne Z-kraft

maa nu optages av vegten av det i ankerbolten hængende murverk, samtidig som ankerbolten selv naturligvis dimensioneres efter størrelsen av kraften Z.

Av fig. 115 sees, at for motsatt virkende moment tiltrænges ogsaa en ankerbolt til høre for søilen, og hermed maa man altid regne i kranbygning.

Videre sees at en forøkelse av ankerboltens afstand fra grundplatens midte kun gjør forholdet gunstigere; man er altsaa ingen-

lunde bundet til de antagne angrepspunkter, men bør meget mer søke konstruktiv at trække ankerboltene mest mulig ut fra hinanden.

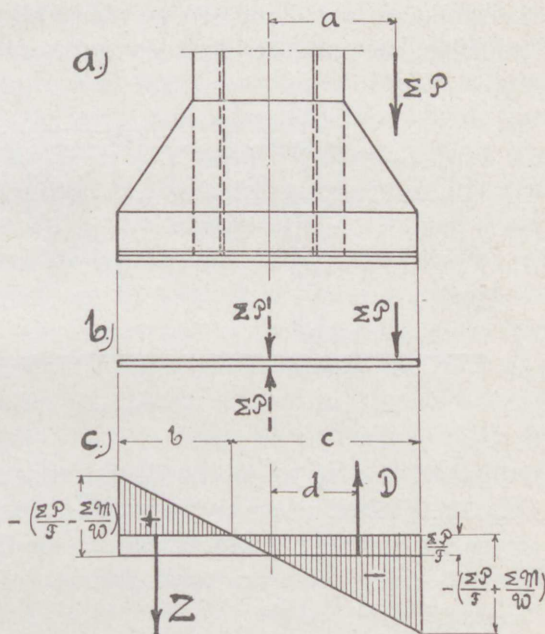


Fig. 115.

## § 9.

### Bevægelige brokraner. — Utliggerbroer.

Disse finder sin væsentligste anvendelse ved lastning og lossing av kul, træ, erts, jern o. s. v. De bestyrker et rektangulært arbeidsfelt av stor bredde (samlet brolængde optil 150 m. og derover)



og vilkaarlig længde; de egner sig derfor fortrinlig for alle slags lagerpladser, jernbanestationer, kaianlæg o. l.

**Broen, almindelig anordning.** Denne bestaar av 2 hovedbærere og eventuelt ogsaa platformbærere, symmetrisk eller ensidig anordnet i forhold til hovedbærerne. Almindeligst falder imidlertid disse sidste bort, idet man let mellem hovedbærerne finder plads til saavel nødvendige avstivninger som platformer. Hovedbærerne forbindes sig imellem ved horisontale fagverksavstivninger, om mulig saavel ved øvre som nedre gurt, samt ved vertikale andreas-kors eller andre tveravstivninger i hvert eller hvert andet felt. Maa av hensyn til kørebanens beliggenhet eller løpevoignens konstruktive anordning et av de horisontale avstivningsfagverk bortfalde, saa maa der for den gurt, som saaledes er uavstivet i

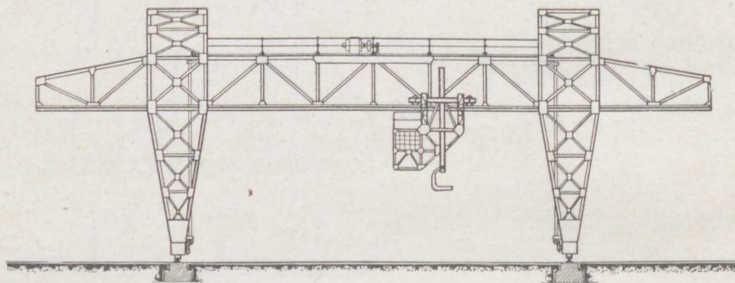


Fig. 116.

horisontal retning sørges for tilstrækkelig tveravstivning i hvert av fagverkets felter, mens av de ovenfor nævnte grunde ogsaa de forøvrige saa gunstige andreas-kors maa bortfalde, hvorfor man gaar over til særskilte rammekonstruktioner i likhet med tilfældet ved „aapne broer“.

Som regel konstrueres brokraner som utliggerbroer med dobbelt eller ensidig utligger, hvorved dennes længde bør være  $\frac{1}{4}$  til høist  $\frac{1}{2}$  av selve spændvidden. Gjøres utliggerne for lange i forhold til spændvidden, kan det hændre at man for at opnaa den nødvendige stabilitet i kranens længderetning maa arbeide med motvegter, som av hensyn til de bevægelige laster ogsaa selv bør anordnes bevægelige. En saadan motvegt betyder imidlertid en død vegt, som nødvendigvis maa virke uøkonomisk paa kraftforbruget, hvorfor anordningen muligst bør undgaaes. For en brokran med utligger-svingkran maa naturligvis for løpevoignens vedkommende stadig arbeides med motvegt. (Se side 61).

**Portalene, almindelig anordning.** Broens hovedbærere finder sine oplager paa bukker eller portaler, idet de enten ophænges eller indspændes i samme.

Saa fri ophængning som mulig er fordelagtig saafremt montagen tænkes utført uten stillas, en arbejds metode som av billighetshensyn foretrækkes av enkelte firmaer. For bygverkets samlede stivhet og soliditet er derimot en muligst omsorgsfuld forbindelse mellem brolegemet og portalen av største vigtighet, og i saa maate er en indspænding langt at foretrække, saafremt anordningen forøvrig tillater dette.

Portalene har til hensigt at overføre alle ydre kraftvirkninger til grundskinnen, som da videre overfører dem til fundamentene.

Portalkonstruktionene anordnes almindeligvis som rumfagverk med to hovedbærevægger tvers paa broretningen. Deres funktion er at overføre de vertikale laster som virker paa broen og de horisontale kræfter som virker paa dens bredside saasom vind o. s. v. Disse hovedbærevægger bør m. h. t. vertikalplanet gjennom portalens fotpunkter anordnes saa symmetrisk som mulig, hvorved man opnaar at begge vægger tar praktisk talt like stor andel i kraftoverføringen. Forøvrig bestaar portalene av to ytre og to indre tverrvægger  $\pm$  broens længderetning. Deres funktion er hovedsagelig at overføre kræfter  $\pm$  broretningen, som f. eks. vindkræfter og de støtkræfter som kan opstaa ved løpevognens fart mot de paa broen anbragte buffer. Disse tverrvægger danner utløpere fra broens horisontale avstivningsfagverk og maa likesom portalens hovedbærevægger føres frem helt ned til portalens fotpunkt, hvor konstruktionen som regel gaar over i en overordentlig solid platekonstruktion.

For mindre og middels store brokraner anbringes to saakaldte „faste portaler“, d. v. s. stive portaler med saa fuldstændig indspænding av brolegemet som mulig. Broens længdeutvidelse for temperaturforandringer vil imidlertid ved denne portalanordning i høi grad hindres, hvad der let kan bevirke ganske betydelige tvangsspændinger i enkelte av bygverkets stænger, hvorfor man her altid maa sørge for tilstrækkelig spillerum mellem grundskinnen og portalhjulets sporkrans, eller man anvender „løse portalhjul“, (d. v. s. hjulet kiles ikke som vanlig fast til akselen), hvorved den nødvendige tverbevægelse opnaaes. For længere brokraner, hvor broens længdeutvidelse kan bli ganske betragtelig, anbringes for at undgaa ovennævnte tvangsspændinger kun én av de faste portaler, mens den anden konstrueres som en smal dobbeltvægget pendelportal,

hvor grundskinnen danner det undre pendellager, og hvor oventil gjerne fire for øiemedet specielt konstruerte pendellager anbringes. Disse maa besidde evnen til at formidle ikke bare en trykoverføring, men ogsaa en eventuel nødvendig strækoverføring mellem de to portaldele hvori portalen paa grund av de anbragte lager nødvendigvis maa opdeles. En horisontal avsprængning av portalens øvre del mot broens hovedbærere er her som regel nødvendig.

Portalene forsynes som nævnt med hjul, hvorved bevægelighet i broens tverretning opnaaes. For mindre broer anbringes ett hjul direkte i hver portalfot, mens ved større broer hver portalfot stilles paa en liten vogn, balancier, forsynet med to hjul og ett led, charnier, som portallager.

Endelig maa ved enhver portal føtterne indbyrdes forbindes med et strækbaand for at motvirke disses tendens til at vike ut til siden. Ved anordning av balancier bør man paase at strækbaandet anbringes mellem portalføtterne selv, altsaa over balancierledet, idet en anbringelse under dette vil bevirke en ulike lastfordeling i de to balancierhjul, samtidig som det for større byggerk anbefales at utføre forbindelsen mellem portalfot og strækbaand som en virkelig ledforbindelse, ikke som det oftest sker ved mindre broer som en fast nagleforbindelse, hvorved tvangspændinger indledes.

**Den statiske undersøkelse.** Det første spørsmål er under hvilke forskjellige belastningstilfælder disse broer bør undersøkes. Her stiller naturligvis de forskjellige bygherrer høist forskjellige fordringer. De disponible pengemidler, byggestedets gjennomsnittlige veirforhold, byggerkets dimensioner samt eventuelle personlige synspunkter fra bygherrens side er de væsentligste faktorer av avgjørende betydning for dette spørsmål.

