

Denne fil er downloadet fra
Danmarks Tekniske Kulturarv
www.tekniskkulturarv.dk

Danmarks Tekniske Kulturarv drives af DTU Bibliotek og indeholder scannede bøger og fotografier fra bibliotekets historiske samling.

Rettigheder

Du kan læse mere om, hvordan du må bruge filen, på
www.tekniskkulturarv.dk/about

Er du i tvivl om brug af værker, bøger, fotografier og tekster fra siden, er du velkommen til at sende en mail til *tekniskkulturarv@dtu.dk*

Ledetraad
ved Undervisningen i
Bygningsstatik
i det tekniske Institut
1875



74



~~5319:69~~

~~5319:69~~

TB Gl.

624.0 Sed

DANMARKS
TEKNISKE BIBLIOTEK

15-11.

Ledetraad

ved Underviisningen

i

Bygningsstatik

i

det tekniske Institut.

1875.

Trykt som Manuskript.

Kjøbenhavn.

Trykt hos J. D. Qvist & Komp.

1875.

Grandingen = 18400

$$10.18400 \approx 16800 \cdot \frac{d^4}{8,5^4}$$

$d \approx 5,3''$ oder lit 6.

sehr dü. in central? 3.10.18400

Indledende Bemærkninger.

Materie kaldes alt Det, der ved Sandsning kan fornemmes. Den opfylder Rummet og er bevægelig; men, ingen Materie kan uden ydre Anledning sætte sig i Bevægelse eller forandre sin Bevægelse. (Inertiens Lov).

Kraft kaldes den Virksomhed i Naturen, der er Aarsag til en Forandring i Materiens Tilstand, eller er Aarsag til en Indledning eller Forandring af en Bevægelse.

Et materielt Legeme er en begrændset Deel af Materien. Ethvert materielt Legeme har en vis Form, et vist Volumen og indeholder en vis Mængde af Materie: Masse.

Et materielt Legeme bestaaer af materielle Partikler eller Punkter.

En enkelt Kraft virker paa et enkelt Punkt, Kraftens Angrebspunkt. Et Legeme kan paa forskellige Punkter paavirkes af forskellige Kræfter: et System af Kræfter. Hvor disse op hæve hinandens Virkninger, saaat ingen Bevægelse foregaaer, ere Kræfterne i Ligevægt; hvis ikke, opstaaer en Bevægelse, som er Legemets Flytning i Forhold til Omgivelserne.

I Statiken betragtes Kræfterne uden Hensyn til den Bevægelse, de kunne fremkalde. — Den handler dels om Kræfternes Ændring, navnlig deres Sammensætning til een eller Op løsning i flere, dels om Betingelserne for deres Ligevægt (Ligevægtslæren).

Først betragtes det enkelte Punkt, siden Systemer af Punkter (Legemer).

STATIK.

Kræfter virkende paa et enkelt Punkt.

En Kraft, som virker paa et enkelt Punkt, maa have en vis Retning og en vis Størrelse. Retningen er den, hvori Kraften søger at bevæge Punktet. — I Størrelse kunne Kræfterne sammenlignes uden at tage Hensyn til Bevægelsen. Man siger nemlig, at to Kræfter ere ligestore, naar de virkende paa et Punkt i modsatte Retninger holde hinanden i Ligevægt. Virke saadanne to ligestore Kræfter paa samme Punkt i samme Retning, give de en enkelt Kraft, som er dobbelt saa stor som hver af dem.

Den enkelte Kraft, som kan sættes istedet for flere andre, kaldes disse Kræfters Resultant, og de Kræfter, den træder istedetfor, kaldes dens Komposanter.

To Kræfter, P og Q , som virke paa samme Punkt i samme Retning, give en Resultant:

$$R = P + Q.$$

Virke de to Kræfter P og Q i modsat Retning, og er f. Ex. $P > Q$, saa er Resultanten:

$$R = P - Q,$$

der gaaer i Retning af den største Kraft P .

Haves et hvilket som helst Antal Kræfter: $P_1, P_2, P_3 \dots$ i een Retning og nogle andre $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$ i den modsatte Retning, saa faaes Resultanten ved at addere alle de Kræfter, der gaae i den ene Retning: $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$ og alle de, der gaae i den anden Retning $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$, og da trække den mindre Sum fra den større:

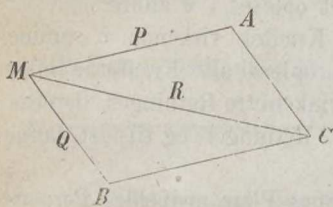
$$R = P - Q,$$

idet Resultanten som før gaaer i Retning af den største. Ere de to Summer P og Q ligestore, hæve de hinanden, og vi faae $R = 0$.

En Kraft kan grafisk fremstilles ved en ret Linie, hvis Retning falder sammen med Kraftens Retning, og hvis Længde angiver Kraftens Størrelse, idet man vilkaarligt vælger en Længdeenhed, der angiver Eenhed af Kraft. Længden af Linien angives da ved det

samme Tal som Størrelsen af Kraften. Man kan paa denne Maade sige, at Kraften er lig med Liniens Længde.

Betragtes 2 Kræfter: $MA = P$ og $MB = Q$, der virke paa eet Punkt og danne en Vinkel AMB med hinanden, saa vil Resultanten R saavel i Retning som i Størrelse være fremstillet ved Diagonalen MC i Parallelogrammet, der kan tegnes paa Grundlag af de to Kræfter og Vinkelen mellem dem: Kræfternes Parallelogram.

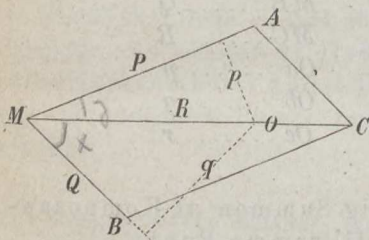


Af $\triangle MAC$ har man nu (da $AC = Q$):

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2 \cdot P \cdot Q \cdot \cos \angle PQ}$$

og

$$\frac{P}{\sin \angle RQ} = \frac{Q}{\sin \angle RP} = \frac{R}{\sin \angle PQ}$$



Nedfældes fra et Punkt O i Resultanten Linierne p og q vinkelret paa Kraftretningerne P og Q , da er

$$\sin \angle RQ = \frac{q}{MO}$$

$$\text{og } \sin \angle RP = \frac{p}{MO}$$

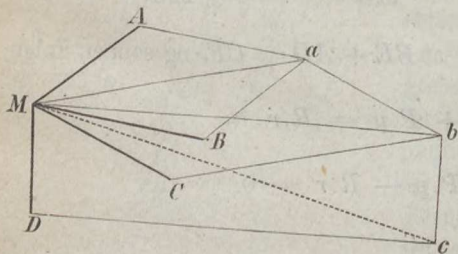
altsaa ifølge foregaaende Ligning

$$\left(\frac{P}{\left(\frac{q}{MO} \right)} \right) = \left(\frac{Q}{\left(\frac{p}{MO} \right)} \right)$$

eller

$$P \cdot p = Q \cdot q.$$

Betragtes nu flere f. Ex. 4 Kræfter: MA , MB , MC og MD



virkende paa et enkelt Punkt M , kunne de sammensættes til en enkelt Kraft, idet man først sammensætter de 2 Kræfter MA og MB til deres Resultant Ma , dernæst denne og Kraften MC til deres Resultant Mb og endelig

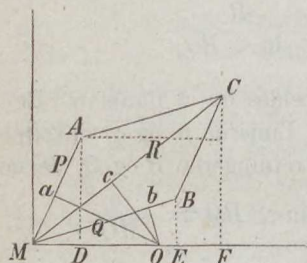
denne og MD til Mc , der da vil være Resultanten af det hele System.

Naar Punktet c falder i M , vil Resultanten være Nul og Systemet i Ligevægt. Den Orden, hvori Kræfterne sammensættes, er ligegyldig. —

Ligesom 2 Kræfter kunne samles til en enkelt Resultant, saaledes kan ogsaa omvendt en enkelt Kraft opløses i 2 andre.

Ved Sættelse af et Antal Kræfter virkende i samme Plan er det ofte fordeeltigt først at opløse alle Kræfterne efter 2 vilkaarligt valgte men paa hinanden vinkelrette Retninger, derefter addere Komposanterne efter hver af de 2 Retninger og tilsidst danne Resultanten i Rektanglet.

Naar der fra et Punkt O i Kræfternes Plan nedfældes Perpendikulærer paa de to Komposanternes og Resultantens Retning, kaldes disse vinkelrette Linier Kræfternes Arme, og Produktet af Kraften og dens Arm kaldes Kraftens statiske Moment med Hensyn til Punktet O .



MA kaldes P
 MB Q
 MC R
 Oa p
 Ob q
 Oc r

Momentet af Resultanten er lig Summen af Komposanternes Momenter med Hensyn til samme Punkt.

$$\begin{aligned} \triangle MBE \sim \triangle MOb & \therefore \frac{BE}{MB} = \frac{Ob}{MO} \therefore BE = \frac{Q \cdot q}{MO} \\ \triangle MAD \sim \triangle MOa & \therefore \frac{AD}{MA} = \frac{Oa}{MO} \therefore AD = \frac{P \cdot p}{MO} \\ \triangle MCF \sim \triangle MOc & \therefore \frac{CF}{MC} = \frac{Oc}{MO} \therefore CF = \frac{R \cdot r}{MO} \end{aligned}$$

Men man kan let bevise, at $BE + AD = CF$, og som en Følge heraf maa

$$Q \cdot q + P \cdot p = R \cdot r$$

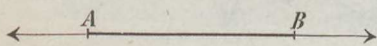
som ogsaa kan skrives

$$Q \cdot q + P \cdot p - R \cdot r = 0.$$

Kræfter virkende paa et System af Punkter.

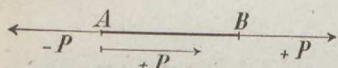
Her betragtes kun et fast System af Punkter, nemlig et saadant, hvori Forbindelsesmaaden tvinger Punkterne til at blive uforandrede indbyrdes.

Et fast System af 2 Punkter A og B er i Ligevægt, naar det



underkastes ligestore Kræfter i modsatte Retninger efter Linien AB . Kræfterne bevirke

altsaa en Udstramning eller Sammentrykning, dog uden Forlængelse eller Forkortning, hvilket forhindres af Punkternes faste Forbindelse. —



Er Linien AB underkastet 3 Kræfter i Retning af dens Forlængelse:

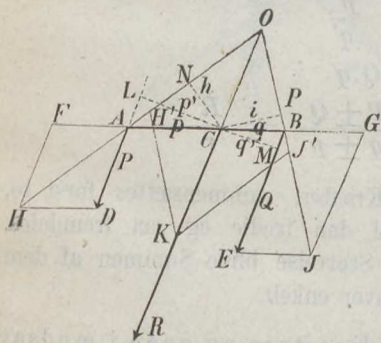
— P og $+P$ paa A og $+P$ paa B

saa vil Resultanten $+P$ efter Omstændighederne komme til at virke paa B eller A , eftersom man betragter $-P$ paa A som ophævet ved $+P$ paa A eller ved $+P$ paa B . Dette er med andre Ord: Det er tilladt i et fast System af Punkter at flytte Kraftens Angrebspunkt til et hvilket som helst andet Punkt i Kraftens Retning, forsaavidt det nye Punkt tænkes fast forbundet med Systemet.

To parallelle Kræfter kunne i Reglen sammensættes til en Resultant. Punkterne A og B ere fast forbundne, og Systemet

paavirkes i A af $AD = P$ og i B af $BE = Q$, idet $AD \neq BE$.

Tilføies nu to Kræfter AF og BG , ligestore men virkende i modsatte Retninger, altsaa opheevende hinanden, og sammensættes AD og AF til AH , BE , og BG til BJ , saa kunne Angrebspunkterne for disse to Kræfter tænkes flyttede til Skjæringspunktet O af deres Retninger og her sammenættes til deres Resultant, som atter flyttes i sin egen Retning til Punktet C , idet $OK = CR = P + Q$. —

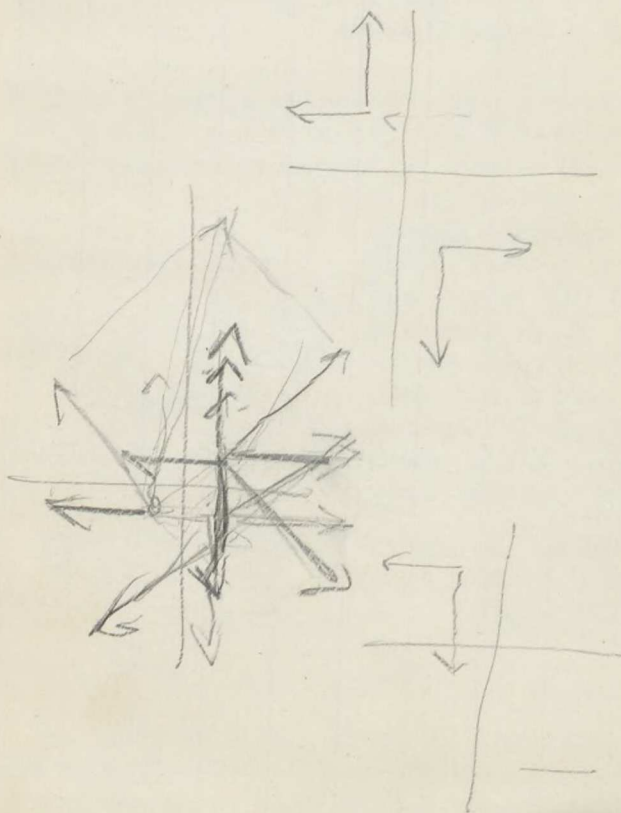


kraftens Arm, og Svingkraftens Størrelse maales ved Produktet af en af de parallelle Kræfter og Armen, hvilket Produkt kaldes Svingkraftens Moment.

Haves to Kræfter, som ikke ere parallelle men beliggende i samme Plan, da kunne de sammensættes, idet Angrebepunkterne forflyttes i Kraftretningerne. En Kraft lig og modsat



t i Lige-
; Q holde
har da
er lig og
ndre.



parallel-
der man
erne efter
ette men
te Ret-
ledes det
paavirket
 P_4 og P_5 ,
kan man
er de to
om oftest
t og OY

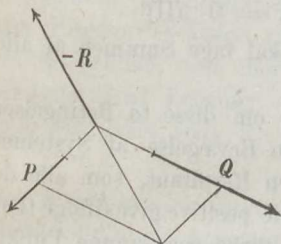
rette V_1
— V_2
— V_3
— V_4
— V_5 .

af to Sy-
føre det
man nu
for posi-

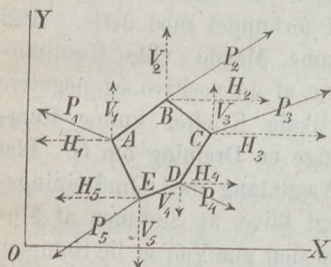
og de lodret nedad for negative, da er det klart, at Betingelsen for, at ingen Bevægelse efter nogen af de to Retninger finder Sted, maa være, at Summen af Kræfterne, der virke vandret, er

kraftens Arm, og Svingkraftens Størrelse maales ved Produktet af en af de parallelle Kræfter og Armen, hvilket Produkt kaldes Svingkraftens Moment.