„*Belastningstilfælder*“: Som et forslag passende for vore forhold og en solid brokran av midlere dimensioner, kan følgende belastningstilfælder anføres som grundlag for den statiske beregning.

Tilfælde I: Egenvegt, fullastet løpevogn og eventuelle andre forekommende bevægelige laster i ugunstigste stilling samt arbeidsvind (d. v. s. den vindstyrke hvorunder arbeidet endnu kan tænkes opretholdt), ca. 50 kg./m.<sup>2</sup>, samt støt- eller bremskraft.

„*Tilladelige paakjendinger*“: Indtil 1000 kg./cm.<sup>2</sup> for fagverkstængernes vedkommende.

800 kg./cm.<sup>2</sup> for nagler paakjendt mot avklipping.

1600—1800 kg./cm.<sup>2</sup> for tryk mot naglehullets væg.

Tilfælde II: Egenvegt, ubelastet løpevoan over den faste portal og eventuelt andre bevægelige laster i gunstigste stilling samt 200 indtil høist 250 kg./m.<sup>2</sup> vind (storm).

„Tilladelige paakjendinger“: 1200 kg./cm.<sup>2</sup> for fagverkstænger-nes vedkommende.

900—1000 kg./cm.<sup>2</sup> for nagler paakjendt mot avklipping.

1800—2000 kg./cm.<sup>2</sup> for tryk mot naglehullets væg.

Videre bør man av hensyn til faren for forrustning forlange at ingen kraftstang faar mindre tykkelse end 7 m./m., samt at knæk-ningeberegningen gjennemføres efter Tetmajer, saasnt gyldighets-grænsen for Eulerformelen overskrides, mens der hvor sidstnævnte formel anvendes, bør forlanges 5-dobbelt sikkerhet mot knækning for belastningstilfælde I og 4-dobbelt sikkerhet for belastnings-tilfælde II.

**Jevnt fordelt belastning.** Enten tegnes et Cremonas kraftplan eller man anvender skjærkraftskema og momentflate.

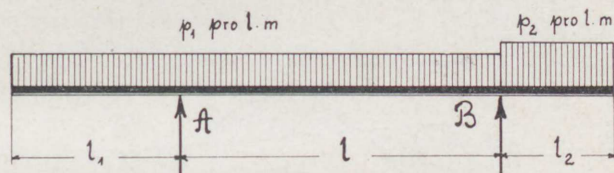


Fig. 117.

a) „Skjærkraft, fig. 118“: Behandles utliggerne og den midtre bjelkedel hver for sig, saa findes skjærkraften i venstre utligger-ende = 0, i et snit umiddelbart til venstre for A er den =  $p_1 \cdot l_1$ , mens den for et snit umiddelbart til høire for A er =  $A - p_1 \cdot l_1$ . Paa samme maate findes for høire bjelkedel værdiene 0,  $p_2 \cdot l_2$  og  $p_2 \cdot l_2 - B$ . Mellem disse grænsepunkter forløper skjærkraftstil-veksten retlinjet, da man her har med jevnt fordelt belastning at gjøre. Dette fører til det i fig. 118 optegnede skema, idet man vælger bjelkelinjen som nullinje.

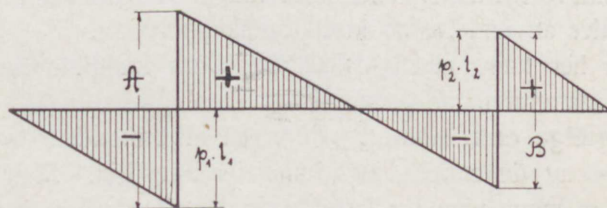


Fig. 118.

b) „Moment“, fig. 119<sup>a</sup>: Betragtes utliggerne for sig og tænkes den midtre bjelkedel foreløbig ubelastet, saa er momentene over oplagerne henholdsvis  $-\frac{p_1 l_1^2}{2}$  og  $-\frac{p_2 l_2^2}{2}$  og i utliggerenderne = 0, mens momenttilvæksten for de mellemliggende utliggerdele forløper efter parablene  $O_1 A'$  og  $O_2 B'$  og for den midtre bjelkedel efter den rette linje  $A' B'$ , da jo her foreløbig ingen laster optræder. Hele denne momentflade  $O_1 A' B' O_2$  har fortegnet minus.

Endelig tænkes den midtre bjelkedel alene belastet med  $p_1$  pr. l. m. Momentflaten for dette belastningstilfælde er som bekjendt begrænset af den valgte nullinje og en parabel med ordinatene 0 i oplagerpunkterne og  $+\frac{p_1 l^2}{8}$  midt mellem disse. Da momentene for dette belastningstilfælde dreier i modsat retning af utliggermomentene, saa faar momentflaten  $A q B$  fortegnet plus, d. v. s. parabelflaten subtraherer sig fra den tidligere fundne momentflade for utliggerne, hvilket fører til den i fig. 119 skrafferte resulterende momentflade.

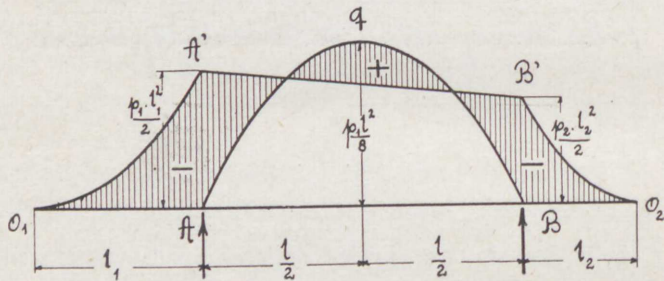


Fig. 119.

**Faste enkeltlaster.** Føres samme ræsonnement for faste enkeltlaster, saa findes let skjærkrafts- og momentflade efter fig. 120 b og c, idet man enten analytisk utregner  $M_2$ ,  $M_A$  og  $M_B$  (momentene for kun belastede utligger) samt  $M_3^0$  og  $M_4^0$  (momentene for kun belastet midtre bjelkedel) eller man vælger den grafiske fremgangsmaate under anvendelse af kraft- og taugpolygon.

Ogsaa her kan naturligvis et Cremonas kraftplan med fordel benyttes, saafremt man har med fagverk at gjøre.

**Bevægelige enkeltlaste.** Efter det hittil meddelte byder konstruktionen av de enkelte funktionsflader intet nyt. Man har kun at iagttå, at mens man for faste laster for det forhaandenværende bjelkesystem straks kan opkonstruere de resulterende diagram-

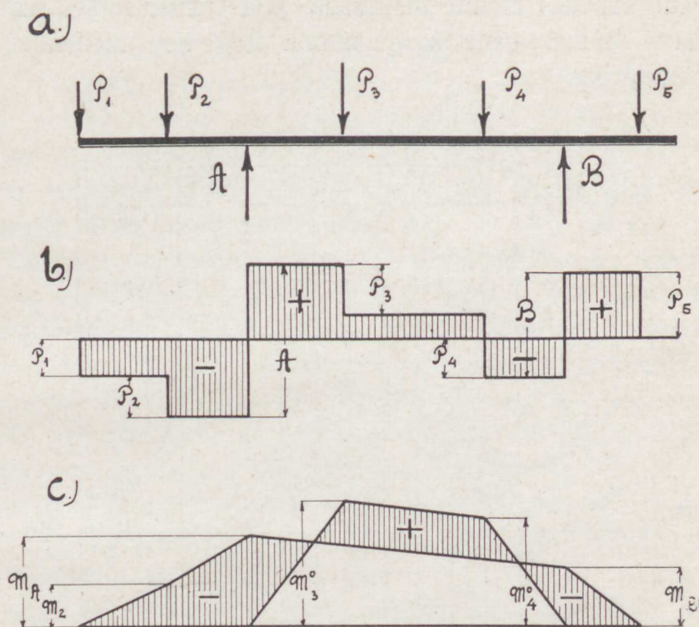


Fig. 120 a, b og c.

mer, saa maa man for bevægelige enkeltlaste for hver bjelkedel gjøre sig rede for den ugunstigste laststilling, og saa konstruere de enkelte diagrammer, som da ogsaa betragtes enkeltvis, idet man for det betræffende bjelkesnit maa utsøke den maksimale resp. minimale funktionsordinat, som den tværnsnittsstørrelse der blir at lægge til grund for dimensioneringen.

a) „Skjærkraft fig. 121 b“. For utliggerens vedkommende har man at stille løpevoغن i ytterste stilling (se fig. 121 a).

$P_1$  resp.  $P_2$  opdeles i sidekræfter angripende i de tilgrænsende knutepunkter, fra en valgt nullinje  $o-o'$  avsettes saa de fundne knutepunktslaste, og man finder de i figuren optegnede trappeformige skjærkraftsflater. For løpevoغنens stilling ytterst til venstre er skjærkraften for den midtre bjelkedel konstant og like stor som den i  $B$  optrædende negative oplagerkraft, og for ytterste laststilling til høire like stor som den i  $A$  optrædende negative oplagerkraft, hvilket gir skjærflaterne  $oxyzuvwB'$  resp.  $o'x'y'z'u'v'w'A'$ .

For laststilling paa den midtre bjelkedel findes efter side 25 A-linjen for bevægelse fra høire mot venstre, og B-linjen for bevægelse fra venstre mot høire.

Av de saaledes fundne maksimale skjærkræfter findes saa efter fig. 121 b de maksimale stangkræfter i fagverkets mellemed ved vanlig spaltning.

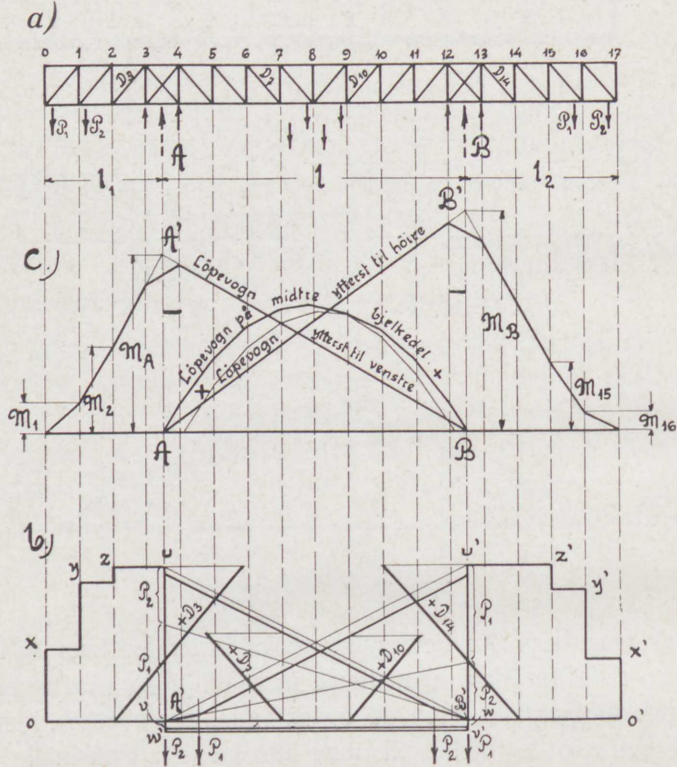


Fig. 121.

b) „Moment, fig. 121 c“. For ypperste laststilling findes efter fig. 122 og 123 i knudepunktene 1 og 16 følgende momenter.

$$M_1 = P_1 a \text{ og } M_{16} = P_2 c.$$

I knudepunktene 2 og 15:

$$M_2 = P_1 (\lambda + a) + P_2 b \text{ og } M_{15} = P_1 d + P_2 (\lambda + c).$$

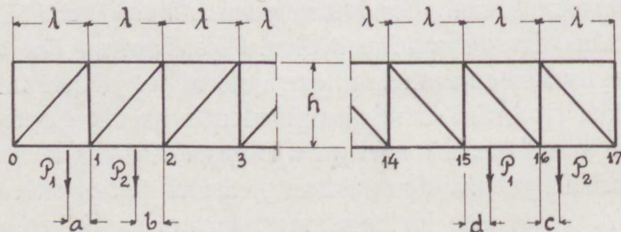


Fig. 122.

Fig. 123.

Videre er:

$$M_A = P_1 (l_1 - \lambda + a) + P_2 (l_1 - 2\lambda + b)$$

$$\text{og } M_B = P_1 (l_2 - 2\lambda + d) + P_2 (l_2 - \lambda + c),$$

mens momentflaterne for disse laststillinger mellem oplagerne forløber efter rette linjer henholdsvis A' B og B' A (fig. 121 c).

For belastning paa bjelkens midtre del findes momentflaten begrænset av to parabelgrener (side 30).

Man faar saaledes de i fig. 121 c angivne momentflater, som hver for sig blir at betragte med sit fortegn (f. eks. minus for utliggermomentene og plus for den midtre bjelkedels momenter).

Nu utsøkes for den betræffende gurtstangs momentpunkt (stangens motsvarende knutepunkt) den maksimale resp. minimale momentordinat, hvorefter gurtkraften findes ved division med gurtstangens momentarm, og dimensioneringen kan foretages.

Det bemerkes at den her valgte positive momentflate gir tryk i øvre og stræk i nedre gurt, og omvendt den negative stræk i øvre og tryk i nedre gurt.

Denne almindeligst benyttede metode for beregningen av disse broer er grundlæggende for alle andre, idet samtlige gaar ut paa at finde de samme tværnsstørrelser.

**Influenslinjer.** Til undersøkelse foreligger en brokran efter fig. 124 med stor spændvidde. En rationel konstruktion av hovedbæreren fører da til stor bjelkehøide og lang feltvidde  $2\lambda$ , hvad atter vil ha til følge at skinnebæreren maatte bli at utføre med uforholdsmæssig store dimensioner. For at raade bod paa denne omstændighet er der i bjelkens hovedsystem indlagt sekundære mellemed.

Løpevognen har 6 hjul, altsaa 3 for hver hovedbærer, samtidig som der paa høire utliggers længde er anbragt en bevægelig tragt eller samletaske for godsets viderebefordring til de jernbanevogner som passerer under broen. Herved faar man paa denne brodel atter 4 hjul (2 for hver hovedbærer), og til disse maa der tages tilbørlig hensyn ved bestemmelsen av de optrædende stangkræfter.

Beregningen foretages saaledes for dette tilfælde mest oversigtlig ved hjælp av influenslinjer. Disse findes optegnet paa side 102—103 fig. 124 b—f og 125 b—e.

Efter side 31 findes de forskjellige influensflater ved at opstille de nødvendige ligninger for de almindelige statiske likevægtsbetingelser; man har da bare grafisk at fremstille disse funktionsligninger.



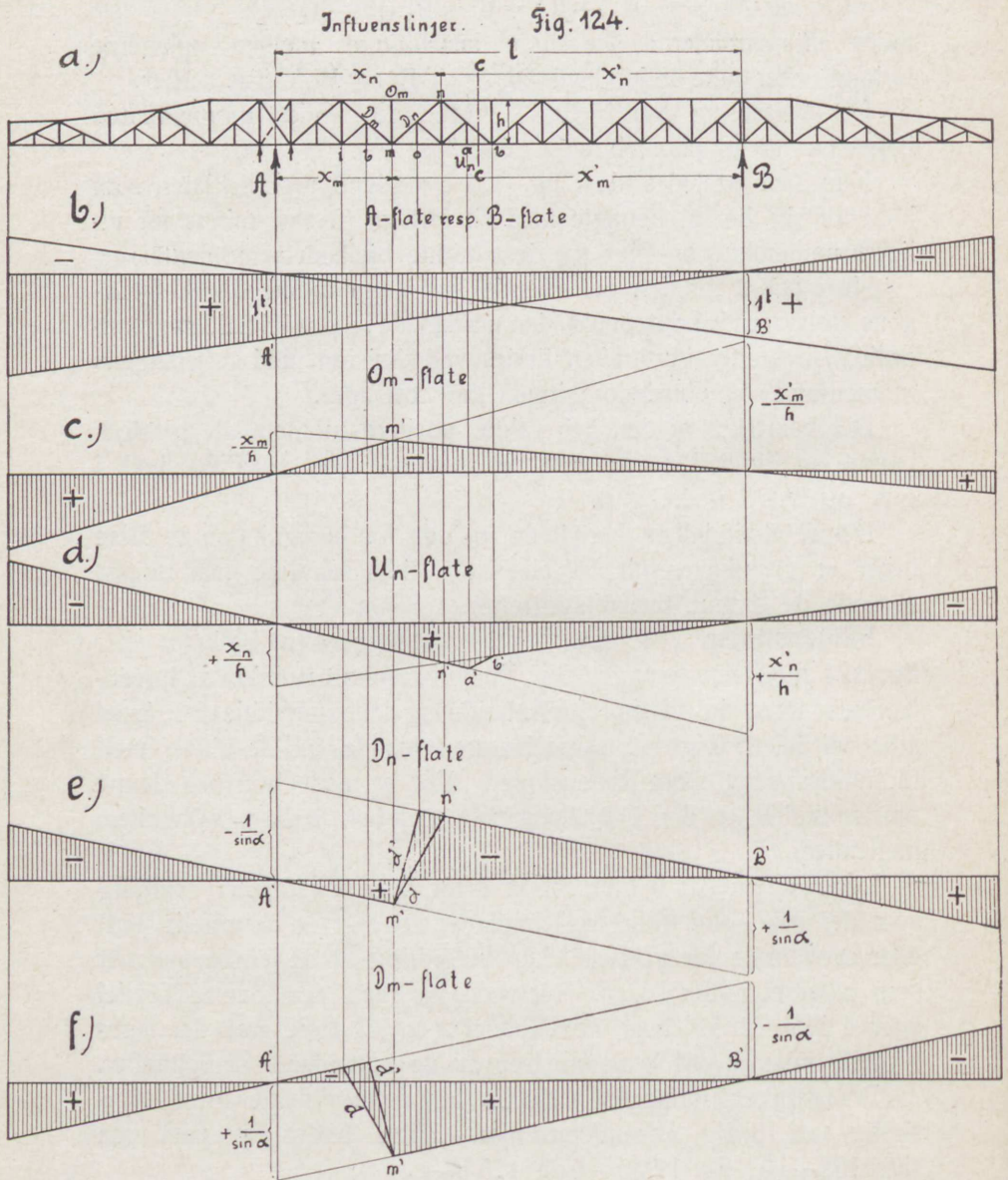


Fig. 124 a, b, c, d, e og f.