Haves to Kræfter, som ikke ere parallelle men beliggende i samme Plan, da kunne de sammensættes, idet Angrebepunkterne forflyttes i Kraftretningerne. En Kraft lig og modsat Resultanten vil holde Systemet i Ligevægt; saaledes ville $-R$, P og Q holde hinanden i Ligevægt. Man har da 3 Kræfter, hvoraf hver især er lig og modsat Resultanten af de 2 andre.



Haves et System af flere Kræfter, der ikke ere parallelle, virkende paa et fast System af Punkter, finder man lettest Betingelserne for Ligevægt ved at opløse alle Kræfterne efter to paa hinanden vinkelrette men

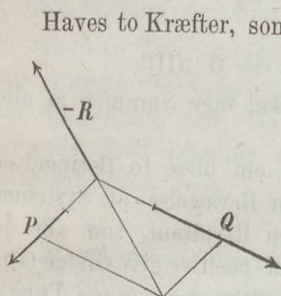


forøvrigt vilkaarligt valgte Retninger (Axe). — Er saaledes det faste System $ABCDE$ paaavirket af Kræfterne P_1, P_2, P_3, P_4 og P_5 , (der alle ligge i een Plan) kan man opløse hver af disse efter de to Retninger OX og OY , som oftest saaledes, at OX er vandret og OY lodret. Man faaer da:

P_1	opløst i dens vandrette Komposant	H_1	og den lodrette	V_1
P_2	— — — — —	H_2	— — — — —	V_2
P_3	— — — — —	H_3	— — — — —	V_3
P_4	— — — — —	H_4	— — — — —	V_4
P_5	— — — — —	H_5	— — — — —	V_5

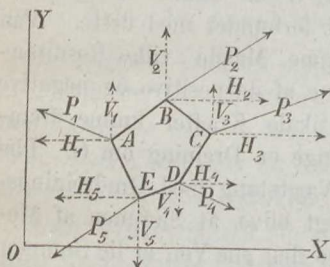
Man har herved opnaaet at faae Systemet paaavirket af to Systemer af parallelle Kræfter, hvoraf det ene vil stræbe at føre det i vandret Retning, det andet i lodret Retning. — Naar man nu vedtager at regne de Kræfter, der virke vandret til Høire for positive, de tilvenstre negative, de, der virke lodret opad for positive og de lodret nedad for negative, da er det klart, at Betingelsen for, at ingen Bevægelse efter nogen af de to Retninger finder Sted, maa være, at Summen af Kræfterne, der virke vandret, er

kraftens Arm, og Svingkraftens Størrelse maales ved Produktet af en af de parallelle Kræfter og Armen, hvilket Produkt kaldes Svingkraftens Moment.



Haves to Kræfter, som ikke ere parallelle men beliggende i samme Plan, da kunne de sammensættes, idet Angrebspunkterne forflyttes i Kraftretningerne. En Kraft lig og modsat Resultanten vil holde Systemet i Ligevægt; saaledes ville $-R$, P og Q holde hinanden i Ligevægt. Man har da 3 Kræfter, hvoraf hver især er lig og modsat Resultanten af de 2 andre.

Haves et System af flere Kræfter, der ikke ere parallelle, virkende paa et fast System af Punkter, finder man lettest Betingelserne for Ligevægt ved at opløse alle Kræfterne efter to paa hinanden vinkelrette men



forøvrigt vilkaarligt valgte Retninger (Axe). — Er saaledes det faste System $ABCDE$ paavirket af Kræfterne P_1, P_2, P_3, P_4 og P_5 , (der alle ligge i een Plan) kan man opløse hver af disse efter de to Retninger OX og OY , som oftest saaledes, at OX er vandret og OY lodret. Man faaer da:

P_1	opløst i dens vandrette Komposant	H_1	og den lodrette	V_1
P_2	— — — — —	H_2	— — —	V_2
P_3	— — — — —	H_3	— — —	V_3
P_4	— — — — —	H_4	— — —	V_4
P_5	— — — — —	H_5	— — —	V_5

Man har herved opnaaet at faae Systemet paavirket af to Systemer af parallelle Kræfter, hvoraf det ene vil stræbe at føre det i vandret Retning, det andet i lodret Retning. — Naar man nu vedtager at regne de Kræfter, der virke vandret til Høire for positive, de tilvenstre negative, de, der virke lodret opad for positive og de lodret nedad for negative, da er det klart, at Betingelsen for, at ingen Bevægelse efter nogen af de to Retninger finder Sted, maa være, at Summen af Kræfterne, der virke vandret, er

lig 0, og Summen af Kræfterne, der virke lodret, er lig 0 :

$$H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_n = 0$$

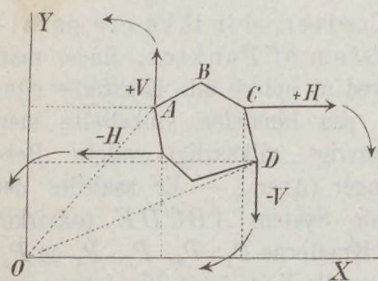
$$\text{og } V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_n = 0$$

hvilket ogsaa kan skrives:

$$\Sigma (H) = 0 \quad (\text{I}) \quad \text{og} \quad \Sigma (V) = 0 \quad (\text{II})$$

hvor Tegnet Σ (Sigma) betyder, at man skal tage Summen af alle de forskjellige H^{er} og V^{er} .

Det er imidlertid indlysende, at, selv om disse to Betingelser ere opfyldte, vil der dog kunne finde en Bevægelse af Systemet Sted, nemlig en Dreining. Thi, vel er den Resultant, som alle de negative H^{er} give, netop lig den, som alle de positive give (ifølge (I)); men det er ikke sagt, at disse to Kræfter virke paa samme Punkt.



Er dette ikke Tilfældet, da ville de stræbe at dreie Systemet om et eller andet Punkt, som vi kunne betragte som fast, f. Ex. O , idet vi da tænke os Systemet fast forbundet med dette. Paa samme Maade ville Resultanterne af de positive og negative vertikale Kræfter kunne frembringe en Dreining om O . Idet

vi da nu betragte $OABCD$ som en Vægtstang med Omdreiningspunkt i O , maa Betingelsen for Ligevægt blive, at Summen af Momenterne af de Kræfter, der søge at dreie den ene Vei, er lig Summen af Momenterne af de Kræfter, der søge at dreie den anden Vei, eller, naar man vedtager at regne Momenterne af de Kræfter, der søge at dreie fra Venstre til Høire (som Viseren paa et Uhr (↻))

for positive, og de, der dreie den modsatte Vei (↺), for negative) — at Summen af Momenterne skal være lig 0, d. s., idet M betegner Moment:

$$\Sigma (M) = 0 \quad (\text{III})$$

Ligningerne (I), (II) og (III) ere da de 3 nødvendige men tillige tilstrækkelige Betingelser for Ligevægt af et hvilket som helst System af plane Kræfter virkende paa et fast System af Punkter.

Tyngdepunktet.

Alle Legemer ere underkastede Tyngden, som er Jordens Tiltrækning, der virker paa ethvert Punkt, er altid ligestor (konstant), og hvis Retning er lodret nedad.

Tænkes Tyngdekraften anbragt paa alle Punkter af Legemet, faaes Legemets Vægt til Resultant anbragt paa de parallelle Kræfters Midtpunkt, som her kaldes Tyngdepunktet, som er fast forbundet med Legemet eller maa tænkes fast forbundet dermed. Dette udtrykkes ved:

$$P = g.M,$$

hvor P er Legemets Vægt, g Tyngdekraften og M Legemets Masse. --- Tyngdekraften er konstant, d. v. s. uafhængig af Legemets Masse. Masserne maales ved deres forholdsmaessige Vægte, hvilket skeer ved Vægtstangen. Man kan betegne Vægten af et Legeme ved det Tryk, det uøver paa et fast horizontalt Underlag, hvorpaa det kan tænkes at hvile, eller som den Kraft, hvormed det udstrammer en Snor, hvorved Legemet er ophængt til et fast Punkt, eller endelig som det Tryk, der derved uøves paa det faste Punkt.

Er Legemet saaledes ophængt til et fast Punkt ved en bøielig Snor, som derved udstrammes til en ret Linie, saa angiver denne Linie Tyngdens lodrette Retning, og Tyngdepunktet vil ligge i denne Linie. Den Plan, som er vinkelret paa denne Linie, kaldes vandret (horizontal) og er parallel med en stillestaaende Vædskes Overflade.

Naar hvilkensomhelst ligestore Dele af et Legeme indeholde ligemegen Masse, kaldes Legemet homogent, og da forholder Massen M sig ligesom Legemets Volumen $\varnothing$:

$$M = t.V;$$

t er da for hvert Legeme et bestemt Tal, som kaldes Legemets Tæthed. Men da $P = g.M$, faaes ogsaa

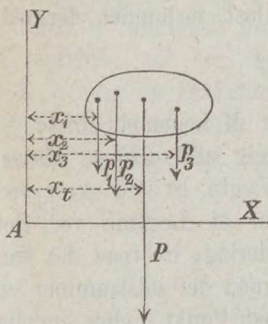
$$P = g.t.V,$$

hvor gt ligeledes bliver et bestemt Tal (eftersom g , Tyngdekraften, er den samme), som kaldes Legemets Vægtfylde.

Det Modsatte af et homogent Legeme er et heterogent, hvori Tætheden er ulige stor i de forskjellige Dele af Legemet. — Vi beskæftige os her kun med homogene Legemer. I et homogent Legeme vil Tyngdepunktets Beliggenhed være uafhængig af Vægten og kun bestemmes af Massernes Beliggenhed, det vil sige, at for en Linie Flade eller et Legeme vil Tyngdepunktets Beliggenhed bestemmes ved henholdsvis Liniens, Fladens eller Legemets geometriske Figur og Udstrækning (Længde, Areal, Indhold).

Med Hensyn til Beregningen af Tyngdepunktet for de forskjellige Arter af Flader og Legemer henvises til hvad derom er meddeelt i Begyndelsen af den mekaniske Fysik. Her skal kun omtales, hvorledes man praktisk beregner Tyngdepunktet i en plan Figur, given ved Tegning.

Da Vægten af en Figur som anført er Resultanten af alle Vægtene af de enkelte Elementer og virker paa Tyngdepunktet, saa gjælder



her den almindelige Sætning, at Resultantens Moment er lig Summen af de enkelte Komposanters Momenter med Hensyn til et vilkaarligt valgt Punkt i Kræfternes Plan, f. Ex. A . — Kaldes nu hele Vægten P , Vægten af de enkelte Elementer $p_1, p_2, p_3, \dots$, den Arm, hvorpaa Vægten P virker ($\circ$: Tyngdepunktets Afstand fra $AY \neq$ Kraftretningen), x_t , og de Arme, hvorpaa $p_1, p_2, p_3, \dots$ virke henholdsvis $x_1, x_2, x_3, \dots$, saa have altsaa:

$$P \cdot x_t = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + \dots$$

Men, naar Figurens Areal kaldes A , og Arealerne af de enkelte Elementer kaldes $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$, saa have $P = gt \cdot A$, $p_1 = gt \cdot \omega_1$, $p_2 = gt \cdot \omega_2$, $p_3 = gt \cdot \omega_3, \dots$, og altsaa

$$A x_t = \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \omega_3 x_3 + \dots,$$

der ogsaa kan skrives:

$$A x_t = \Sigma \omega x,$$

hvor Størrelsen $\Sigma \omega x$ betegner Summen af alle de forskjellige Produkter ωx . (Ifølge den angivne Betydning af Tegnet Σ er altsaa $\Sigma \omega = A$). Af ovenstaaende Ligning findes Tyngdepunktets Afstand x_t fra Linien AY

$$x_t = \frac{\Sigma \omega x}{A}.$$

Ved at tænke sig Figuren dreiet 90° rundt, saa at Tyngderetningen bliver en anden i Forhold til Figuren, nemlig $\neq AX \perp AY$, kunde man paa samme Maade finde Tyngdepunktets Afstand fra Linien AX :

$$y_t = \frac{\Sigma \omega y}{A}$$

og saaledes faae det fuldstændig bestemt.

Det sees heraf, at det ved en Tyngdepunktsberegning er nødvendigt at kunne beregne Arealet af en hvikensomhelst plan Figur. Dette kan ikke gjøres fuldstændigt nøiagtigt; men det kan gjøres med saa stor Tilnærmelse, det skal være.

Skal man beregne Arealet af $ABCD$, der er begrændset af den rette Linie AD , de to derpaa vinkelrette AB og CD , samt af den krumme Linie BC , deles AD i et lige Antal ligestore Dele, hvoraf hver da bliver f. Ex. lig m . I Delingspunkterne opreises Perpendikulærer (Ordinater), hvis Længder kunne maales paa Tegningen. Arealet er nu

$$A = \frac{m}{3} \cdot (a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4).$$

Denne Formel kaldes Simpsons Formel; den meddeles her uden det fuldstændige mathematiske Beviis, da dette kræver Anvendelse af den høiere Matematik; men man kan dog anskuelliggjøre den Maade, hvorpaa man kommer til den.

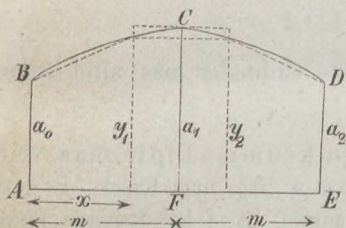


Fig. 1.

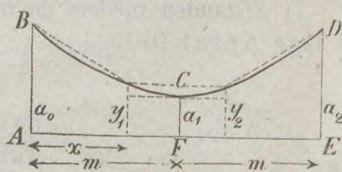


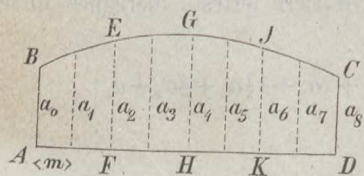
Fig. 2.

Har man til Beregning af Arealet $ABCDE$ givet de 3 Ordinater a_0 , a_1 og a_2 med Afstandene $AF = FE = m$, og deler man AE i 3 ligestore Dele, hver $= x$, samt i Delingspunkterne opreiser Ordinaterne y_1 og y_2 , saa faaer man hele Arealet deelt i 3 Paralleltrapezer, idet man istedetfor den krumme Linie mellem Ordinaterne sætter de rette; man faaer da med Tilnærmelse Arealet:

$$A = \frac{x}{2} \cdot (a_0 + 2(y_1 + y_2) + a_2).$$

Efter denne Formel bliver Arealet i Fig. 1 for lille og Arealet i Fig. 2 for stort; men denne Feil kan man bøde Noget paa ved at sætte $y_1 + y_2 = 2a_1$; thi derved bliver det midterste Areal i Fig. 1 større og i Fig. 2 mindre, end det egentlig skulde være; man faaer derved:

$$A = \frac{x}{2} \cdot (a_0 + 4a_1 + a_2) = \frac{m}{3} \cdot (a_0 + 4a_1 + a_2).$$



Skal man nu beregne et hvilket som helst Areal, f. Ex. $ABCD$, kan det skee ved at dele det i et lige Antal Dele ved Hjælp af Ordinater med samme indbyrdes Afstand: m . Man har da:

$$\text{Arealet } ABEF = A_1 = \frac{m}{3} \cdot (a_0 + 4a_1 + a_2)$$

$$\text{„ } FEGH = A_2 = \frac{m}{3} \cdot (a_2 + 4a_3 + a_4)$$

$$\text{„ } HGJK = A_3 = \frac{m}{3} \cdot (a_4 + 4a_5 + a_6)$$

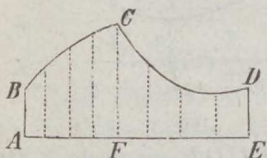
$$\text{„ } KJCD = A_4 = \frac{m}{3} \cdot (a_6 + 4a_7 + a_8)$$

og følgelig hele Arealet $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$$= \frac{m}{3} \cdot (a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + 2a_4 + 4a_5 + 2a_6 + 4a_7 + a_8).$$

Ved Anvendelsen af Simpsons Formel maa stadig iagttages følgende:

1) Afstanden mellem de to yderste Ordinater maa altid deles i et lige Antal Dele.