Som det sees avviker de her optegnede influensflater fra dem for den almindelige bjelke paa to oplager kun ved utliggerens og de sekundære mellemleds indflydelse.

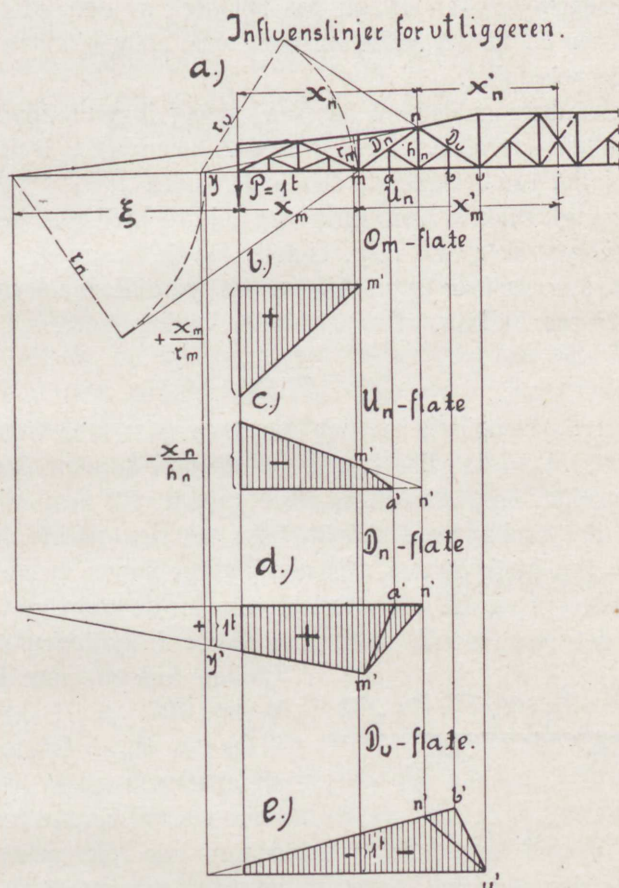


Fig. 125 a, b, c, d og e.

„Oplagerkraften“: A- resp. B-flæte, fig. 124 b.

En last  $P$  i punktet  $m$  mellem oplagerne frembringer i A oplagerkraften.

$$A = P \frac{x'_m}{l}$$

Tænkes nu  $x$  foranderlig, saa er denne værdi proportional med  $P$ , og man faar for lastenheten  $P = 1t$ .

$$A = 1 \frac{x'_m}{l}$$

hvilket er ligningen for den almindelige A-linje (side 32), kun maa her linjen forlænges utover oplagerne saa langt som utliggerprojektionens angir. At denne forlængelse forløper retlinjet videre, og at influensflaten veksler fortegn paa længden av den utligger som ikke grænser op til det søkte oplager, viser oplagerkraftens ligning for utliggerbelastning.

De sekundære mellemed har selvfølgelig ingen indflydelse paa oplagerkraftens størrelse. Analog med A-flaten findes B-flaten, den første er i fig. 124 b skraffert, den anden ikke.

For stangkrafterne skal først den midtre bjelke del behandles. „Gurtkræfterne“: O- resp. U-flate, fig. 124 c og d:

Disses størrelser er avhengig av de ydre kræfters momenter som virker paa bjelken. Den generelle ligning lyder:

$$S_m = \mp \frac{M_m}{r_m}$$

Her er:  $S_m$  stangkraften i den gurtstang som motsvarer det  $m^{\text{te}}$  knutepunkt,  $M_m =$  de ydre kræfters moment i knutepunktet  $m$  og  $r_m =$  perpendikulæren fra knutepunktet  $m$  ned paa den søkte gurtstang. I det omhandlede tilfælde er  $r$  for den midtre bjelke del konstant  $= h =$  bjelkehøiden. Det øvre fortegn minus gjelder for de øvre gurtstænger og det under fortegn plus for de undre gurtstænger, saasandt det resulterende moment indføres i ligningen med de

vanlige fortegn, som fremgaar av fig. 126.

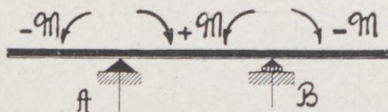


Fig. 126.

Da nu  $M_m = Ax_m$  resp.  $Bx'_m$  alt efter som lasten tænkes til høire eller til venstre for bjelkesnittet, saa gir ovenstaaende

ligning for den øvre  $m^{\text{te}}$  gurtstang følgende værdier:

$$O_m = -A \frac{x_m}{h} \text{ eller } = -B \frac{x'_m}{h}$$

Man ser altsaa at influensflaten sammensættes av de tidligere fundne A- og B-flater multiplisert med henholdsvis  $\frac{x_m}{h}$  og  $\frac{x'_m}{h}$ .

Influensflaten for lastenheten er vist i fig. 124 c. At heller ikke her de sekundære mellemed øver nogen indflydelse paa stangkraften, viser den omstændighet at den almindelige funktionsligning bevarer sin gyldighet hvor i feltet man end lægger bjelkesnittet.

En lignende behandling av funktionsligningen m. h. p. en undergurtstang fører til den i fig. 124 d optegnede influensflate. Da

snit  $c-c$  mellem punktene  $a$  og  $b$  kan tænkes lagt hvorsomhelst, saa gjælder for laster til venstre for  $a$  den med  $\frac{x'}{h}$  multipliserte B-linje og for laster til høire for  $b$  gjælder den med  $\frac{x}{h}$  multipliserte A-linje, mens projektiionspunktene  $a'$  og  $b'$  blir at forbinde retlinjet.

„Diagonalkræfterne“: D-flate, fig. 124 e og f:

Disses størrelser er avhængig av de skjærkræfter som virker paa bjelken. For en paralelbærer har man følgende generelle ligning for diagonalkraften:

$$D = \pm Q \frac{1}{\sin \alpha}$$

Her er:  $Q$  = skjærkraften for det overskaarne felt,  $\alpha$  = diagonalens heldningsvinkel med horisontalen, mens fortegnet minus gjælder for de fra oplageret mot midten stigende og plus for de fra samme mot midten faldende diagonaler. Systemet betragtes foreløbig uten hensyn til de sekundære mellemed.

For belastning til høire for bjelkesnittet er  $Q = A$ , mens belastning til venstre leverer  $Q = -B$ . Betragtes nu enkeltvis tilstandene „ $A = 1$ “ og „ $B = 1$ “, saa findes av foranstaaende ligning værdiene:

Stigende diagonaler:

$$\text{For } A = 1: D_n = -1 \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\text{„ } B = 1: D_n = +1 \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

Faldende diagonaler:

$$\text{For } A = 1: D_m = +1 \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\text{„ } B = 1: D_m = -1 \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

Disse værdier avsættes nu henholdsvis i  $A'$  og  $B'$  som ordinator for de søkte influensflater. Da nu en last over oplagerpunktene ingen indflydelse har paa diagonalkraften, saa fremstiller projektiionspunktene  $A'$  og  $B'$  nulpunkter i de søkte linjer, som av den generelle ligningsform sees at forløpe retlinjet. Forbindes altsaa de nævnte ordinatorers endepunkter med deres tilsvarende nulpunkter med rette linjer, som end yderligere forlænges ut til utliggerendernes projektiionspunkter, og projiceres det betragtede felts venstre knutepunkt ned paa B-linjen og høire knutepunkt ned paa A-linjen, saa er dermed de søkte influenslinjer utenfor feltet fundet. Inden feltet forløper som før vist influenslinjerne efter en ret linje, hvorfor de paa influenslinjerne nedprojicerte feltpunkter forbindes ved den rette linje  $d$  (fig. 124 e og f). Den av de saaledes fundne influenslinjer og den valgte nullinje indesluttete flate er da den søkte influensflate for hovedsystemet.

I det her omhandlede system gjælder denne flate for de øvre diagonaldeles systemkræfter, da disse diagonaldele jo forblir uberørt av en tænkt last i mellemvertikalen, hvorimot de undre diagonaldeles systemkræfter influeres av en saadan last.

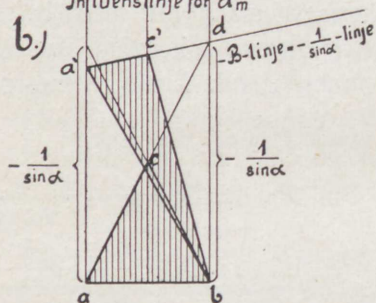
„De sekundære mellemleds indflydelse“: Betragtes de sekundære mellemlid inden det betræffende felt som et system for sig, saa findes influensflaten for den sekundære systemstang  $d$  efter fig. 127. Denne influensflade summeres nu algebraisk til de tidligere fundne  $D$ -flater efter fig. 124 e og f.

Rigtigheden av den summering som her er foretat grafisk indsees av fig. 127.

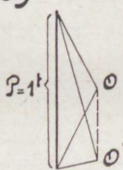
a.)



b.)



c.)



Betragtes influensflaten  $a b c$  som momentflade for lasten  $P$ , saa bestaar opgaven i at forandre flaten  $a b c$  til en likeværdig flade med en given skraa slutningslinje  $b a'$ . Linjen  $a c$  forlænges til den skjærer linjen  $B b$  i  $d$ , det paa

samme avskaarne stykke  $b d$  er da  $= \frac{1}{\sin \alpha}$ . Trækkes nu

fra  $d$  en ret linje  $\neq$  den i fig. 124 f angivne

$B \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$  — linje

til skjæring med  $A a$

i  $a'$ , saa fremstiller  $a' b$  den givne skraa

slutningslinje for den

søgte momentflade.