2) Den krumme Linie maa være jævn krum: ikke have Knæk. Er dette Tilfældet som f. Ex. i hosstaaende Figur, maa Arealet beregnes i flere Dele, saaledes her $ABCF$ for sig og $CDEF$ for sig.

3) Hvor Krumningen er stærkest, lægges Ordinaterne tættere. Skal man saaledes beregne Arealet af ABC , vil man paa den krumme Linies første Deel AD lægge Ordinaterne tættere f. Ex. med den halve Afstand: $\frac{m}{2}$.

For Arealet ADE s Vedkommende har man da:

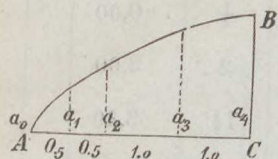
$$A_1 = \frac{m}{6} \cdot (a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4)$$

$$\text{og for } EDBC: A_2 = \frac{m}{3} \cdot (a_4 + 4a_5 + a_6).$$

Hvert af disse Arealer kan nu beregnes for sig, eller de kunne, hvad der i Almindelighed vil være lettest, beregnes under Eet som:

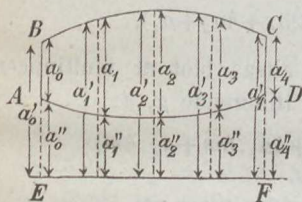
$$A = \frac{m}{3} \cdot (\frac{1}{2}a_0 + 2a_1 + a_2 + 2a_3 + 1\frac{1}{2}a_4 + 4a_5 + a_6).$$

Exempel. Arealet A af ABC søges.



$$A = \frac{m}{3} \cdot (\frac{1}{2}a_0 + 2a_1 + 1\frac{1}{2}a_2 + 4a_3 + a_4)$$

	Faktor	Produkt
$a_0 = 0,000$	$\frac{1}{2}$	0,000
$a_1 = 0,707$	2	1,414
$a_2 = 1,000$	$1\frac{1}{2}$	1,500
$a_3 = 1,414$	4	5,656
$a_4 = 1,732$	1	1,732
	3	10,302
		3,434
	$\times m = 1$	
		$A = 3,434$

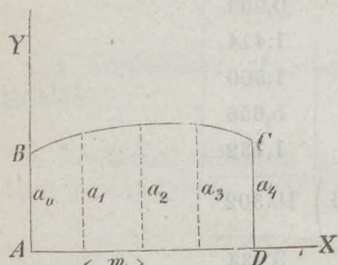
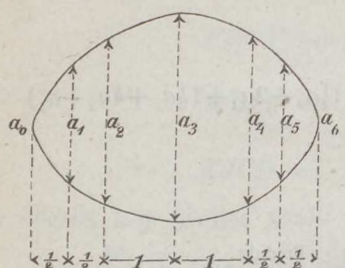


Er Arealet ikke begrændset forneden af en ret Linie men af en krum, be-
regnes det som en Differens eller Sum
af to Arealer. Saaledes er

$$ABCD = EBCF - EADF.$$

$$\begin{aligned} \text{Man har da } A &= \begin{cases} \frac{m}{3} \cdot (a_0' + 4a_1' + 2a_2' + 4a_3' + a_4') \\ - \frac{m}{3} \cdot (a_0'' + 4a_1'' + 2a_2'' + 4a_3'' + a_4'') \end{cases} \\ &= \frac{m}{3} \cdot (a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4). \end{aligned}$$

Exempel. Søg Arealet af vedtegnede Figur.



$a_0 = 0,00$	$\frac{1}{2}$	0,00
$a_1 = 1,50$	2	3,00
$a_2 = 2,26$	$1\frac{1}{2}$	3,39
$a_3 = 3,12$	4	12,48
$a_4 = 2,14$	$1\frac{1}{2}$	3,21
$a_5 = 1,42$	2	<u>2,84</u>
$a_6 = 0,00$	$\frac{1}{2}$	0,00

3) 24,92

8,31

$\times m = 1$
 $A = 8,31.$

Til Bestemmelse af Tyngdepunktet i den plane Figur $ABCD$ kræves, som vi have seet foran, foruden Arealet A ogsaa $\Sigma \omega \cdot x$. Ved Bestemmelsen af Arealet have vi fundet:

$$A = \Sigma \omega = \frac{m}{3} \cdot (a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4),$$

og for heraf at finde $\Sigma \omega x$ behøver man altsaa blot at multiplicere hver af Ordinaterne $a_0, a_1, \dots$ med det tilhørende x , $\circ$:

$$\begin{aligned} \Sigma \omega \cdot x &= \frac{m}{3} \cdot (a_0 \cdot 0 + 4a_1 \cdot m + 2a_2 \cdot 2m + 4a_3 \cdot 3m + a_4 \cdot 4m) \\ &= \frac{m^2}{3} \cdot (a_0 \cdot 0 + 4a_1 \cdot 1 + 2a_2 \cdot 2 + 4a_3 \cdot 3 + a_4 \cdot 4). \end{aligned}$$

Man har da Tyngdepunktets Afstand fra AY :

$$x_t = \frac{\Sigma \omega \cdot x}{\Sigma \omega} = m \cdot \frac{a_0 \cdot 0 + 4a_1 \cdot 1 + 2a_2 \cdot 2 + 4a_3 \cdot 3 + a_4 \cdot 4}{a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4}.$$

Vil man finde Tyngdepunktets fra AX : $y_t = \frac{\Sigma \omega \cdot y}{\Sigma \omega}$, skal

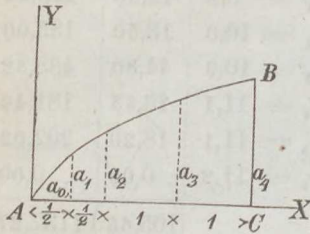
man multiplicere hver af Ordinaterne $a_0, a_1, \dots$ osv. i $\Sigma \omega$ med deres Afstand fra AX $\circ$: med deres Midtpunkts Afstand derfra. Kaldes disse Afstande $y_0, y_1, y_2, \dots$, saa have

$$\text{altsaa } \Sigma \omega \cdot y = \frac{m}{3} \cdot (a_0 \cdot y_0 + 4a_1 \cdot y_1 + 2a_2 \cdot y_2 + 4a_3 \cdot y_3 + a_4 \cdot y_4)$$

$$\text{og } y_t = \frac{\Sigma \omega \cdot y}{\Sigma \omega} = \frac{a_0 \cdot y_0 + 4a_1 \cdot y_1 + 2a_2 \cdot y_2 + 4a_3 \cdot y_3 + a_4 \cdot y_4}{a_0 + 4a_1 + 2a_2 + 4a_3 + a_4}.$$

$$y = \frac{a_0 + 4a_1 + 2a_2 + \dots}{2(a_0 + 4a_1 + 2a_2 + \dots)}$$

Exempel 1. Søg Tyngdepunktet af ABC .

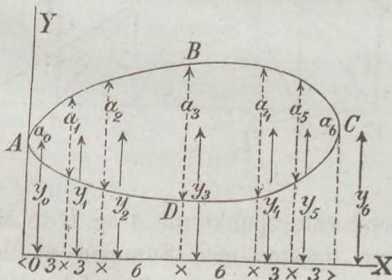


	Fakt.	Produkt	Fakt.	Produkt
$a_0 = 0,000$	$\frac{1}{2}$	0,000	0	0,000
$a_1 = 0,707$	2	1,414	$\frac{1}{2}$	0,707
$a_2 = 1,000$	$1\frac{1}{2}$	1,500	1	1,500
$a_3 = 1,414$	4	5,656	2	11,312
$a_4 = 1,732$	1	1,732	3	5,196
		10,302		18,715
				1,817
				$\times m = 1$
				$x_t = 1,817.$

Til Bestemmelsen af y_t haves: $y_0 = 0$, $y_1 = 0,353$, $y_2 = 0,500$, $y_3 = 0,707$ og $y_4 = 0,866$. Altsaa:

$a_0 = 0,000$	$\frac{1}{2}$	0,000	0,000	0,000
$a_1 = 0,707$	2	1,414	0,353	0,499
$a_2 = 1,000$	$1\frac{1}{2}$	1,500	0,500	0,750
$a_3 = 1,414$	4	5,656	0,707	3,999
$a_4 = 1,732$	1	1,732	0,866	1,500
		10,302		6,748
				$y_t = 0,655$

Exempel 2. Søg Tyngdepunktet af $ABCD$, hvor $a_0 = 0$, $a_1 = 6,40$, $a_2 = 9,00$, $a_3 = 11,20$, $a_4 = 10,90$, $a_5 = 9,10$, $a_6 = 0,00$; og $y_0 = 9,7$, $y_1 = 9,8$, $y_2 = 10,0$, $y_3 = 10,9$, $y_4 = 11,1$, $y_5 = 11,1$, $y_6 = 11,2$.



$a_0 = 0,00$	$\frac{1}{2}$	0,00	0	0,00	$y_0 = 9,7$	0,00	0,00
$a_1 = 6,40$	2	12,80	$\frac{1}{2}$	6,40	$y_1 = 9,8$	12,80	125,44
$a_2 = 9,00$	$1\frac{1}{2}$	13,50	1	13,50	$y_2 = 10,0$	13,50	135,00
$a_3 = 11,20$	4	44,80	2	89,60	$y_3 = 10,9$	44,80	488,32
$a_4 = 10,90$	$1\frac{1}{2}$	16,35	3	49,05	$y_4 = 11,1$	16,35	181,49
$a_5 = 9,10$	2	18,20	$3\frac{1}{2}$	63,70	$y_5 = 11,1$	18,20	202,02
$a_6 = 0,00$	$\frac{1}{2}$	0,00	4	0,00	$y_6 = 11,2$	0,00	0,00
				105,65			1132,27
				222,25			

$$2,10$$

$$y_t = 10,72$$

$$\times m = 6$$

$$x_t = 12,60$$

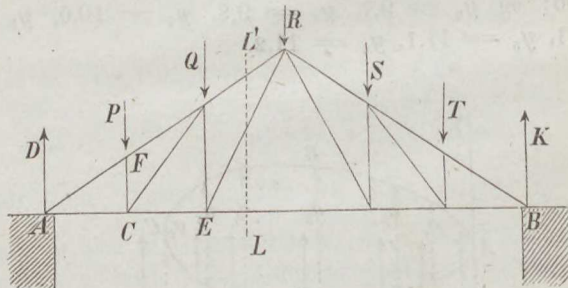
Arealet af $ABCD$ er:

$$A = \frac{m}{3} 105,65 = 211,30.$$

Med Hensyn til Læren om de saakaldte mekaniske Potenser eller de simple, enkelte Maskiner: Vægtstangen, Tridsen, Vinden, Skraaplanen, Skruen og Kilen henvises til, hvad derom er meddeelt i den mekaniske Fysik.

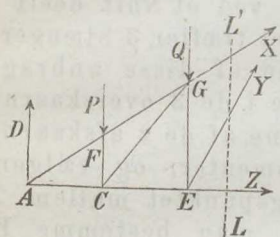
Praktisk Anvendelse af Læren om de statiske Momenter til Beregning af Konstruktioner (navnlig Jernkonstruktioner).

Antager man, at den totale Belastning i Knudepunkterne i vedføjede Tagkonstruktion er P, Q, R, S, T , saa frembringe disse



Belastninger i Understøtningpunkterne A og B to Modtryk D og K , hvis Sum maa være ligestor med Summen af de nedadvirkende Belastninger og let kunne beregnes efter det, der er bekjendt fra Statiken.

Deler man nu ved et Snit LL' hele Konstruktionen i 2 Dele, saa vil enhver af de 2 Dele — f. Ex. den tilvenstre for Snittet — kun da blive i Ligevægt, naar der i Skjæringspunktet af hver af de overskaarne Stænger tilføies en Kraft, som netop erstatter den bortskaarne Deel. Denne Kraft maa altid falde sammen med Stangens Retning, da ellers Stangen maatte dreie sig om sit Endepunkt; den er netop, hvad man kalder Stangens Spænding.



Spændingerne X , Y og Z i de tre gennemskaarne Stænger ere altså Kræfter, som i Forbindelse med de øvrige Kræfter D , P og Q holde hele denne Deel af Konstruktionen i Ligevægt. Samtlige Kræfter virke i een og samme Plan, og for saadanne Kræfter gælde som tidligere omtalt de 3 almindelige Ligevægtsbetingelser:

$$\Sigma(H) = 0 \quad \Sigma(V) = 0 \quad \Sigma(M) = 0$$

hvor det erindres, at H betyder en horizontal Kraft, V en vertikal Kraft og M Momentet af en Kraft. Da Spændingerne X , Y og Z ogsaa indgaae i disse Ligninger, lade de sig ogsaa finde heraf. Paa samme Maade kan man ved Hjælp af Snit komme til andre Ligninger, hvoraf Spændingerne i de andre Stykker kunne findes.

Denne Methode er aldeles korrekt, men lider af 2 Mangler:

- 1) indgaa i alle H erne og V erne ikke Kræfterne selv, men Kræfterne multiplicerede med $\cos.$ eller $\sin.$ af deres Vinkel med Horizonten, hvilke Størrelser altsaa først maa findes.
- 2) maa man, hver Gang man vil bestemme en Spænding, opløse 3 Ligninger med 3 Ubekjendte.

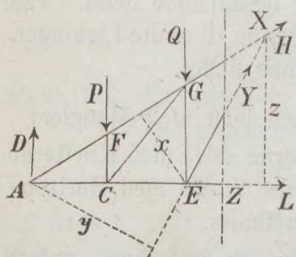
Men man kan undgaae disse 2 Ulemper paa en ligesaa korrekt som sindrig Maade og derved komme til en Fremgangsmaade saa let og simpel, at den vil være at foretrække for alle andre, — hvor man kan anvende samme, — idet man nemlig ingen Brug gjør af de 2 første Ligninger $\Sigma(H) = 0$ og $\Sigma(V) = 0$, men alene holder sig til den tredje $\Sigma(M) = 0$. For at gjøre dette maa man ikke vælge det faste Punkt, med Hensyn til hvilket man tager Momenterne, ganske vilkaarligt, men derimod, hvergang man vil bestemme en af Kræfterne X , Y eller Z , vælge Skjæringspunktet mellem de to andre til Midtpunkt eller Omdreiningspunkt. Derved falde de statiske Momenter af de andre Kræfter bort, idet de Arme, hvorpaa de

virke, blive 0, og man beholder tilbage 1 Ligning med 1 Ubekjendt: den søgte Spænding.

Som Hjælpstørrelser forekomme i den nævnte Ligning kun Vægtstangsarmene af de enkelte Kræfter, og disse behøver man tilmed ikke at beregne; de lade sig med tilstrækkelig Nøiagtighed maale paa Tegningen, naar blot denne er udført nøiagtig.