Trækkes nu  $P$ 's ret-

Fig. 127 a, b og c.

ningslinje til skjæring med  $a' d$  i  $c'$ , og forbindes  $c'$  med  $b$  ved en ret linje, saa er  $a' b c'$  den søgte momentflade. Dette indsees ved at sammenholde de konstruerte momentflader med de tilsvarende kraftpolygoner (fig. 127 c), idet det jo er likegyldig hvilken av de to poler  $O$  eller  $O'$  man benytter for optegningen av momentflaten.

For diagonalenes vedkommende har man altsaa efter det foregaaende:

For den øvre del av en stigende diagonal gjælder den med  $+\frac{1}{\sin \alpha}$  multipliserte  $B$ -linje fra venstre utliggerende til begyndelsen av det betragtede hovedfelt og den med  $-\frac{1}{\sin \alpha}$  multipliserte  $A$ -linje fra enden av det betragtede hovedfelt til høire utliggerende, mens influenslinjen inden feltet selv forløper efter den rette forbindelseslinje  $d$ .

For den undre del av en stigende diagonal gjælder den med  $-\frac{1}{\sin \alpha}$  multipliserte A-linje derimot fra enden av det betragtede underfelt til høire utliggerende, mens influenslinjen inden feltet selv forløper efter den rette linje  $d'$  (fig. 124 e).

For den faldende diagonal  $D_m$  faar man de tilsvarende linjer efter fig. 124 f.

For det tilfælde at bjelken ingen paralelbærer er, gjælder naturligvis ikke den opstillede ligning:

$$D = \pm Q \frac{1}{\sin \alpha}$$

Ti isaafald faar selvfølgelig den heldende gurtstang ogsaa sin komponentandel i den optrædende skjærkraft. Imidlertid benytter man sig i dette tilfælde bedre av momentmetoden (fig. 128).

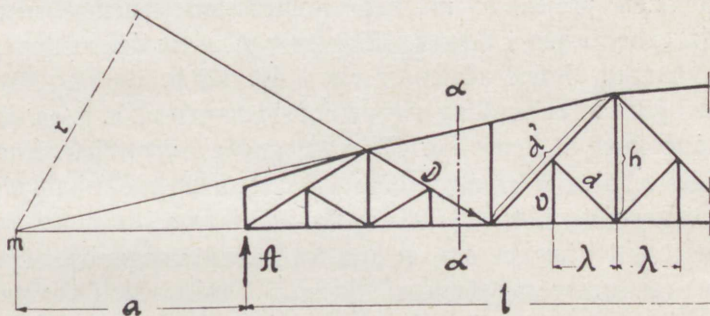


Fig. 128.

Et bjelkesnit lægges saa, at kun tre fagverksstænger overskjæres. De to overskaarne gurtstænger forlænges til snit med hinanden, og deres snitpunkt vælges til momentpunkt, hvorefter momentligningene opstilles for  $A = 1$  og  $B = 1$ .

$$D \cdot r - A \cdot a = 0 \quad \text{og} \quad D \cdot r + B(1 + a) = 0$$

$$D = +A \cdot \frac{a}{r} \quad D = -B \cdot \frac{1+a}{r}$$

$$\text{for } A = 1: \quad \text{for } B = 1:$$

$$D_{A=1} = +1 \cdot \frac{a}{r} \quad D_{B=1} = -1 \cdot \frac{1+a}{r}$$

Disse værdier avsættes nu som ordinater i influensflaten i punktene  $A'$  og  $B'$  istedenfor som ved paralelbæreren værdiene  $+\frac{1}{\sin \alpha}$  og  $-\frac{1}{\sin \alpha}$ . For en stigende diagonal maa tilsvarende ligninger opstilles.

Endelig skal stangkræfterne for utliggeren behandles.

„Gurtkræfterne“: O- resp. U-flate, fik. 125 b og c.

Den generelle ligning lyder:

$$S_m = \mp \frac{(-M_m)}{r_m} = \pm \frac{M_m}{r_m}$$

hvor bokstavene har samme betydning som før, og hvor fortegnet plus gjælder for øvre og minus for undre gurt.

Tænkes lasten  $P = 1$  i ytterste utliggerstilling saa er:

$$M_m = 1 \cdot x_m$$

Man har da for den øvre gurtstang  $O_m$ :

$$O_m = + \frac{x_m}{r_m}$$

Avsættes altsaa denne værdi lodret under utliggerenden, saa forløper efter ligningen den søkte influenslinje retlinjet mot momentpunktets projektion  $m'$ , hvor influensstørrelsen maa være lik nul, da enhetslasten i denne stilling gaar gjennom den søkte stangs momentpunkt. Influensflaten er vist i fig. 125 b.

En lignende behandling av funktionsligningen m. h. p. en undergurtstang fører til den i fig. 125 c optegnede influensflate, hvorved forbindelseslinjen  $a' m'$  angir de sekundære mellemleds indflydelse.

„Diagonalkræfterne“: D-flate, fig. 125 d og e.

Bjelkesnittet lægges saa, at kun tre fagverkstænger overskjæres. De to overskaarne gurtstænger forlænges til snit med hinanden, og deres snitpunkt vælges til momentpunkt, hvorefter momentligningen oppstilles for enhetslasten  $P = 1$  i ytterste utliggerstilling:

$$D_n \cdot r_n - 1 \cdot \xi = 0$$

$$D_n = 1 \frac{\xi}{r_n}$$

For  $\xi = r_n$  faar man:

$$D_n = +1$$

Slaaes altsaa med  $r_n$  som radius og momentpunktet som centrum en cirkelbue ned paa den undre gurtlinje, saa har man  $\perp$  under det derved fundne punkt paa den valgte nullinje at avsætte ordinaten  $+1$  og gjennom dennes endepunkt at trække influenslinjen retlinjet mot momentpunktets projektiionspunkt paa nullinjen, hvor influensstørrelsen jo maa være lik nul. Den saaledes fundne influenslinje gjælder til hovedfeltets begyndelsespunkt  $m'$ , og influensflaten for den øvre diagonaldel begrænses videre av den rette linje  $m' n'$ . For den undre diagonaldel begrænses influensflaten paa dette parti av den rette linje  $m' a'$  (fig. 125 d).

Paa lignende maate findes den i fig. 125 e optegnede influensflade for diagonalen  $D_{11}$ , idet linjen  $u'n'$  begrænser flaten for den øvre diagonal del og  $u'b'$  flaten for den undre diagonal del.

„Vertikalkræfterne“: Vertikalene hører ikke med til det egentlige fagverksystem, og faar saaledes ikke egentlige systemspændinger.

De hovedvertikaler som træffer en overgurtstang, faar kun spændinger saafremt overgurten i træfpunktet med vertikalen opviser en knæk, og vertikalkraften blir da lik forskjellen mellem vertikalprojektionene av kræfterne i de tilgrænsende gurtstænger, mens de øvrige hovedvertikaler belastes direkte av den rolig virkende belastning og de bevægelige laster for ett felts vedkommende (længde  $2\lambda$ ).

Mellemvertikalene belastes paa samme maate av de laster som falder paa længden  $\lambda$ .

Mellemdiagonalene opviser stangkrafter, som findes av proportionsligningen

$$d = \frac{V d'}{2 h}$$

hvor  $V$  = kraften i den tilgrænsende mellemvertikal,  $d'$  = længden av det betræffende felts hoveddiagonal og  $h$  = længden av den tilgrænsende hovedvertikal, (fig. 128).

**Portalberegningen.** Allerede ved projektets utarbeidelse bør man av konstruktive hensyn sørge for at de punkter hvori de forskjellige portalplan krydser hinanden, ikke falder sammen med

krydsningspunktene for bro- og portallegeme. Saaledes sees væsentlig av den grund to smaa sidefelter ekstra indlagt i systemskissen, fig. 129 a, hvorved oppnaaes en fortrinlig adskillelse av de konstruktiv vanskeligste knutepunkter a og b. Videre er av hensyn til broens store høide valgt kun

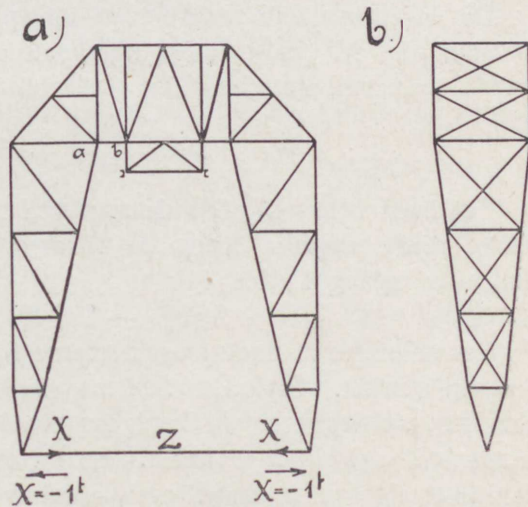


Fig. 129 a og b.



en delvis indspænding i portalleget. En fuldstændig indspænding vilde her fordrer unødigt stor høide av portaltvæggenes øvre parti, samtidig som en blot og bar ophængning av broen i portalens undre gurt baade vilde fordrer stor portalhøide og konstruktiv vanskelige avstivninger, som samtidig med at være mindre virkningsfulde vilde kræve uforholdsmæssig meget material.