Den almindelige Regel, som altsaa ligger til Grund for hele denne Fremgangsmaade, lader sig udtrykke paa følgende Maade:

Man tænker sig Konstruktionen ved et Snit deelt i 2 Dele saaledes, at om muligt Snittet træffer 3 Stænger og tænker sig i Skæringspunkterne af disse anbragt Kræfter ligestore med Spændingerne i de 3 overskaarne Stænger. Man opstiller for den ene af de 2 afskaarne Dele Ligningen for de statiske Momenter, og vælger, naar man vil bestemme X , Skæringspunktet mellem Y og Z til Omdreiningspunkt. Vil man bestemme Y , vælger man Skæringspunktet mellem X og Z til Omdreiningspunkt, og vil man endelig bestemme Z , vælger man Skæringspunktet mellem X og Y til Omdreiningspunkt.



Ved den ovenfor nævnte Opgave vilde man altsaa, naar man ønskede at finde X , vælge Punktet E , Skæringspunktet mellem Y og Z , til Omdreiningspunkt, og man faaer da Ligningen:

$$X.x - P.\overline{CE} + D.\overline{AE} = 0.$$

hvoraf

$$X = \frac{P \cdot \overline{CE} - D \cdot \overline{AE}}{x}.$$

Til Bestemmelse af Y vælger man A til Omdreiningspunkt og faaer Ligningen:

$$-Y.y + P.\overline{AC} + Q.\overline{AE} = 0,$$

hvoraf

$$Y = \frac{P \cdot \overline{AC} + Q \cdot \overline{AE}}{y}.$$

Til Bestemmelse af Z vælges H , Skæringspunktet mellem X og Y , til Omdreiningspunkt, og man faaer Ligningen:

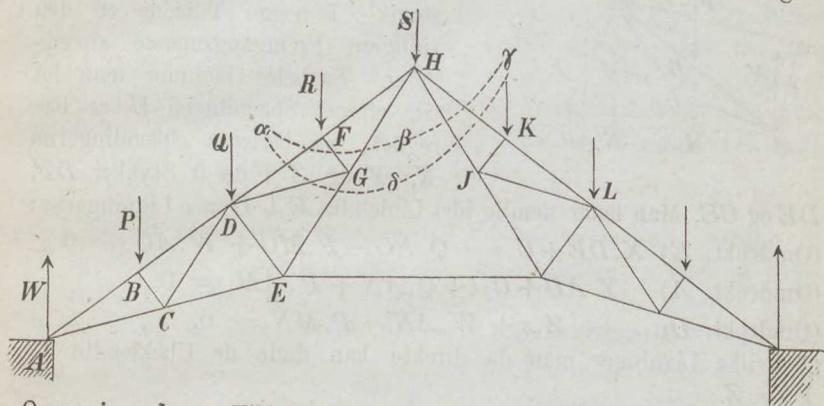
$$-Z.z - Q.\overline{EL} - P.\overline{CL} + D.\overline{AL} = 0,$$

hvoraf

$$Z = \frac{-Q.\overline{EL} - P.\overline{CL} + D.\overline{AL}}{2}$$

Paa lignende Maade bærer man sig ad for at finde alle de øvrige Spændinger.

Denne Methode fører direkte til Maalet ved alle saadanne Stangforbindelser, hvor man kan komme til at lægge et Snit, der ikke træffer mere end høist 3 Stænger. Ved mere komplicerede Konstruktioner — saaledes som vedtegnede — kan det Tilfælde indtræffe, at enkelte Stænger blive tilbage saaledes som f. Ex. FG , DE , DG , som man kun kan skjære med Snit, der træffe mere end 3 Stænger.

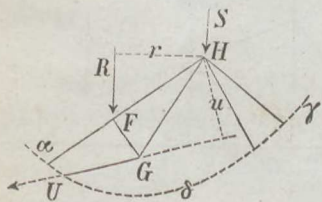


Ogsaa i saadanne Tilfælde kan man komme direkte til Maalet, naar det lykkes at lægge Snittet, der ligesaagodt kan være krumliniet som retliniet, saaledes, at samtlige overskaarne Stænger blot med Undtagelse af den ene, som man vil beregne, løbe sammen i eet Punkt. — Saaledes kan f. Ex. Spændingen V i Stangen FG bestemmes derved, at man fører Snittet efter den krumme Linie $\alpha\beta\gamma$ og for det saaledes afskaarne Stykke opstiller Momentligningen med Hensyn til Omdreiningspunktet H . Man finder:

$$-V \cdot \overline{FH} - R \cdot r = 0$$

hvoraf

$$V = -\frac{R \cdot r}{\overline{FH}}$$



Paa lignende Maade bærer man sig ad for at bestemme Spændingen U i Stykket DG , idet man lægger Snittet $\alpha\delta\gamma$ og for det afskaarne Stykke danner Momentligningen med Hensyn til H som Omdreiningspunkt.

Man faaer:

$$U \cdot u - R \cdot r = 0$$

eller

$$U = \frac{R \cdot r}{u}$$

Paa lignende Maade bestemmes KJ og LJ . Man kommer til alle de andre Stænger enten ved Snit, som ikke træffe mere end

3 Stænger eller ved Snit, som træffe

4 Stænger, men deraf een, hvis

Spænding allerede iforveien er be-

stemt. I begge Tilfælde er den

tidligere Fremgangsmaade anven-

delig. Saaledes kommer man let

til, efterat Spændingen U er be-

regnet, at beregne Spændingerne

X , Y og Z i de 3 Stykker DF ,

DE og CE . Man faaer nemlig idet Linien fra $E \perp U = v$ Ligningerne:

$$(\text{Omdrpt. } E) \quad X \cdot \overline{DE} + U \cdot v - Q \cdot \overline{NO} - P \cdot \overline{MO} + W \cdot \overline{AO} = 0$$

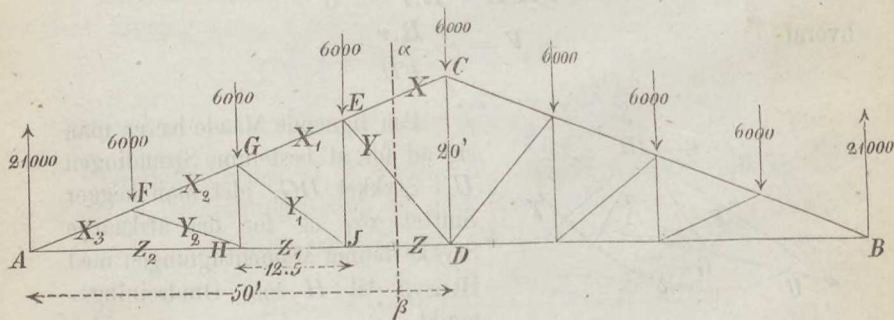
$$(\text{Omdrpt. } A) \quad Y \cdot \overline{AD} + U \cdot l + Q \cdot \overline{AN} + P \cdot \overline{AM} = 0$$

$$(\text{Omdrpt. } D) \quad -Z \cdot z + W \cdot \overline{AN} - P \cdot \overline{MN} = 0,$$

af hvilke Ligninger man da direkte kan finde de Ubekjendte X , Y og Z .

Man betragter ved Opstilling af Momentligningerne alle Spændingerne som positive. Faaer man som Resultat, at Spændingen er positiv, betyder det, at Stangen er paavirket til Strækning; giver Beregningen et negativt Resultat, tyder det paa, at Stangen er udsat for en Knusning eller Overknækning α : er paavirket til Sammentrykning.

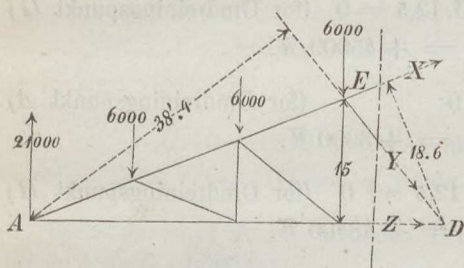
Som Exempel paa en saadan Anvendelse skal her meddeles Beregningen af et større Tagværk, hvis Spændvidde antages at være 100 Fod. Afstanden fra Midte til Midte af Gebinderne antages $15\frac{1}{3}$ Fod. Vægten af hele Taget beløber sig til $11,3 \text{ } \overline{\text{p}}$ pr. $\square$ Fod



af Tagets horizontale Projektion; for Snee- og Vindtryk regnes 20 $\mathfrak{H}$ pr. $\square$ Fod, altsaa en Totalbelastning af 31,3 $\mathfrak{H}$ pr. $\square$ Fod. Tagets Heide i Midten er 20 Fod. — Paa hvert Gebind kommer da Belastningen paa $15\frac{1}{2} \cdot 100 \square$ Fod, altsaa et Tryk $15\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 31,3 \mathfrak{H} = \text{ca. } 4800 \mathfrak{H}$. For hver af de 8 Afdelinger, hvori Konstruktionen giver Anledning til at dele Gebindet, kommer altsaa 6000 $\mathfrak{H}$. Paa hvert af de 7 Knudepunkter kommer da fra hver Side 3000 $\mathfrak{H}$ nedad $\therefore$ i det Hele 6000 $\mathfrak{H}$; paa hvert af Endepunkterne 3000 $\mathfrak{H}$ nedad; desuden virker paa hvert Endepunkt Modtrykket fra Understøtningen, der bærer Halvdelen af Gebindet, $\therefore$ 24000 $\mathfrak{H}$ opad; altsaa virker der paa hvert Endepunkt i det Hele 21,000 $\mathfrak{H}$ opad. — Man har altsaa at gjøre med 9 ydre Kræfter paa Gebindet, 7 nedadvirkende hver 6000 $\mathfrak{H}$ i de 7 Knudepunter F, G, E, C osv. og 2 opadvirkende hver 21,000 $\mathfrak{H}$ i Understøtningspunkterne.

780000

For at bestemme Spændingen i det midterste Felt, nemlig X , Y og Z lægges et vertikalt Snit $\alpha\beta$, og den venstre Deel af Konstruktionen tænkes sat i Ligevægt ved de givne ydre Kræfter og de 3 X , Y og Z , som tænkes anbragte i de overskaarne Stykker. —



Betragter man det saaledes afskaarne Stykke som en Vægtstang, som har sit faste Punkt i D (Skjæringspunktet mellem Y og Z), vil man kunne opstille Momentligningen for X med Hensyn til D som Omdreiningsspunkt. Man faaer:

$$X \cdot 18,6 + 21000 \cdot 50 - 6000 \cdot 12,5 - 6000 \cdot 25 - 6000 \cdot 37,5 = 0$$

hvoraf:

$$X = -32300 \mathfrak{H}.$$

For at bestemme Y vælger man A (Skjæringspunkt mellem X og Z) til Omdreiningsspunkt; man faaer da Ligningen:

$$Y \cdot 38,4 + 6000 \cdot 12,5 + 6000 \cdot 25 + 6000 \cdot 37,5 = 0,$$

hvoraf:

$$Y = -11700 \mathfrak{H}.$$

For at bestemme Z vælger man E (Skjæringspkt. mellem X og Y) til Omdreiningsspunkt; man faaer:

$$-Z \cdot 15 + 21000 \cdot 37,5 - 6000 \cdot 12,5 - 6000 \cdot 25 = 0,$$

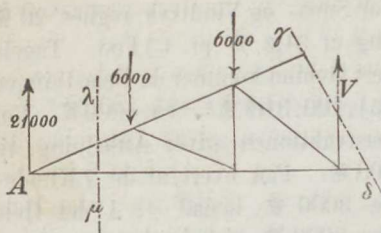
hvoraf:

$$Z = +37500 \mathfrak{H}.$$

(Ld⁷)

$d = 1\frac{1}{2}''$. Length = 2,4 Fod.

Passer det?



For at komme til at bestemme Spændingen V i den tilgrænsende Vertikalstang lægges Snittet $\gamma\delta$ paa skraa, og A vælges til Omdreiningspunkt. Man faaer Momentligningen:

$$-V \cdot 37,5 + 6000 \cdot 12,5 + 6000 \cdot 25 = 0,$$

hvoraf:

$$V = +6000 \text{ W.}$$

Paa lignende Maade faaer man for de analoge Stykker i de øvrige Afdelinger (Fag) af Konstruktionen analoge Ligninger, saaledes

$$X_1 \cdot 13,9 + 21000 \cdot 37,5 - 6000 \cdot 12,5 - 6000 \cdot 25 = 0 \text{ (for Omdrpkt. } J)$$

$$\therefore X_1 = -40400 \text{ W.}$$

$$Y_1 \cdot 23,5 + 6000 \cdot 12,5 + 6000 \cdot 25 = 0 \text{ (for Omdreiningspunkt } A)$$

$$\therefore Y_1 = -9570 \text{ W.}$$

$$-Z_1 \cdot 10 + 21000 \cdot 25 - 6000 \cdot 12,5 = 0 \text{ (for Omdreiningspunkt } G)$$

$$\therefore Z_1 = +45000 \text{ W.}$$

$$-V_1 \cdot 25 + 6000 \cdot 12,5 = 0 \text{ (for Omdreiningspunkt } A)$$

$$\therefore V_1 = +3000 \text{ W.}$$

$$X_2 \cdot 9,3 + 21000 \cdot 25 - 6000 \cdot 12,5 = 0 \text{ (for Omdreiningspunkt } H)$$

$$\therefore X_2 = -48400 \text{ W.}$$

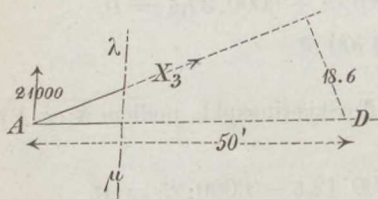
$$Y_2 \cdot 9,3 + 6000 \cdot 12,5 = 0 \text{ (for Omdreiningspunkt } A)$$

$$\therefore Y_2 = -8100 \text{ W.}$$

$$-Z_2 \cdot 5 + 21000 \cdot 12,5 = 0 \text{ (for Omdreiningspunkt } J)$$

$$\therefore Z_2 = +52500 \text{ W.}$$

Til Bestemmelse af X_3 maa man lægge Snittet $\lambda\mu$; men her



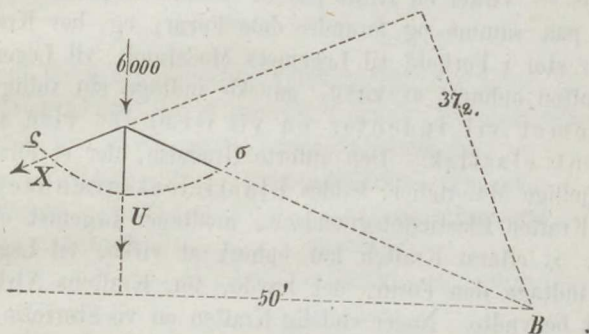
indtræder det Eiendommelige, at dette Snit kun overskærer 2 Stænger. I dette Tilfælde kan man vælge et vilkaarligt Punkt i den anden overskaarne Stang, her i den horizontale Punktet D som Omdreiningspunkt;

man faaer da Ligningen:

$$X_3 \cdot 18,6 + 21000 \cdot 50 = 0$$

$$\therefore X_3 = -56500 \text{ K.}$$

Den eneste Stang i denne Konstruktion, som ikke kan udregnes umiddelbart efter den forrige Methode er Vertikalstangen U i Midten. For at kunne beregne den, maa Spændingen i en af de tilgrændsende Stænger først være beregnet; men efter at man har bestemt Spændingen X at være $= -32300 \text{ K.}$, kan man til Bestemmelse af U lægge det krumme Snit σ og vælge Punktet B til Omdreiningpunkt. Man kommer da til Momentligningen:

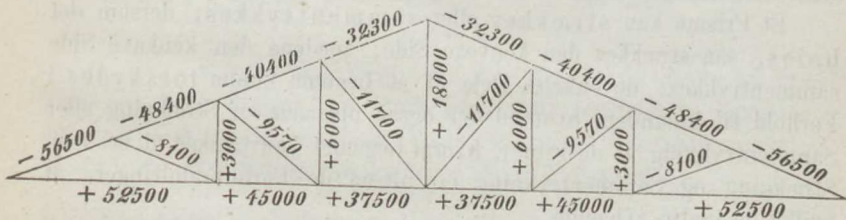


$$-U \cdot 50 - 6000 \cdot 50 - (-32300) \cdot 37,2 = 0$$

hvoraf:

$$U = +18000 \text{ K.}$$

Resultaterne af de her meddelte Beregninger ere samlede fremstillede i hosføiede Figur.