**Hovedbærevæggen.** Portalens hovedbærevæg er dannet som en 2-charnierbue med strækbaand. Da skinneoplageringen tillater elastiske sideforskyvninger, saa er systemet „ydre statisk bestemt“, hvorimot det ved en sammenligning mellem antal stænger og knutepunkter efter ligningen (side 42) viser sig enkelt statisk ubestemt.

$$\begin{aligned} S + 3 &\geq 2k \\ 56 + 3 &> 2 \cdot 29 \\ 59 &> 58 \end{aligned}$$

Som statisk ubestemt størrelse vælges kraften  $X$  i strækbaandet. Som det statisk bestemte hovedsystem (tilstand  $X = 0$ ) vælges den almindelige fagverksbjelke paa to oplager uten strækbaand, hvorav stangkræfterne  $S_0$  for de belastningstilfælder som skal undersøkes med lethed findes ved hjælp av Cremonas kraftplaner.

For tilstand „ $X = -1$ “ tænkes likeledes strækbaandet borte og i dettes sted indsat to like store og motsatt rettede kræfter  $X = -1$ . Stangkræfterne  $S'$  for denne tilstand kan atter findes ved et Cremonas kraftplan.

Da nu en eventuel sænkning av oplagerpunktene er uten indflydelse paa det „indre statisk ubestemte system“, saa findes den statisk ubestemte størrelse  $X$  av elasticitetsligning 11 (side 46).

$$X = \frac{\sum S_0 S' \frac{s}{F}}{\sum S'^2 \frac{s}{F}}$$

For hvert belastningstilfælde som skal undersøkes utregnes paa denne maate værdien  $X$ , og de tilsvarende endelige stangkræfter findes av ligning 1 (side 44):

$$S = S_0 - S' \cdot X$$

Det anbefales at finde stangkræfterne  $S_0$  for hver enkelt belastningsart særskilt. Saaledes vilde man ha at tegne Cremonas kraftplan for portalegenvegten, broegenvegten og for de bevægelige lasters indflydelse paa portalen. Da nu de to sidste belastninger fremstiller sig som to enkeltlaste, angripende i skjæringspunktene mellem bro- og portalleget, saa er det tilstrækkelig at tegne ett

plan for disse to enkeltlaster  $P = 1^t$ , og saa ved multiplikation av de herved fundne stangkræfter med de virkelige laster  $P$  at finde de sande  $S_0$ -kræfter for de forskjellige belastningstilfælder. Derved sparer man i antal kraftplan, og hvad vigtigere er, man opnaar den fordel med lethed at kunne omarbeide beregningen for andre belastningsforhold end de først antagne.

Den hele beregning føres nu bekvemmest og mest oversigtlig i tabelform.

**Vindbelastning.** Overfor vindens indvirkning paa portalen er systemet statisk bestemt for den antagelse at vindkraften  $W$  optages med  $\frac{W}{2}$  av hver portalfot.

Antages et øvre og et undre horisontalt avstivningsfagverk i broen, saa indledes  $W^o$  i portalvæggens øvre tverstang og  $W^u$  i dens undre tverstang. Vinden paa portalens tværvæg skulde egentlig fordeles paa knudepunktene. Man gaar imidlertid frem med tilstrækkelig stor nøiagtighed naar man antar  $\frac{W_p}{2}$  i portalens øvre knudepunkt og  $\frac{W_p}{2}$  i dens fot-

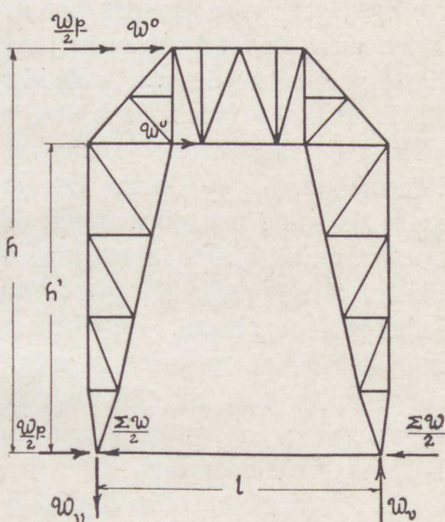


Fig. 130.

punkt. Fig. 130 viser den her valgte lastfordeling, som i fotpunktene fremkalder den horisontale reaktion  $\frac{\sum W}{2}$  og den vertikale reaktion:

$$W_v = \pm \left[ \frac{(W^o + \frac{W_p}{2})h}{1} + \frac{W^u \cdot h'}{1} \right]$$

og man kan efter utregningen av disse værdier tegne Cremona-planet for vind.

Her som ellers maa stadig erindres at man som regel har to hovedbærevægge i portalen til at opta broens samlede belastning.

**Portalens tværvægge.** Deres funktion er at opta ydre kraftvirkninger i broens længderetning, som f. eks.:

1. Vindkræfter i broens længderetning.

2. Støtkræfter, foraarsaget av løpevognens støt mot den paa broen anbragte faste buffer.
3. Optrædende bremsekræfter ifølge løpevognens pludselige avbremning.
4. De kræfter som maatte opstaa derved at en portal av en eller anden grund under bevægelsen blir tilbake for den anden.

Bærevæggenes system er statisk bestemt saafremt man for kraftoverføringen kun betrakter ett diagonaldrag av de som regel krydsede diagonaler (fig. 129 b), idet man som virksomme diagonaler vælger saadanne hvori de ydre kraftvirkninger bevirker stræk.

Systemet byder saaledes statisk set i og for sig ingen vanskeligheter, mens derimot opgavens nøiagtige løsning strander paa selve bestemmelsen av de ydre kraftvirkninger.

1. „Vind i broens længderetning“: Alle broens tverrammer eller andreaskors danner overfor vindens angrep bakenfor hinanden liggende vindflater, hvorav den forreste træffes helt av vinden, mens de bakre mer eller mindre ligger i vindskyggen.

Det er naturligvis umulig for alle tilfælder med én enkelt angivelse at sige hvor stor procentsats av samtlige trufne flater bør indføres i regningen. Det hele maa avhænge av den enkelte ingeniørs skjøn, saaledes at man for kortere broer indfører en større procentsats end for længere, samtidig som det naturligvis ogsaa spiller en væsentlig rolle om brotversnittet er bygget forholdsvist tæt eller aapent.

2. „Bufferstøtet“: For absolut uelastiske masser (saavel løpevogn som kran selv) lar sig følgende formel opstille for den støtkraft  $S^{st}$  som virker paa broen.

$$1) S^{st} = \frac{M v^2}{2 s}$$

Her er  $M = \frac{G}{g}$ , hvor  $G = \Sigma$  løpevognens hjultryk,  $g =$  tyngdekraftens acceleration  $= \sim 10$ ,  $s =$  en av den anvendte bufferfjær avhengig veilængde og  $v =$  løpevognens hastighet pr. sekund.

Den samlede støtkraft blir altsaa:

$$S^{st} = \frac{1}{2} \frac{(2 P_1 + 2 P_2) \cdot v^2}{10 \cdot s} \text{ resp. } \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot P \cdot v^2}{10 s}$$

alt efter som hjultrykkene  $P$  er ulike eller like store.

Nu er imidlertid antagelsen om absolut uelastiske masser ikke paa langt nær korrekt, saa formelen saaledes kun blir at betragte som et holdepunkt for støtkraftens skjønsmæssige bestemmelse.

3. „*Bremsekraften*“: Under den antagelse at løpevoغن pludselig avbremses saa sterkt at samtlige hjul glider langs skinnen, kan bremsekraften  $S^{br.}$  pr. skinnestreng beregnes av ligningen:

$$2) S^{br.} = (P_1 + P_2) f \text{ resp. } 2 P f$$

hvor  $f$  = koefficienten for den glidende friktion.

4. Endelig staar tilbage at finde den ydre kraftvirkning  $S$ , som maatte opstaa derved at den ene portal under bevægelsen blir tilbage for den anden. Dette kan indtræffe ved for liten adhæsion mellem kranskinne og portalens løpehjul. Man har da følgende dynamiske ligning

$$3) \frac{M v^2}{2s} + \frac{G(f_1 + \mu r)}{R} \leq \frac{1}{2} G f_2$$

Hvor  $\frac{M v^2}{2s}$  = kranens levende kraft,  $s$  = den veilængde som tiltrænges for at bringe massen  $M$  op til sin fulde hastighet  $v$ ,  $\frac{G(f_1 + \mu r)}{R}$  = en kraft som er like stor og motsat bevægelsesmotstanden, idet  $G$  = den samlede kranvegt pr. portal,  $f_1$  = koefficienten for den rullende friktion = 0,05 — 0,08,  $\mu$  = tapfriktionskoefficienten = 0,08 — 0,1,  $f_2$  = koefficienten for den glidende friktion, som av hensyn til mulig oljet skinnestreng bør sættes lavt, f. eks. 0,05,  $r$  = løpehjulets tapradius,  $R$  = løpehjulets radius og  $\frac{1}{2} G f_2$  = den glidende friktion mellem skinnen og det drevne portalhjul.

$$\text{Av ligning 3): } \frac{1}{2} \frac{G v^2}{g s} + \frac{G(f_1 + \mu r)}{R} \leq \frac{1}{2} G f_2$$

$$\text{faar man: } S = \frac{1}{2} \frac{G v^2}{g s} + \frac{G(f_1 + \mu r)}{R} - \frac{1}{2} G f_2$$

„*Indvirkning av kraften  $S$  paa brolegemet*“: Angripes nu den portal som blir tilbake, av denne kraft med  $\frac{S}{2}$  for hver portalfot, saa deformerer kranen efter fig. 131. For symmetrisk anordning vokser bøjningsmomentene fra sin nulværdi i bromidten til sin maksimalværdi ved portalindspændingen.