MATERIALIERNES STYRKE.

De Legemer, der forekomme i Naturen, og som anvendes til Bygningsmateriale, ere hverken fuldkommen elastiske eller fuldkommen uelastiske. — Virker en Kraft paa et saadant Legeme, vil den gjøre Indtryk paa samme og forandre dets Form, og, har Kraften ikke været for stor i Forhold til Legemets Modstand, vil Legemet atter, naar Kraften ophører at virke, ganske indtage sin tidligere Form, o: Legemet vil indenfor en vis Grændse vise sig fuldkomment elastisk. Den anførte Grændse, der er forskjellig for de forskjellige Materialier, kaldes Elasticitetsgrændsen. Overskrider Kraften Elasticitetsgrændsen, modtager Legemet et blivende Indtryk, o: efterat Kraften har ophørt at virke, vil Legemet ikke ganske indtage den Form, det havde, før Kraftens Virkning paa Legemet begyndte. Naar endelig Kraften en vis Størrelse i Forhold til Legemets Modstandsevne, vil Legemets Sammenhængskraft hæves, o: det sønderrives, knuses eller brydes.

Det Anførte gjælder alle Metaller, mindre fuldstændigt for Træ og Legemer dannede af Plantetrevler.

Undersøgelser om Legemernes Modstande ere foretagne med saadanne simple Former, der kunde ventes at give saa simple og sikre Resultater, som muligt, navnlig med Prismen eller Stænger.

Et Prisme kan strækkes eller sammentrykkes; dersom det bøies, saa strækkes den konvexe Side, medens den konkave Side sammentrykkes; de enkelte Dele af et Legeme kunne forskydes i Forhold til hinanden, hvorved der ogsaa opstaaer en Strækning eller Sammentrykning af de Fibrer, hvoraf Legemet kan tænkes at bestaae. Strækning og Sammentrykning ere altsaa de Formforandringer, af hvilke de andre afhænge.

1. Strækning.

Ved forskjellige Experimentatorers Forsøg er det fundet, at de vigtigste Bygningsmaterialier have en Elasticitetsgrændse, og at de indenfor denne udvide sig proportionalt med de strækkende Kræfter.

Strækkes en Stang af Længde l og Tværsnitsareal a ved en Kraft p et Stykke e , og tænkes Stangen deelt paalangs i a Fibrer af Længde l og Tværsnitsareal 1, saa bliver Kraften p at fordele ligeligt paa dem alle, saa at hver Fiber paavirkes af Kraften $\frac{p}{a}$ og derved strækkes et Stykke e . Hver af disse Fibrer kan atter tænkes bestaaende af l Fiberelementer af Længde 1, hvoraf hvert da strækkes et Stykke $\frac{e}{l}$. Naar denne Strækning foregaaer indenfor Elasticitetsgrænsen maa ifølge det Foregaaende Kraften $\frac{p}{a}$ være proportional med den Strækning, den har tilveiebragt $\circ$:

$$\frac{p}{a} = \eta \cdot \frac{e}{l} \text{ eller } p = \eta \cdot a \cdot \frac{e}{l}, \quad (1)$$

hvor η er et for hvert Materiale konstant Tal, der kaldes Elasticitetskoefficienten. Er a angivet i danske Kvadrattommer, p i danske Pund, saa bliver Elasticitetskoefficienten for

Jern og Staal.....	26000000—29000000
Støbejern	16000000—13500000
Kobber, hamret.....	14000000
Messing, støbt.....	8000000—13700000 (Traad)
Kanonmetal	9600000
Fyrretræ	2000000
Gran, Eeg, Ask.....	1600000
Bøg, Alm.....	1300000

En Deel af Resultaterne ere fundne ved Strækningsforsøg, andre paa anden Maade, hvorom senere.

Sættes i Formlen (1) $a = 1$, $e = l$, saa faaes

$$p = \eta$$

hvoraf sees, at η er den Vægt, der kan strække en Stang af Tværnit $= 1$ et Stykke saa stort som dens oprindelige Længde — forudsat, at dette lod sig gjøre indenfor Elasticitetsgrænsen. Undertiden har man derfor kaldet η Elasticitetsvægten.

Fortsættes Spændingen udover Elasticitetsgrænsen, saa voxer Strækningen efter et større og stigende Forhold, indtil man naaer den Belastning eller Spænding, ved hvilken Stangen sønderrives. Denne Belastning betegnes for en Overfladeeenhed af Stangens Tværnit ved R , saaat Sønderrivningskraften for en Stang af Tværnit $= a$ er

$$P = R \cdot a, \dots \quad (2)$$

hvor R har forskjellige Værdier for de forskjellige Materialier. Er a angivet i Kvadrattommer, P i Pund, saa bliver R for:

Smedejerns Stænger	45000—60000 $\mathcal{W}$
Jerntraad indtil	100000 $\mathcal{W}$
Støbejern	13000—16000 $\mathcal{W}$
Støbestaal	90000 $\mathcal{W}$
Almindelig Staal	50000 $\mathcal{W}$
Kobber, hamret	33000 $\mathcal{W}$, støbt 18000 $\mathcal{W}$
Messing, støbt	18000 $\mathcal{W}$
Kanonmetal	36000 $\mathcal{W}$
Fyrretræ	11640 $\mathcal{W}$
Eeg	9600 $\mathcal{W}$
Bøg, Alm	11000 $\mathcal{W}$ og 14000 $\mathcal{W}$
Ask	16000 $\mathcal{W}$.

Bygningsmaterialierne underkastes ikke ved de Kræfter, de skulle modstaae, Belastning til Brud; man holder sig gjerne endeel lavere saaledes, at Kræfterne ligge indenfor dem, der svarer til Elasticitetsgrænsen. Denne falder for:

Jern ved..... $R_1 = 16000—23000 \mathcal{W}$ pr. $\square''$,	$\frac{e}{l} = 0,0004—0,0000$
Staal..... $R_1 = 34000 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0012$
Støbejern $R_1 = 13000 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0008$
Messing, støbt $R_1 = 6500 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,00075$
Messingtraad . $R_1 = 20000 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0013—0,0017$
Kanonmetal .. $R_1 = 10000 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,001$
Fyrretræ..... $R_1 = 4300 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0021$
Eeg..... $R_1 = 2740 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0017$
Bøg $R_1 = 2200 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0017$
Alm $R_1 = 3200 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0024$
Ask..... $R_1 = 1800 \mathcal{W}$	$\frac{e}{l} = 0,0011.$

Resultaterne ere for Træ temmelig usikre og variere stærkt med Tørhedstilstanden etc.

Nogle særegne Omstændigheder bør mærkes:

- a) Støbejern frembyder, naar det strækkes efter en Kant eller en Flade, kun omtrent $\frac{1}{3}$ af den paa forrige Side anførte Modstand R mod Sønderrivning.
- b) Valsede Plader have gjerne en noget mindre Modstand mod Sønderrivning i Retning tværs paa Valsningsretningen.
- c) Sammennittede Smedejerns Plader frembyde en ringere Modstand mod Sønderrivning end en massiv Plade af samme Dimension som den, der findes i hvert af de nittede Stykker, nemlig naar de ere nittede med enkelte Nitterækker omtrent $\frac{3}{4}$, og naar Nitningen er dobbelt omtrent $\frac{3}{4}$.
- d) Naar Træ er grønt, er dets Elasticitetskoefficient, saavidt man kan tale om den, mindre end anført, og ligeledes dets Modstand mod Sønderrivning; f. Ex.:

Fyr: Vægtfylde 0,56, $\eta = 770000$, $R = 3393 \text{ } \mathfrak{A}$.

- e) Træk virkende paa Træ i anden Retning end efter Fibrerne møder en betydelig mindre Modstand mod Sønderrivning; f. Ex.:

Fyr: for Træk efter Radius $R = 350 \text{ } \mathfrak{A}$,
 " do. " Ringenes Tangent $R = 268 \text{ } \mathfrak{A}$,
 og til Forskydning efter Længden $R = 200-250 \text{ } \mathfrak{A}$.

regnes med Sikkerhedsgrad af 10
 Touges Modstand mod strækkende Kræfter. Ifølge Forsøg af Duhamel er et Hampetougs Modstand:

$$p = 5480d^2 \text{ eller } p = 5560^2$$

idet p er danske $\mathfrak{A}$, d Diametren i danske Tommer og o Omkredsen i samme Maal; Tougene hvide. — Med 5 Gange Sikkerhed faaes:

$$p = 1096d^2 \text{ eller } p = 1110^2$$

Tjærede Touge frembyde omtrent $\frac{2}{3}$ af den anførte Modstand.

Bygningsmaterialerne underkastes i Virkeligheden ikke ved Konstruktioner de Pag. 28 angivne Brudbelastninger R , men kun $\frac{1}{4}-\frac{1}{10}$ af dem, og man siges da at konstruere med 4—10 Gange Sikkerhed. Den Belastning, som man med passende Sikkerhed kan byde Materialerne, Sikkerhedskoefficienten, kan sættes til

for Smedejern	$R_2 = 10000 \text{ } \mathfrak{A}$ pr. $\square$ "	
for Støbejern	$R_2 = 3000 \text{ } \mathfrak{A}$	—
for Støbestaal	$R_2 = 20000 \text{ } \mathfrak{A}$	—
for almindelig Staal ...	$R_2 = 12000 \text{ } \mathfrak{A}$	—
for Træ	$R_2 = 1164 \text{ } \mathfrak{A}$	— 800 a 1000

2. Forskydning.

Materialiernes Modstand mod Forskydning er, saavidt man kjender den, omtrent lig med Modstanden mod Sønderrivning. — For Træ er Modstanden forskjellig i forskjellige Retninger saaledes som alt anført under Strækning.

3. Sammentrykning.

Naar et Prisme af Længde l indenfor Elasticitetsgrænsen skal sammentrykkes et lille Stykke e , saa vil dertil medgaae en Kraft lig den, der vilde behøves for at strække Stangen af Længde $l - e$ Stykket e . Sættes det omtalte Prismes Tværsnit $= a$, den sammentrykkende Kraft $= p$ og Elasticitetskoefficienten $= \eta$, saa er Ligningen

$$p = \eta \cdot a \cdot \frac{e}{l - e} \quad (4)$$

gjældende for Sammentrykning indenfor Elasticitetsgrænsen.

Sættes i denne Ligning $a = 1$, $e = \frac{l}{2}$, saa erholdes:

$$p = \eta$$

o: η er lig den Kraft, der indenfor Elasticitetsgrænsen vilde kunne sammentrykke et Prisme af Tværsnit $= 1$ til dets halve Længde, forudsat at dette lod sig gjøre.

Det er kun smaa Sammentrykninger, der kunne tilveibringes ved Bygningsmaterialierne indenfor Elasticitetsgrænsen, saa man kan uden væsentlig Feil til praktisk Brug istedetfor (4) skrive

$$p = \eta \cdot a \cdot \frac{e}{l} \quad (5)$$

ligesom for Strækning af Prismer.

Fortsættes Sammentrykningen ved voxende Værdi af p , indtræder et Brud eller en Knusning, og Ligningen for Bruddet bliver den samme som (2)

$$P = K \cdot a, \quad (6)$$

idet P er Knusningskraften for et Tværsnit $= a$, K for et Tværsnit $= 1$.

Men K har ikke de samme Værdier for de forskjellige Materialier som R i Formlen (2); den afviger ofte meget fra denne.

Er a udtrykt i Kvadrattommer, P i π , bliver K for:

Smedejern	36000—48000 π
Støbejern	86000—100000 π
Fyrretræ	6300 π

Eeg	7200 $\mathfrak{W}$		
Bøg	8800 $\mathfrak{W}$		
Ask	9300 $\mathfrak{W}$		
Gran	5500 $\mathfrak{W}$		
Alm	10400 $\mathfrak{W}$		
Basalt.....	29000 $\mathfrak{W}$,	Vægtfylde	2,8
Granit	5000—10000 $\mathfrak{W}$	—	2,75
Kalksteen	300—9000 $\mathfrak{W}$	—	2,6
Portlandskalk	6000 $\mathfrak{W}$		
Marmor	4000—11000 $\mathfrak{W}$	—	2,7
Mørtel	500 $\mathfrak{W}$	—	1,7
Hydraulisk Mørtel..	700 $\mathfrak{W}$		
Sandsteen.....	60—10000 $\mathfrak{W}$	—	2,4
Muursteen	500—2000 $\mathfrak{W}$	—	1,9.

Som Sikkerhedskoefficienter for Sammentrykning kan sættes

for Smedejern	$K_2 = 8000 \mathfrak{W}$
— Støbejern.....	$K_2 = 17000 \mathfrak{W}$
— Træ	$K_2 = 630 \mathfrak{W}$ 800
— Granit	$K_2 = 400—500 \mathfrak{W}$
— Mørtel	$K_2 = \text{indtil } 100 \mathfrak{W}$
— hydraulisk Mørtel.....	$K_2 = \text{indtil } 150 \mathfrak{W}$.

Bruddet indfinder sig paa forskjellig Maade. Ved de naturlige Steenarter skeer det enten ved, at de dele sig i Naale efter Retning af Trykket, eller derved, at der danner sig Kegler, hvis Endeflader ere Enderne af Stenen, og disse skyde de omliggende Dele ud. I begge Tilfælde foregaaer en fuldstændig Knusning. For Jern og Træ har Hodgkinson fundet, at Prismet, der brydes ved Sammentrykning, deler sig i to Dele adskilte ved en Skraaplan, og det øverste Stykke glider ad denne Skraaplan nedad. Det er rimeligt, at et lignende Forhold er tilstede ved Steenarterne, der i enkelte Tilfælde have viist dette.

Naar et Prismes Længde er betydeligt større end dets Tværsnitsdimension, og det paavirkes af Kræfter, der sammentrykke det i Længderetningen, saa bøies Prismet, og, hvis Kræfterne blive store nok dertil, brydes det ved Bøining. — Hodgkinson har anstillet Forsøg for at bestemme Betingelserne, under hvilke Brud ved Bøining indtræder. Et reent Bøiningsbrud indtraadte, naar Bjælken eller Søilen var afrundet paa Enderne og Længden = 15 Gange Tværsnitsdimensionen; var Søilen plant

afrettet paa Enderne vinkelret paa Længderetningen, og den var centralt belastet, indtraadte Bøiningbrud ved en Længde = 30 Gange Tværsnitsdimensionen. De følgende Formler vise Resultaterne af hans Forsøg:

Søilens Materiale og Beskaffenhed.	Begge Søilens Ender afrundede og $L > 15d$.	Begge Søilens Ender plane $L > 30d$.
Massiv cylindrisk Støbejern	$P_1 = 32170 \cdot \frac{d^{3,76}}{L^{1,7}}$	$P_1 = 94810 \cdot \frac{d^{3,55}}{L^{1,7}}$
Huul cylindrisk Støbejern	$P_1 = 28070 \cdot \frac{d^{3,76} - d_1^{3,76}}{L^{1,7}}$	$P_1 = 95150 \cdot \frac{d^{3,55} - d_1^{3,55}}{L^{1,7}}$
Massiv cylindrisk Smedejern	$P_1 = 91600 \cdot \frac{d^{3,76}}{L^2}$	$P_1 = 284000 \cdot \frac{d^{3,55}}{L^2}$
Massiv med kva- dratisk Tværnit, Danziger Eeg.		$P_1 = 23600 \cdot \frac{d^4}{L^2}$
Massiv, kvadratisk Tværnit, tørt Fyrretræ		$P_1 = 16800 \cdot \frac{d^4}{L^2}$

I disse Formler betegner:

- d Diametren i danske Tommer af en cylindrisk Søile eller Side-
linien i det kvadratiske Tværnit af en fiirkantet Søile,
 d_1 den indvendige Diameter i Tommer af en cylindrisk huul Søile,
 L Søilens Længde i danske Fod, og
 P_1 den Vægt, der ved at virke til Sammentrykning af Søilen, bryder
denne.

I Praxis bydes Søilerne ikke den angivne Brudbelastning P_1 ;
men Jernsøiler bydes kun $\frac{1}{8}P_1$ og Træsøiler $\frac{1}{10}P_1$.

Naar Søilen var afrundet for den ene Ende, plan for den anden,
saa blev dens Modstand mod Brud lig Middelværdien mellem det
Tilfælde, hvor den ved samme Dimensioner var afrundet paa begge
Ender og plant afrettet paa begge.

Falder Totaltrykket i Kant af Endeflader, der staae vinkelret
paa Søilens Længde, saa forholder Søilen sig, som om den var af-
rundet for Enderne.

Ved Søiler af ringere Længde foregaaer deels et
Brud ved Bøining deels ved Knuusning saaledes, at f. Ex. en

Seile af Træ faaer sine Fibre skilte ad langs ad den Skraaplan, hvorefter et Brud ved Knusning vilde indfinde sig. — For saadanne lavere Seiler bestemmes Modstanden omtrentlig ved følgende Formel, hvor P er Værdien efter Formlen (6), P_1 Værdien efter paagjældende Formel Pag. 32, P_n den betragtede Seiles Modstand:

$$P_n = \frac{P \cdot P_1}{P_1 + \frac{3}{4}P}$$

Naar en Seile har voxende Tværsnit mod Midten, saa er den stærkere med samme Mængde af Materiale end en cylindrisk Seile. Er Diametren paa Midten af en saaledes formet Seile $1\frac{1}{2}$ —2 Gange Diametren ved Enderne, saa er den $\frac{1}{4}$ stærkere end en cylindrisk Seile af samme Længde og samme Materialmængde, naar Enderne ere afrundede. Ere Enderne plant afrettede vinkelret paa Seilens Længde, saa er den $\frac{1}{8}$ — $\frac{1}{9}$ stærkere.

I Tilfælde, hvor man ved en Bygningskonstruktion vil bruge Seiler med en anden Tværsnitsform end den i Formlerne forudsatte, beregner man først de Dimensioner, som et af de i Formlerne forudsatte Tværsnit faaer, og bestemmer dernæst Dimensionerne af den ønskede Tværsnitsform saaledes, at en Bjælke af dette Tværsnit giver samme Modstand mod Brud ved Beining som en Bjælke af det først beregnede Tværsnit, naar den paavirkes af Kræfter lodret paa Længderetningen. — Hvorledes dette skeer, omtales senere.

Fairbairn har undersøgt Belastningen af en Modelseile i længere Tid. Den var af Støbejern med runde Ender. En saadan Seile af $5\frac{3}{4}$ Fods Længde og 0,92 Tommers Diameter, der var belastet med 0,97 af Brudlasten, brød efter 5—6 Maanedes Forløb. — En anden af samme Dimension belastet til 0,746 af Brudlasten antog strax en Beining

.....	=	0,0185 Fod.
efter 1 Aars Forløb en do.....	=	0,0283 —
— 2 — — —	=	0,0283 — 3: uforandret.
— 3 — — —	=	0,0332 —

Vicat har fundet, at, naar en Pille var opført af kubiske Blokke, 1—2 Centimetres i Sidelinie, og Antallet af Blokke i Pillen var

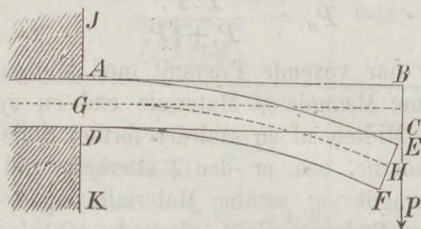
1	2	4	8
---	---	---	---

saa forholdt sig Pillens Modstand som..... 1,00 — 0,93 — 0,86 — 0,83.

Tabeller over Dimensioner af Seiler svarende til givne Belastninger og beregnede efter Hodgkinson's Formler følge hermed trykte.

4. Bøining.

Naar en prismatisk Stang $ABCD$ er fastspændt horisontalt i Muren JK , og den paa Enden paavirkes af en vertikal Kraft P , saa vil den bøje sig og indtage en Stilling som $A E F D$. Herved



ville alle Længdetraade, hvori Stangen kan tænkes deelt, bøje sig i Vertikalplanen og danne Cylinderflader, hvis Frembringere staae lodret paa Vertikalplanen. De øverste af disse Cylinderflader, der ligge paa den konvexe Side af den bøiede Stang, ville ved Bøiningen strækkes; de nederste, der ligge paa den konkave Side af Stangen, ville sammentrykkes; men en af Cylinderfladerne — GH — vil hverken strækkes eller sammentrykkes; den kaldes den neutrale Flade. Bøiningens Form følger af Ligevægten mellem Kraften P og Legemets egen Vægt paa den ene Side og Modstanden mod Strækning og Sammentrykning paa de forskjellige Steder af Stangen.

I Praxis er det kun smaa Bøininger, der indtræde indenfor Elasticitetsgrænsen. —

Fig. 1 fremstiller Stangen i Sidetegning, Fig. 2 i Tværsnit. LM (Fig. 2) er Tværsnittet af Neutralfladen $\circ$: Neutralaxen i Tværsnittet. Gjennem et vilkaarligt Sted af Bjælken, er lagt de to Snit NO og PQ (Fig. 1) i en uendelig lille Afstand v fra hinanden, denne Afstand v maalt paa Neutralfladen; og gennem Punktet U er lagt Snittet $RS \neq NO$; $RP = e_1$ betegner da den ved Bøiningen frembragte Udvidelse i den største Afstand y_1 fra Neutralfladen paa den konvexe Side, og $QS = e_2$ Sammentrykningen i den største Afstand y_2 fra samme Flade paa Bjælkens konkave Side. Tænkes e_1 tilveiebragt ved en Strækkraft K_1 paa Tværsnitseenheden, e_2 ved en sammentrykkende Kraft K_2 paa Tværsnitseenheden, saa er:

$$K_1 = \eta \cdot \frac{e_1}{v} \quad \text{og} \quad K_2 = \eta \frac{e_2}{v};$$

$$\text{men} \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{e_1}{e_2} \quad \circ: \quad e_2 = \frac{y_2}{y_1} e_1, \quad \text{hvoraf} \quad K_2 = \eta \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{e_1}{v}.$$

ringe. — Foruden disse horizontale Kræfter virke paa Bjælken de vertikale ydre Kræfter, der frembringe Beiningen. — Tænkes nu denne at være tilendebragt, saa at der er Ligevægt tilstede, maa de 3 almindelige Ligevægtsbetingelser,

$$\Sigma(H) = 0, \quad \Sigma(V) = 0, \quad \Sigma(M) = 0,$$

være opfyldte.

Den første, $\Sigma(H) = 0$, lærer os, at Summen af de omtalte horizontale Kræfter maa være lig Nul, hvilket giver, idet Modstandene under Neutralaxen regnes negative, over den positive:

$$\eta \cdot \frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1} \cdot [\Sigma y \cdot m \cdot s - \Sigma y' \cdot m \cdot s_1] = 0$$

eller

$$\Sigma y \cdot m \cdot s - \Sigma y' \cdot m \cdot s_1 = 0$$

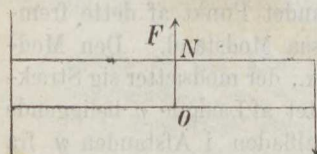
∴ Summen af Momenterne af de enkelte Arealelementer i Tværnittet med Hensyn til Neutralaxen er lig Nul; men denne Sum er tillige lig hele Arealets Moment med Hensyn til Neutralaxen

∴ Arealet A multipliceret med sit Tyngdepunkts Afstand x_t fra Neutralaxen, altsaa

$$A \cdot x_t = 0 \quad \text{∴} \quad x_t = 0$$

∴ Neutralaxen gaaer gennem Tværnittets Tyngdepunkt.

Den 2den Ligning, $\Sigma(V) = 0$, lærer os, at der i et hvilket



somhelst Tværnit af Bjælken, f. Ex. NO , maa være en vertikal Kraft F , som er lig og modsat Summen af de paa Tværnittet virkende ydre Kræfter. Virker f. Ex. paa Enden af Bjælken Kraften P , da maa

$$P - F = 0 \quad \text{∴} \quad P = F$$

Denne Kraft F er den Modstand mod Forskydning eller Overklipping, som Tværnittet frembyder.

Den 3die Ligning, $\Sigma(M) = 0$, lærer os, at Summen af Momenterne med Hensyn til et hvilket som helst Punkt, f. Ex. U (Fig. 1 Pag. 35) LM (Fig. 2), skal være Nul, ∴ Summen af de indre Kræfters Momenter lig Summen af de ydre Kræfters Momenter.

Summen af de indre Kræfters Momenter kan nu findes. — Momentet af Strækningsmodstanden i Elementet af Areal $m \cdot s$ (Fig 2 Pag. 35) er:

$$\eta \cdot \eta \cdot \frac{y}{y_1} \cdot m \cdot s \cdot \frac{e_1}{v} = \eta \cdot \frac{y^2}{y_1} \cdot m \cdot s \cdot \frac{e_1}{v},$$

og Momentet af Sammentrykningsmodstanden i Elementet af Areal $m.s$, er:

$$y' \cdot \eta \cdot \frac{y'}{y_1} \cdot m \cdot s_1 \cdot \frac{e_1}{v} = \eta \cdot \frac{y'^2}{y_1} \cdot m \cdot s_1 \cdot \frac{e_1}{v}.$$

Summen af dem alle er da:

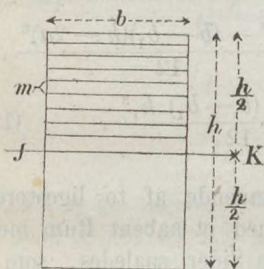
$$\eta \cdot \frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1} \cdot [\Sigma y^2 \cdot m \cdot s + \Sigma y'^2 \cdot m \cdot s_1].$$

Men et Areal, som $m.s$ multipliceret med Kvadratet af dets Afstand fra Axen LM , kaldes dette Areals Inertimoment med Hensyn til denne Axe, og $\Sigma y^2 \cdot m \cdot s$ er Inertimomentet af samtlige Arealer ovenfor LM med Hensyn til denne. Det Samme gjælder for Under-siden. Altsaa kan man sætte

$$\eta \cdot \frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1} [\Sigma y^2 \cdot m \cdot s + \Sigma y'^2 \cdot m \cdot s_1] = \eta \cdot \frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1} \cdot J. \quad (7)$$

hvor J er Inertimomentet af Tværsnittet af den prismatiske Bjælke med Hensyn til Neutralaxen. — Dette Moment af de indre Kræfter skal nu være lig Momentet af de ydre Kræfter med Hensyn til samme Punkt, og kaldes dette S , maa man have

$$\eta \cdot \frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1} \cdot J = S. \quad (7_1)$$



Dersom Tværsnittet var et Rektangel af Brede b og Høide h , saa vilde Neutralaxen være JK beliggende i Midten. Vi kunne nu tænke os Høiden $\frac{h}{2}$ deelt i et Antal n uendelig smaa Dele, hver af Høide m . Inertimomentet af Overdelen af Tværsnittet bliver da:

$$m^2 \cdot b \cdot m [1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2],$$

og da Summen af Rækken $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2$ er lig $\frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$, saa bliver foranstaaende Inertimoment lig:

$$b \cdot m^3 \cdot \frac{(n-1) n (2(n-1) + 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = b \cdot m^3 \cdot \frac{n \cdot (n-1) (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}.$$

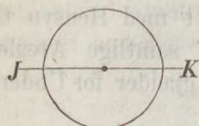
Er n , som her, uendelig stor, bliver denne Værdi $= b \cdot m^3 \cdot \frac{n^3}{3}$, eller da $n \cdot m = \frac{h}{2}$, er Inertimomentet af Overdelen af Tværsnittet

$$= \frac{b \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3}{3} = \frac{1}{24} \cdot b \cdot h^3.$$

Lige saa stort bliver Inertimomentet af Underdelen, saa at Inertimomentet af det hele rektangulære Tværsnit med Hensyn til en Axe gaaende gennem Midten af h bliver

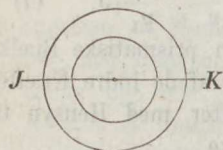
$$J_{\text{I}} = 2 \cdot \frac{1}{24} \cdot b \cdot h^3 = \frac{b h^3}{12}. \quad (8)$$

Paa lignende Maade, men ved langt mere sammensat Beregning, findes:



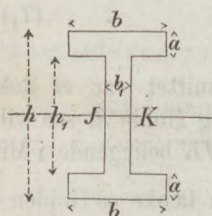
Inertimomentet af et cirkulært Tværsnit af Radius r med Hensyn til en Axe gennem Centrum

$$J_{\text{II}} = \frac{\pi}{4} \cdot r^4 \quad (9)$$



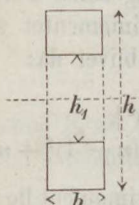
og for et Tværsnit, der er en Cirkelring af indre Radius r_1 , ydre Radius r :

$$J_{\text{III}} = \frac{\pi}{4} \cdot (r^4 - r_1^4) \quad (10)$$



For et Tværsnit som det vedtegnede udledes af (8)

$$\begin{aligned} J_{\text{IV}} &= \frac{b \cdot h^3 - (b - b_1)(h - 2a)^3}{12} \\ &= \frac{b \cdot h^3 - (b - b_1) \cdot h_1^3}{12}, \end{aligned} \quad (11)$$



og for et Tværsnit bestaaende af to ligestore og ligestillede Rektangler med et aabent Rum mellem deres nærmeste parallelle Sider saaledes, som det kan forekomme ved visse sammensatte Træbjælker

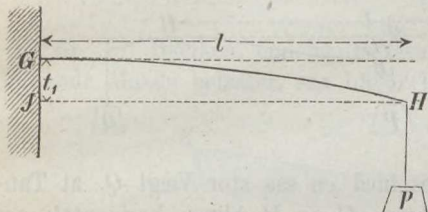
$$J_{\text{V}} = \frac{b \cdot (h^3 - h_1^3)}{12}. \quad (12)$$

I Fig 1 Pag. 35 er $\frac{e_1}{y_1} = \frac{v}{\rho}$, hvor ρ er Krumningsradien til Punktet U i Neutralfladen; deraf følger, at Værdien $\frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1}$ i Ligning (7₁) bliver $\frac{1}{\rho}$, saa at denne Ligning bliver

$$\eta \cdot \frac{J}{\rho} = S, \quad (13)$$

en Ligning, der tjener til at beregne Bjælkens Bøining. Størrelsen $\eta \cdot \frac{J}{\rho}$ kaldes Bøiningsmomentet.