Er brolegemet kun op-hængt, saa overføres kraften  $S$  av øvre vindfagverk alene, og de øvre gurter faar saaledes de maksimale tillægs-spændinger efter momentet  $S \cdot \frac{l}{2}$ .

Er brolegemet derimot

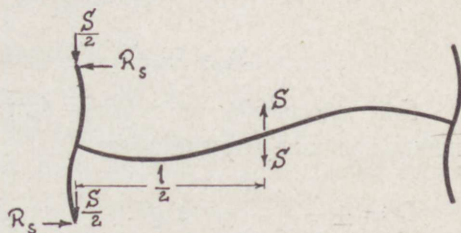


Fig. 131.

indspændt i portalen, saa overføres kraften  $S$  af begge vindfagverk i forhold til deres afstand fra portalhjulets midte. Efter fig. 132 angripes saaledes kranen af følgende kræfter:  $\frac{S}{2}$  = angripende kraft for hver portalfoot.  $S_o$  og  $S_u$  = angripende kræfter i brolegemets inflexionspunkt for henholdsvis øvre og nedre gurt.

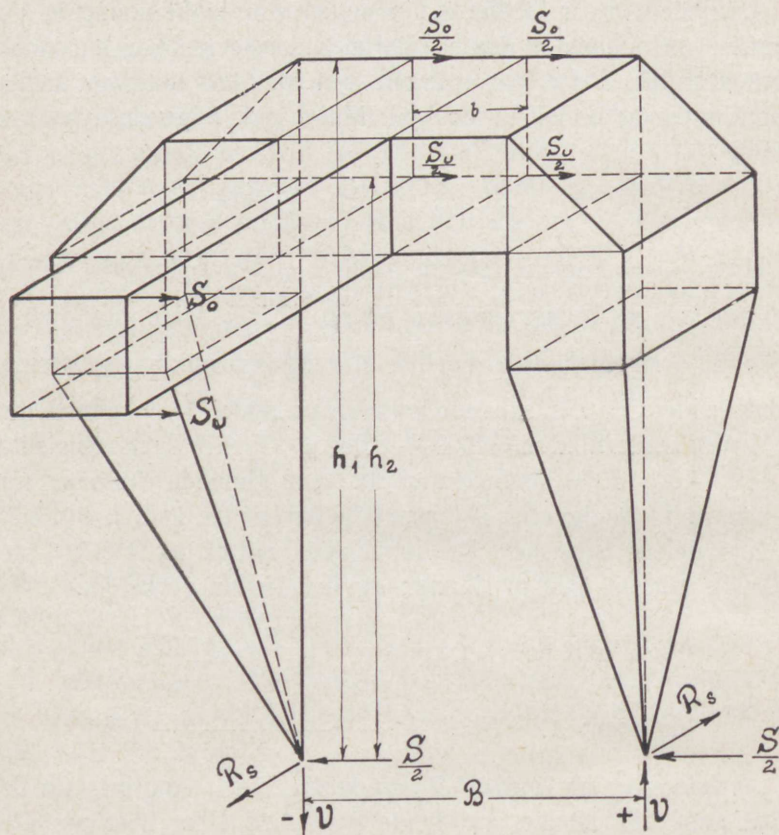


Fig. 132.

$$S_o = \pm \frac{S \cdot h_2}{h_1 + h_2} \text{ (øvre vindfagverk).}$$

$$S_u = \mp \frac{S \cdot h_1}{h_1 + h_2} \text{ (nedre vindfagverk).}$$

For symmetrisk anordning faar gurterne saaledes følgende maksimale tillægsspændinger:

$$O = \pm \frac{S_o \cdot \frac{1}{2}}{b} \text{ (øvre gurt)} \quad U = \mp \frac{S_u \cdot \frac{1}{2}}{b} \text{ (nedre gurt),}$$

hvor  $b$  = vindfagverkets bredde.

„Indvirkning av kraften  $S$  paa portalleget“: I fig. 132 sees samtlige angripende og motstaaende kræfter indtegnet. Ved broens 4 indspændingspunkter med portalens hovedbærevæg virker fra øvre vindfagverk  $\frac{S_o}{2}$  og fra nedre vindfagverk  $\frac{S_u}{2}$ . Videre virker ved portalføtterne den horisontale reaktion  $\frac{S}{2}$   $\perp$  broretningen og den vertikale reaktion:

$$V = \pm \frac{S_o \cdot h_1 + S_u \cdot h_2}{B}$$

Endelig opstaar efter fig. 133 sammesteds ogsaa det horisontale kraftpar  $R_s \cdot B$ , hvor:

$$R_s = \pm \frac{S \cdot l}{2B}$$

For de opstillede ydre kraftvirkninger skulde nu portalen teoretisk

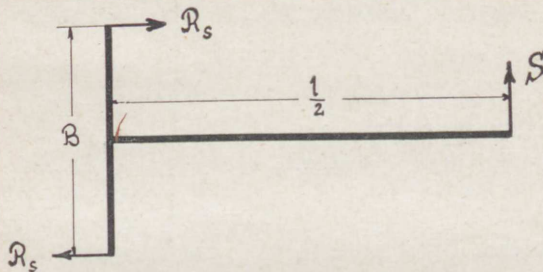


Fig. 133.

behandles som et rumfagverk. En saadan statisk undersøkelse vil imidlertid ikke alene føre til langsommelige og tidsspildende regnearbejder, men endog til meget tvilsomme

resultater, saameget mere som hele utviklingen av den indvirkende kraft  $S$  jo beror paa meget vilkaarlige antagelser m. h. t. indspændingsforholdene mellem portal og brolegeme samt friktionskoefficienter. Paa grund herav gjør man meget bedre i at fordele kraftvirkningene paa de enkelte bærevægger efter et praktisk skjøn og saa behandle hvert enkelt fagverk for sig, idet man selvfølgelig skarpt skjelner mellem hoved- og bibærevægger.

Paa samme maate behandles kraftvirkningene ifølge vind, støt fra løpevognen (eller kranen) og en eventuel pludselig avbremning av løpevognen (eller kranen).

Det er klart at alle disse tilfælder ikke kan indtræffe samtidig. I almindelighet undersøkes støt- og bremsekraften, hvorefter den ugunstigste lægges til grund for beregningen, mens der ofte bortsees fra kraftvirkningene ifølge ulike portalbevægelse, hvad ogsaa for mindre broer altid kan tillates. Er derimot broen lang og dens tverrsnit forholdsvis litet, saa bør under enhver omstændighet undersøkelsen ogsaa gjennemføres for de under 4) anførte kraftvirkninger,

idet der isaafald kan optræde ganske betydelige tvangspændinger i indspændingsstængerne mellem bro- og portallegeme.

**Kranbanen med fundament.** Som kran skinne anvendes bredbaserede løpeskinner, f. eks. Achener kran skinne nr. 3 eller 4. Valget af kran skinnen retter sig naturligvis efter det forhaandenværende hjultryk og løpehjulets diameter (se beregningen side 67).

Da det er af største vigtighed at banen stadig forblir jevn, saa kan det paa grund af de meget vekslende hjultryk ikke anbefales at lægge skinnen direkte paa sviller. Bedst er anvendelsen af gennemgaaende betonfundament, saasandt der i frostfrie dybde forefindes god byggegrund. Er derimot god byggegrund først forhaanden i større dybde, saa kan man føre enkelte fundamentblokker ned til denne dybde og saa overspænde spændvidderne med jernbetonbjelker.

Som belastning indføres i regningen det størst mulige hjultryk, som sammensættes af følgende belastninger:

Vegt af brolegemet pr. portal . . . . .	— — — — —
Portalens egen vægt . . . . .	— — — — —
Vegten af drivmekanismen pr. portal . . . . .	— — — — —
Belastet løpevogn i ytterste utliggerstilling . . . . .	— — — — —
	$S^a = \Sigma P$ — — — — —

Antages nu to balancier, hvert med to hjul, faar man:

$$\text{maks. hjultryk} = \frac{\Sigma P}{4} \text{ (symmetrisk anordning).}$$

Hertil kommer nu indflydelsen af vind (50 kg./m.<sup>2</sup>)

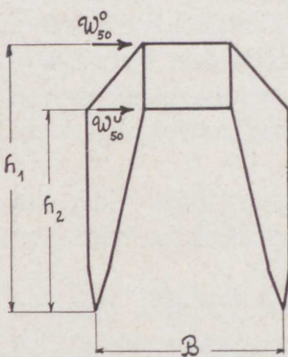


Fig. 134.

$$\text{maks. hjultryk}^{W=50} = \frac{W_{50}^o \cdot h_1 + W_{50}^u \cdot h_2}{2 B}$$

Istedenfor belastet løpevogn i ugunstigste laststilling og vind 50 kg./m.<sup>2</sup>, maa naturligvis ubelastet løpevogn over portal og vind 200—250 kg./m.<sup>2</sup> indføres i regningen, saafremt dette tilfælde fører til ugunstigere resultat.