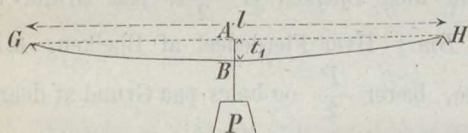
Man kan nu ved høiere Beregninger finde den Indsænkning, som Bjælker faae ved visse Belastninger, og ved Forsøg kan man overbevise sig om Resultaternes Rigtighed.



1) Er en Vægt P anbragt paa Enden af en Bjælke GH der er horizontalt fastspændt i en Væg ved G , og er Bjælkens egen Vægt saa ringe, at man kan lade den ude af Betragtning, saa bliver Bjælkens Bøining eller Indsænkning:

$$GJ = t_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J}. \quad (14)$$

2) Er den samme Bjælke i horizontal Stilling understøttet



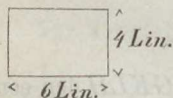
ved begge Ender og paa Midten belastet med samme Vægt P , saa bliver Indsænkningen paa Midten $AB = t_1$

$$t_1 = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J}. \quad (15)$$

Da η er angivet i $\mathcal{H}$ for 1 $\square$ Tommes Tværsnit af en Stang, saa maa P angives i $\mathcal{H}$ og alle Maal i danske Tommer.

Den sidste Formel kan ved Forsøg let kontrolleres. Tages til Forsøg en Stang af Tværsnit som et Rektangel $\frac{1}{3}$ Tom. bredt og $\frac{1}{2}$ Tom. høit, og Længden mellem Understøtningerne er 24 Tom.,

saa vil den lagt paa Fladen, $\circ$: i vedtegnede Stilling, og belastet paa Midten med en vis Vægt — bøie sig ned et Stykke t_n ; stilles den



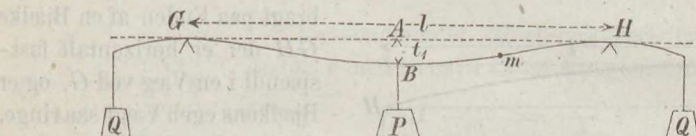
paa Høikant, vil den kun indsænke sig $\frac{4}{9} t_n$ for den samme Vægt. Men Inertimomenterne af

Tværsnittene forholde sig i disse to Tilfælde som 4:9, og Indsænkningerne skulle efter (15) staae i omvendt Forhold til Inertimomenterne, netop som Forsøgene vise.

Endvidere: hvis man anbringer Stangen i en vis Stilling, f. Ex. paa Fladen, belaster den med nævnte Vægt P , og er Længden

mellem Understøtningerne $l = 24$ Tom., saa bliver Indsænkningen i Midten $= t_n$. Gjør man Længden mellem Understøtningerne $l = 48$ Tom., saa bliver Indsænkningen paa Midten $8 t_n$; $\therefore$ Indsænkningerne forholde sig som l^3 . —

3) Er en Bjælke i horizontal Stilling fastspændt ved begge Ender, Noget, der kun kan skee, naar den forlænges ud over Under-



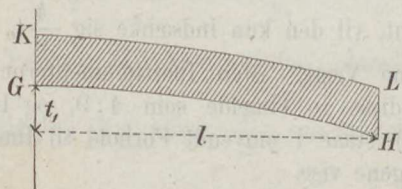
støtningerne og udenfor belastes med en saa stor Vægt Q , at Tangenten til Understøtningspunkterne G og H bliver horizontal, saa bliver den derved stivere, den indsenker sig i Midten et Stykke

$$t_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J} \quad (16)$$

Reaktionen fra Underlagene mod Bjælken er $\frac{P}{2}$; paa Grund af denne bøies $\frac{1}{4}$ af Bjælken Bm . Hver Fjerdedeel af Bjælken, mH hen mod Understøtningerne, bærer $\frac{P}{2}$ og bøies paa Grund af denne Kraft.

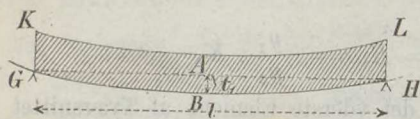
Ifølge (14) bøies altsaa Bm opad: $\frac{1}{3} \cdot \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^3 = \frac{1}{384} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J}$
og Hm bøies nedad et Stykke $=$ det Samme $= \frac{1}{384} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J}$. Summen af disse Størrelser er den hele Indsænkning efter (16).

Bøiningerne $\therefore$ Indsænkningerne blive anderledes, naar Vægten istedetfor at virke paa et enkelt Punkt er eensformigt fordeelt over hele Længden.



4) Er $GKLH$ den eensformigt fordelte Vægt, og er Bjælken fastspændt i horizontal Stilling i Punktet G , saa bliver Indsænkningen

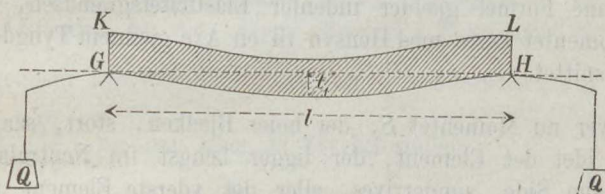
$$t_1 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J} \quad (17)$$



fordelte Vægt P , saa indsenker den sig i Midten Stykket AB

$$= t_1 = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J} \quad (18)$$

6) Er Bjælken endelig fastspændt ved begge Ender og paa lignende Maade belastet, saa bliver Indsenkningen i Midten:



$$t_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J} \quad (19)$$

$$\text{og } t_1 = \frac{1}{384} \cdot \frac{P \cdot l^3}{\eta \cdot J}$$

Formlerne (18) og (19) kunne kontrolleres ved Forsøg.

Exempel paa Beregning efter (18). — I et Gulv ligge Bjælkerne i 3 Fods Afstand fra hinanden, maalt fra Midte til Midte af Bjælkerne. Gulvet med Tilbehør veier 25 $\mathcal{A}$ pr. $\square$ Fod, og det er belastet paa $\square$ Foden med 40 $\mathcal{A}$. Bjælkerne ere 8 Tom. i Fiirkant, af Træ, og 8 Alen lange mellem Understøtningerne. Belastningen er da $3 \cdot 16 \cdot 65 = 3120 \mathcal{A}$; sættes $\eta = 2000000$, saa bliver

$$t_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{3120 \cdot 192^3}{2000000 \cdot \left(\frac{8^4}{12}\right)} = 0,42 \text{ Tom.}$$

Var Træet grønt, og derfor $\eta = 1000000$, saa blev $t_1 = 0,84''$

og $\frac{1}{228}$ af Længden, der er en stor Indsenkning for ordinær Belastning.

Brud ved Bøining. — I det Foregaaende have vi udviklet Formlen, der gjælder for Bøining:

$$\eta \cdot \frac{e_1}{v} \cdot \frac{1}{y_1} \cdot J = S \quad (7_1)$$

og vi have seet, at heri er

$$\eta \cdot \frac{e_1}{v} = K_1 = \frac{y_1}{y_2} \cdot K_2$$

hvor K_1 er Paavirkningen i det yderste Element af Tværsnittet paa den ene Side af Neutralaxen, K_2 Paavirkningen i det yderste Element paa den modsatte Side af denne Axe. Indføres disse Værdier af $\eta \cdot \frac{e_1}{v}$ i (7₁), faaes

$$\frac{K_1}{y_1} \cdot J = \frac{K_2}{y_2} \cdot J = S. \quad (20)$$

Denne Formel gjælder indenfor Elasticitetsgrænsen, hvor da Inertimomentet tages med Hensyn til en Axe gennem Tyngdepunktet af Tværsnittet.

Bliver nu Momentet S , der bøier Bjælken, stort, saa vil den brydes, idet det Element, der ligger længst fra Neutralaxen paa dennes ene Side, sønderrives, eller det yderste Element paa den modsatte Side af Neutralaxen knuses. Saasnart dette skeer, er Bjælken bleven svagere, end den var forhen, α : den er brudt. Paavirkningerne K_1 og K_2 i de yderste Elementer afhænge i Bruddets Øieblik af Legemet's Modstand imod Sønderrivning og Knusning; men de ere ikke lig med de under Strækning og Sammentrykning for det paagjældende Materiale anførte Brudværdier R og K , hvis disse ere forskellige. Thi, allerede noget før Bjælken brydes, er Elasticitetsgrænsen overskreden, og Neutralaxen gaaer ikke længer gennem Tværsnittets Tyngdepunkt, men er rykket mod den Side af Tværsnittet — Over- eller Underside — hvor Modstanden er størst. Der indfinder sig derfor en vis Brudmodstand paa Kvadrattommen af Tværsnittet, der ved Forsøg har viist sig at være lavere end Middelværdien af Modstanden mod Sønderrivning R og Modstanden mod Knusning K . Kaldes denne Brudmodstand R_1 , saa har man fundet for:

Støbejerns Bjælker		$R_1 = 30000 \text{ } \overline{\pi}$
Smedejerns do.		$R_1 = 40000 \text{ } \overline{\pi}$
Træ	do.	 $R_1 = 8400 \text{ } \overline{\pi}$.

Bjælker bydes imidlertid ikke i Praxis saa store Belastninger, at de bryde; man belaster dem kun med en vis Deel af Brudlasten R_1 α : konstruerer med en vis Grad af Sikkerhed, nemlig:

for Støbejerns Bjælker	med	5	Gange	Sikkerhed
» Smedejerns do.	med	4	do.	do.
» Træ	do.	med 10	do.	do.

saa at Sikkerhedskoefficienten for Beining bliver:

$$\text{for Støbejern} \dots R_2 = \frac{30000}{5} = 6000 \text{ } \overline{\text{w}} \text{ i det Høieste}$$

$$\text{» Smedejern} \dots R_2 = \frac{40000}{4} = 10000 \text{ } \overline{\text{w}} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

$$\text{» Træ} \dots R_2 = \frac{8400}{10} = 840 \text{ } \overline{\text{w}} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

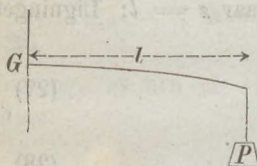
Træbroers Bjælker konstrueres ofte med endnu større Sikkerhed, og ved Anvendelse paa Maskiner gives ofte meget højere Sikkerhedsgrader for Støbejern og Smedejern.

Værdien R_2 ligger indenfor Elasticitetsgrænsen; og betegner nu y_1 Afstanden fra det yderste Element i Tværsnittet til Neutral-axen gennem Tyngdepunktet, saa kan $\frac{R_2}{y_1}$ indsættes i (20) istedetfor

$\frac{K_1}{y_1}$ og $\frac{K_2}{y_2}$, og man faaer da Styrkeformlen:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = S. \quad (20_1)$$

Denne Formel anvendt paa de Tilfælde, der, hvad Beining angaaer, ere behandlede i Formlerne (14)–(19), giver følgende Resultater:



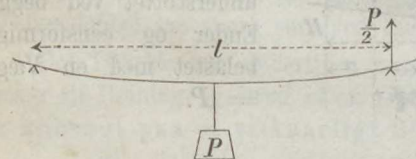
1) Horizontal Bjælke fastspændt ved den ene Ende, belastet paa den anden Ende:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = P \cdot l, \quad (21)$$

hvoraf

$$P = \frac{R_2}{y_1} \cdot \frac{J}{l}. \quad (22)$$

Den bryder ved G.



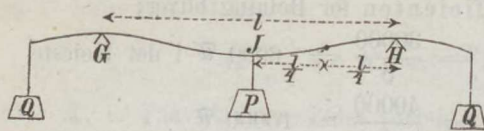
2) Horizontal Bjælke, understøttet ved begge Ender og belastet paa Midten:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{1}{2} P \cdot \frac{1}{2} l = \frac{1}{4} P \cdot l \quad (23)$$

hvoraf

$$P = 4 \cdot \frac{R_2}{y_1} \cdot \frac{J}{l}. \quad (24)$$

Den bryder i Midten.

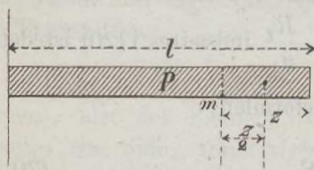


3) Horizontal Bjælke fastspændt ved begge Ender og belastet paa Midten:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{1}{2} P \cdot \frac{1}{4} l = \frac{1}{8} P \cdot l, \quad (25)$$

hvoraf
$$P = 8 \cdot \frac{R_2}{y_1} \cdot \frac{J}{l}. \quad (26)$$

Den bryder lige let ved G , H og J .



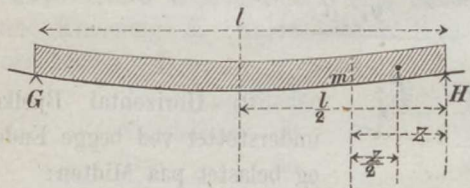
4) Horizontal Bjælke fastspændt i den ene Ende og eensformigt belastet med en Vægt $= P$. For et Punkt m i Bjælken i en Afstand z fra Enden er Lasten $= \frac{z}{l} \cdot P$, og den har sit

Tyngdepunkt liggende i en Afstand fra m , der er $= \frac{z}{2}$. Altsaa

haves for Punktet m : $\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{1}{2} \cdot \frac{P \cdot z^2}{l}$; høire Side af Ligningen voxer, naar z voxer, og bliver Maximum, naar $z = l$; Ligningen bliver da:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{1}{2} P \cdot l, \quad (27)$$

hvoraf
$$P = 2 \cdot \frac{R_2}{y_1} \cdot \frac{J}{l}. \quad (28)$$



5) Horizontal Bjælke understøttet ved begge Ender og eensformigt belastet med en Vægt $= P$.

For et Punkt m af Bjælken i en Afstand z fra Enden virker i H et Tryk opad $= \frac{P}{2}$ paa Vægtstangsarmen z ; dette giver et Moment med Hensyn til m lig $\frac{P}{2} \cdot z$.

Men imellem m og H virker en Vægt $= \frac{z}{l} \cdot P$ i modsat Retning $\circ$: nedad, og dens Tyngdepunkt ligger i Afstanden $\frac{z}{2}$ fra m ; dette giver et Moment $= -\frac{z}{l} \cdot P \cdot \frac{z}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{l} \cdot P$.

Momentet, der virker til at bryde Bjælken i Punktet m , bliver altsaa:

$$S = \frac{1}{2} P \cdot z - \frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{l} \cdot P = \frac{1}{2} P \cdot z \left(1 - \frac{z}{l}\right)$$

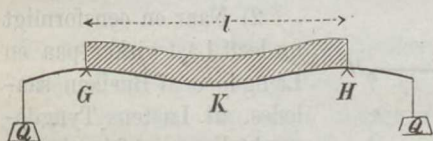
Man kan let overbevise sig om, at denne Værdi af S bliver størst, naar $z = \frac{l}{2}$; Bjælkens Brudsted er altsaa i Midten. For

$z = \frac{l}{2}$ bliver $S = \frac{1}{8} P \cdot l$, som indsat i (20₁) giver:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{1}{8} P \cdot l, \quad (29)$$

hvoraf

$$P = 8 \cdot \frac{R_2}{y_1} \cdot \frac{J}{l}. \quad (30)$$



Regning, at den er svagest ved G og H ; for disse to Punkter bliver

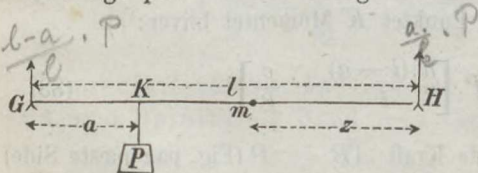
$$P = 12 \cdot \frac{R_2}{y_1} \cdot \frac{J}{l}.$$

6) Er endelig Bjælken horizontalt fastspændt ved begge Ender og eensformigt belastet med en Vægt P , saa findes ved høiere

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{1}{8} P \cdot l \quad (31)$$

Men en egentlig Fastspænding kan sjældent eller aldrig tilveiebringes fuldstændigt ved Bygningsarbejder, saa at Ligningen (31) altsaa kun ufuldstændigt kan fyldestgøres. — I Midten, K , er denne Bjælke dobbel saa stærk som ved Enderne.

Det Tilfælde kan undertiden være at beregne, at Kraften, som virker til Bøining og Brud af en i begge Ender understøttet Bjælke, er anbragt paa et vilkaarligt Sted:



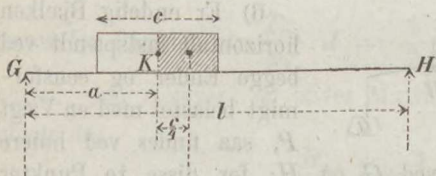
1) Virker saaledes en Kraft P i Afstand a fra den ene Ende af Bjælken, saa virker paa Understøtningen H en Kraft opad

paa Bjælken $= \frac{a}{l} \cdot P$, og paa den anden Ende G en Kraft opad $= \frac{l-a}{l} \cdot P$.

Betragtes et vilkaarligt Punkt m af Bjælken, beliggende i Afstand z fra H , idet $z < l-a$, saa er Momentet, som virker til Boining i dette Punkt $= \frac{a}{l} \cdot P \cdot z$, et Udtryk, der kun gjælder Punkter beliggende mellem K og H . Dette Udtryk voxer med z og bliver størst, naar $z = l-a$, saa at Bjælken lettest brydes i K ; for dette Punkt bliver Momentet

$$S = \frac{a \cdot (l-a)}{l} \cdot P. \quad (32)$$

Denne Værdi bliver den størst mulige, naar $a = \frac{l}{2}$: naar Vægten P er anbragt paa Midten af Bjælken. Da nu i de fleste Tilfælde en Last P kan flyttes, saa ere de tidligere Formler (15) og (23) tilstrækkelige til at anstille en sikker Beregning.



2) Naar en eensformigt fordeelt Last virker paa en Længde c af Bjælken saaledes, at Lastens Tyngdepunkt ligger i Afstand a fra en af Understøtningerne,

saa vil det største Moment indtræde for Punktet K ; vi have nemlig ved at udlede Formel (29) seet, at det Sted, hvor en eensformigt fordeelt Belastning virker stærkest paa Bjælken, er et Punkt, der ligger lige under Lastens Tyngdepunkt. — Underlaget H vil trykke

opad mod Bjælken med en Kraft $= \frac{a}{l} \cdot P$, der giver et Moment

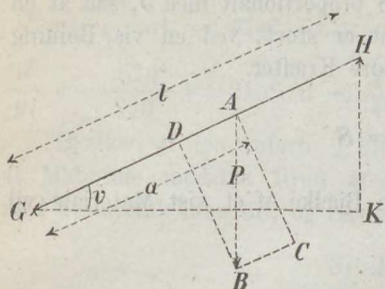
med Hensyn til $K = \frac{a \cdot (l-a)}{l} \cdot P$. Men den halve Last $\frac{P}{2}$ virker i

Afstand $\frac{c}{4}$ fra Punktet K udad; dette giver et statisk Moment

$= - \frac{P}{2} \cdot \frac{c}{4}$, saa at for Punktet K Momentet bliver:

$$S = P \cdot \left[\frac{a \cdot (l-a)}{l} - \frac{c}{8} \right] \quad (33)$$

Naar en vertikalvirkende Kraft $AB = P$ (Fig. paa næste Side) virker paa et Punkt A af en skraatstaaende Bjælke GH , der er



understøttet i sin Stilling ved begge Ender, og Vinklen, som Bjælken danner med Horizontalen GK er $= v$, saa kan P opløses i een Kraft AC , lodret paa Bjælkens Længde, og i een AD parallel med denne $\therefore$ i Retning af Bjælkens Længde. I Afstanden a fra Bjælkens Endepunkt G virker altsaa en

Kraft $AC \perp$ paa Bjælken $= P \cos v$; dens Moment til at bøje og bryde Bjælken er

$$S = \frac{a \cdot (l - a)}{l} \cdot P \cos v. \quad (34)$$

Sammenlignes den anførte Bjælke med en, hvis Længde er Horizontalprojektionen af GH $\therefore$ af Længde $l \cos v$, og denne tænkes belastet med en Vægt P i et Punkt, der er Horizontalprojektionen af A $\therefore$ i en Afstand fra Endepunktet G lig $a \cos v$, saa bliver for denne Bjælke GK det statiske Moment

$$S = \frac{a \cos v \cdot (l - a) \cos v}{l \cos v} \cdot P = \frac{a \cdot (l - a)}{l} \cdot P \cos v$$

$\therefore$ det Samme som angivet for Bjælken GH i (34).

For skraatstaaende Bjælker, f. Ex. Spær, der ere belastede med vertikale Kræfter, kan man derfor regne med deres Horizontalprojektioner.

Der kan dog, naar Kraften AD , der virker efter Bjælkens Længde til Sammentrykning af Bjælken og til Bøining paa Grund af Sammentrykningen, bliver stor, være Spørgsmaal om ogsaa at føre dens Indflydelse i Regning. Dette skeer ved fra Størrelsen R_2 , der indgaaer i Ligningen:

$$\frac{R_2}{y_1} \cdot J = \frac{a \cdot (l - a)}{l} \cdot P \cos v \quad (35)$$

at fradrage en saa stor Deel af Kraften $AD = P \sin v$, som falder paa Kvadrattommen af Bjælkens Tværsnit; kaldes dette A , saa forandres herved Ligning (35) til

$$\left(R_2 - \frac{P \sin v}{A} \right) \cdot \frac{J}{y_1} = \frac{a \cdot (l - a)}{l} \cdot P \cos v. \quad (36)$$

Tværsnitsformens Indflydelse paa Bjælkers Modstand mod Bøining og Brud. — I Ligning (13):

$$\eta \cdot \frac{J}{\rho} = S$$

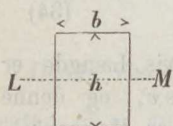
voxer ved en vis Krumningsradius S proportionalt med J , saa at en Bjælke, hvis Tværsnits Inertimoment er stort, ved en vis Beining kan modstaae et stort Moment af ydre Kræfter.

I Ligning (20): $R_2 \cdot \frac{J}{y_1} = S$

voxer S og $\frac{J}{y_1}$ samtidigt, saa at en Bjælke af et vist Materiale vil være stærkest, naar $\frac{J}{y_1}$ bliver størst.

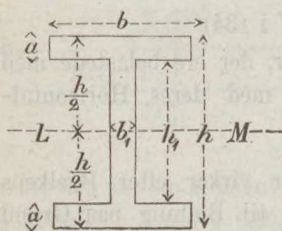
Vi ville nu undersøge de vigtigste Tværsnitsformer.

1) For et rektangulært Tværsnit med Brede b og Høide h er:



$$J = \frac{b \cdot h^3}{12} \text{ og } \frac{J}{y_1} = \frac{b \cdot h^2}{6}, \quad (37)$$

Størrelser, der ved lige Tværsnitsareal α : lige Værdi af $b \cdot h$, blive større, jo større h gjøres i Forhold til b .



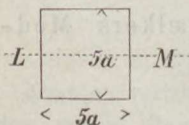
2) For det dobbelt **T** formede Tværsnit med de paaskrevne Dimensioner bliver

$$J = \frac{b \cdot h^3 - (b - b_1) \cdot h_1^3}{12} \text{ og } \frac{J}{y_1} = \frac{b \cdot h^3 - (b - b_1) \cdot h_1^3}{6h}, \quad (38)$$

der ved lige Tværsnitsareal voxe, naar man gjør Bjælken høi, Mellemribben tynd. — Et Exempel vil bedst vise dette. Hertil skal vælges gode praktiske Forhold; gjøres saaledes $b_1 = a$, $b = 7a$, $h = 13a$, $h_1 = 11a$, saa bliver

$$J = \frac{15379 - (7 - 1) \cdot 1331}{12} \cdot a^4 = \frac{7393}{12} \cdot a^4 = 616a^4,$$

og $\frac{J}{y_1} = \frac{616a^4}{\frac{1}{2} \cdot 13a} = 95a^3.$



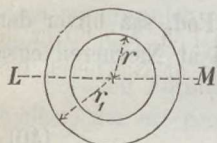
Sammenlignes hermed et kvadratisk Tværsnit med Sidelinie $5a$, der har samme Størrelse som det omtalte, saa bliver for det:

$$J = \frac{5^4}{12} a^4 = 52a^4, \text{ d. e. } \frac{1}{11} \text{ til } \frac{1}{12} \text{ af } J \text{ for } \text{I Bjælken, og}$$

$$\frac{J}{y_1} = \frac{52a^4}{2\frac{1}{2}a} = 21a^3, \text{ d. e. } \frac{1}{4} \text{ til } \frac{1}{5} \text{ af } \frac{J}{y_1}, \text{ for } - \text{ do.}$$

Bjælken af den anførte I Form vil altsaa med samme Mængde af Materiale modstaa Brud 4—5 Gange saa godt som Bjælken med kvadratisk Tværnsnit, og modstaa Bøining 11—12 Gange saa godt.

3) For et huult cirkelformigt Tværnsnit er:



$$J = \pi \cdot \frac{r_1^4 - r^4}{4}$$

$$\text{og } \frac{J}{y_1} = \pi \cdot \frac{r_1^4 - r^4}{4r_1}, \quad (39)$$

der ved lige Areal voxer, jo større man gjør $\frac{r}{r_1}$. Gjør man f. Ex.

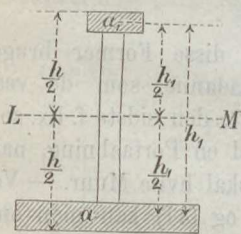
$r = \frac{3}{5}r_1$, som ved hule støbte Maskinaxler, saa bliver Tværnsnitsarealet $= \pi \cdot r_1^2 \cdot (1 - \frac{9}{25}) = \pi \cdot \frac{16}{25} r_1^2 = \pi \cdot (\frac{4}{5}r_1)^2$: $=$ Arealet af en Cirkel, hvis Radius er $= \frac{4}{5}r_1$. — For et saadan huult Tværnsnit er

$$J = \frac{\pi}{4} \cdot r_1^4 \cdot \left(1 - \frac{81}{625}\right) = 0,2176\pi \cdot r_1^4, \quad \frac{J}{y_1} = 0,2176\pi \cdot r_1^3, \text{ og for}$$

det cirkelformede af Radius $\frac{4}{5}r_1$:

$$J = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{256}{625} r_1^4 = 0,1024\pi \cdot r_1^4 \text{ og } \frac{J}{y_1} = \frac{0,1024\pi \cdot r_1^4}{0,8r_1} = 0,128\pi \cdot r_1^3.$$

Men undertiden anvender man endnu andre Former af Bjælker, hvor Materialernes Modstand mod Sønderrivning og mod Knusning ere forskellige f. Ex. ved Støbejern, hvor Modstanden mod Knusning er 86000 ϖ og den mod Sønderrivning 15000 ϖ pr. □ Tomme af Tværnittet. Man konstruerer da Tværnittet saaledes, at Neutral-axen ligger i Midten af Høiden i Bruddets Øieblik. Mellemvæggen,



der forbinder Over- og Underpart gives en Tykkelse $= \frac{1}{12} - \frac{1}{15}$ af Bjælkens Høide; den regner man kun at skulle holde Over- og Underpart i deres Stilling. Bjælken tænkes understøttet ved begge Ender og eensformigt belastet med en Vægt P , og man har da

$$S = \frac{P \cdot l}{8}.$$

Momentet af Modstand mod Knusning af Overpart er: $K \cdot a_1 \cdot \frac{h_1}{2}$

do. do. do. mod Sønderrivning af Underpart — $R \cdot a \cdot \frac{h_1}{2}$

begge Momenter tagne med Hensyn til Neutralaxen LM , idet h_1 er Afstanden mellem Midterne af Over- og Underpart; man regner da:

$$K.a_1 \cdot \frac{h_1}{2} = R.a \cdot \frac{h_1}{2} \text{ og } S = K.a_1 \cdot \frac{h_1}{2} + R.a \cdot \frac{h_1}{2} = R.a.h_1$$

$$\text{hvoraf } a = \frac{S}{R.h_1} = \frac{P.l}{8 \cdot 15000h_1}, \text{ eller idet } h_1 \text{ sættes } = \frac{7}{8} h$$

$$a = \frac{P.l}{105000h},$$

hvor P er $\mathfrak{W}$, Maalene Tommer. — Angives l i Fod, saa bliver dens Tal i Tælleren 12 Gange saa lille som før, saa at Nævneren ogsaa maa divideres med 12, hvorved man faaer:

$$a \square'' = \frac{P\mathfrak{W} \cdot l}{8750h''}, \quad (40)$$

hvor a er angivet ved Brudgrændsen. For 5 Gange Sikkerhed maa man indsætte $5P$ istedetfor P .

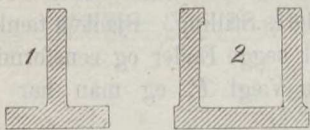
Overpartens Tværsnit bliver $a_1 = \frac{5}{8}a$, men for Støbefejls Skyld gjøres som oftest $a_1 = \frac{1}{4}a$. (41)

Exempel: En Bjælke af 20 Fods Længde har Belastning paa 6 Fods Brede heelt igjennem $\mathfrak{a}$: Belastning paa 120 $\square$ Fod. Belastningen pr. $\square$ Fod er 100 $\mathfrak{W}$, og Gulvet veier 30 $\mathfrak{W}$ pr. $\square$ Fod; man har da $P = 15600 \mathfrak{W}$, og regnes med 5 Gange Sikkerhed, bliver $P = 78000 \mathfrak{W}$; l er $= 20'$, og sættes $h = 16''$, saa faaes

$$\text{efter (40):} \quad a = \frac{78000 \cdot 20}{8750 \cdot 16} = 11,14 \square \text{ Tom.}$$

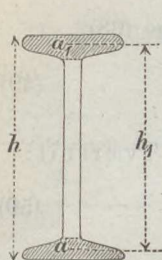
$$a_1 = \frac{11,14 \square''}{4} = 2,8 \square \text{ Tom.}$$

Mellemvæggen gjøres $1\frac{1}{16}$