Overskrider det specifikke betontryk den tilladelige grænse om skinnen lægges direkte paa betonunderlaget, saa fastklinkes skinnen til et (bedst bredflenset) **I**-jern, som indstøpes eller indstampes i betonfundamentet.

For den belastningslængde l hvorunder hjultrykket P kan tænkes jævnt fordelt paa betonunderlaget, antages en lastfordeling under 45°.

Belastningsbredden betinges av det anvendte **I**-jerns flensbredde  $b'$ , og man faar:

$$l = 2(h + h') \text{ og } b = b' + 2h'$$

Dette gir en belastningsflate  $2(h + h') \cdot (b' + 2h')$  cm.<sup>2</sup>, og betonpaakjendingen blir da:

$$\sigma = \frac{\text{maks. hjultryk}}{2(h + h')(b' + 2h')}$$

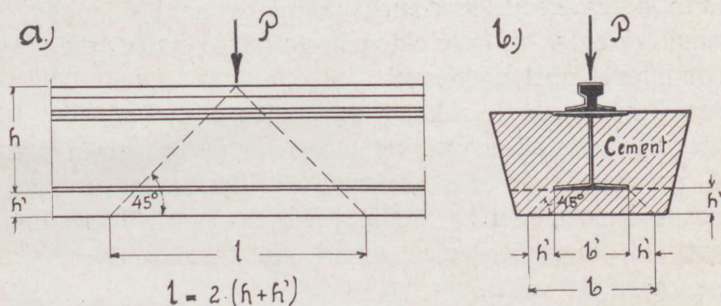


Fig. 135 a og b.

Likeledes maa fundamentets underflade være saa stor at trykket paa fundamentgrunden ikke overskrider den tilladelige ydergrænse. (For god byggegrund regnes 2,5—5 kg./cm.<sup>2</sup>, idet den ytre grænse kun anvendes efter omhyggelige boreundersøkelser).

Da det ikke vil være mulig direkte at indbetonere skinnebjelken nøiagtig i nivaa over den hele længde, blir den praktiske arbejds-gang følgende:

Under fundamentets betonning utspares en rende saa stor at der gives bekvem plads til senere anbringelse av skinnebjelken. I denne rende betonnes omtrent hver 5te meter tverribber ca. 5 cm. høie, hvorpaa skinnebjelken oplægges. Ved stenskruer eller kiler kan nu skinnebjelken nøiagtig justeres, hvorpaa den understøpes med cement, og renden utstampes med beton endnu før cementen er helt avbundet. Anvendes ikke særskilt skinnebjelke, men lægges skinnen direkte paa fundamentet, saa tiltrænges et mellemliggende justeringsskikt.

Ligger endelig god byggegrund saa dypt at den her foreslaede fundamentering viser sig uforholdsmæssig kostbar, kan de nævnte

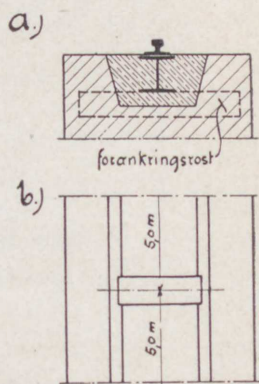


Fig. 136 a og b.



fundamentklodser ved pæleverk føres videre ned til nødvendig dybde, kun bør da pælerne for en del rammes skraat for bedre at kunne optage de horisontale kraftvirkninger.

**Kranens forankring.** Da kranen altid maa forankres mens arbeidet hviler, saa bør der sørges for enkelte sikre forankringssteder. Disse utføres bedst saa, at skinnebjelken paa de betræffende steder forbindes med en rost av jernbjelker, som med lethed forankres i det forhaandenværende fundament. Skinnetænger bør kun anvendes for mindre kraner, og hvor skinnen over hele sin længde er særlig solid forbundet med underlaget.

Den her omtalte forankring av kranen mens arbeidet hviler, oversees desværre altfor ofte, og mange er de brokraner som paa grund av manglende eller utilstrækkelig forankring er gaat sin undergang i møte, idet en pludselig storm har sat dem i fart, saa de ved støt mot gjenstande som i øieblikket muligens maatte stænge banen, er veltet.

En nagles motstandsevne overfor avklipping i tons. (Tabel I).

Naglebetegnelse . .	●		⊗		⊘		○		⊘		⊗		
	10 mm.		13 mm.		16 mm.		20 mm.		23 mm.		26 mm.		
Naglediameter . . .	0,7854 cm. <sup>2</sup>		1,3273 cm. <sup>2</sup>		2,0106 cm. <sup>2</sup>		3,1416 cm. <sup>2</sup>		4,1548 cm. <sup>2</sup>		5,3093 cm. <sup>2</sup>		
Nagletversnit . . . .	enkelt snit	dobbel snit	enkelt snit	dobbel snit	enkelt snit	dobbel snit	enkelt snit	dobbel snit	enkelt snit	dobbel snit	enkelt snit	dobbel snit	
Tilladelige paaakjendinger mot avklipping	0,700 t./cm. <sup>2</sup>	0,54	1,09	0,92	1,85	1,40	2,81	2,19	2,39	2,90	5,81	3,71	7,43
	0,750 "	0,58	1,17	0,99	1,99	1,50	3,15	2,35	4,71	3,11	6,23	3,98	7,96
	0,800 "	0,62	1,25	1,06	2,12	1,60	3,21	2,51	5,02	3,32	6,64	4,24	8,49
	0,850 "	0,66	1,33	1,12	2,25	1,70	3,41	2,67	5,34	3,53	7,06	4,51	9,02
	0,900 "	0,70	1,41	1,19	2,38	1,80	3,61	2,82	5,65	3,73	7,47	4,77	9,55
	0,950 "	0,74	1,49	1,26	2,52	1,91	3,82	2,98	5,96	3,94	7,89	5,04	10,08
	1,00 "	0,79	1,57	1,33	2,65	2,01	4,02	3,14	6,28	4,15	8,31	5,31	10,62

En nagles motstandsevne overfor tryk mot naglehullets  
væg i tons. (Tabel II).

Naglebetegnelse . .	●	⊗	⊖	○	⊘	⊙	Plate- tyk- kelse mm.
Naglediameter . . . .	10mm.	13mm.	16mm.	20mm.	23mm.	26mm.	
1400 kg./cm. <sup>2</sup> tilladelig paakjending. 1600 kg./cm. <sup>2</sup> tilladelig paakjending. 1800 kg./cm. <sup>2</sup> tilladelig paakjending. 2000 kg./cm. <sup>2</sup> tilladelig paakjending.	0,84	1,09	1,34	1,68	1,93	2,18	6
	0,96	1,24	1,53	1,92	2,20	2,48	
	1,08	1,40	1,72	2,16	2,48	2,80	
	1,20	1,56	1,92	2,40	2,76	3,12	
	0,98	1,27	1,56	1,96	2,25	2,54	7
	1,12	1,45	1,79	2,24	2,57	2,90	
	1,26	1,63	2,01	2,52	2,89	3,26	
	1,40	1,82	2,24	2,80	3,22	3,64	
	1,12	1,45	1,79	2,24	2,57	2,90	8
	1,28	1,66	2,04	2,56	2,94	3,32	
	1,44	1,87	2,30	2,88	3,31	3,74	
	1,60	2,08	2,56	3,20	3,68	4,16	
	1,26	1,63	2,01	2,52	2,89	3,26	9
	1,44	1,87	2,30	2,88	3,31	3,74	
	1,62	2,10	2,59	3,24	3,72	4,20	
1,80	2,34	2,88	3,60	4,14	4,68		
1,40	1,82	2,24	2,80	3,22	3,64	10	
1,60	2,08	2,56	3,20	3,68	4,16		
1,80	2,34	2,88	3,60	4,14	4,68		
2,00	2,60	3,20	4,00	4,60	5,20		
1,54	2,00	2,46	3,08	3,54	4,00	11	
1,76	2,28	2,81	3,52	4,04	4,56		
1,98	2,57	3,16	3,96	4,45	5,14		
2,20	2,87	3,52	4,40	5,06	5,72		
1,68	2,18	2,68	3,36	3,86	4,36	12	
1,92	2,49	3,07	3,84	4,41	4,98		
2,16	2,80	3,45	4,32	4,96	5,60		
2,40	3,12	3,84	4,80	5,52	6,24		
1,82	2,36	2,92	3,64	4,18	4,72	13	
2,08	2,70	3,32	4,16	4,78	5,40		
2,34	3,04	3,74	4,68	5,38	6,08		
2,60	3,38	4,16	5,20	5,98	6,76		
1,96	2,54	3,13	3,92	4,50	5,08	14	
2,24	2,94	3,58	4,48	5,15	5,88		
2,52	3,17	4,03	5,04	5,79	6,34		
2,80	3,64	4,48	5,60	6,44	7,28		
2,10	2,73	3,36	4,20	4,83	5,46	15	
2,40	3,12	3,84	4,80	5,52	6,24		
2,70	3,51	4,32	5,40	6,21	7,02		
3,00	3,90	4,80	6,00	6,90	7,80		

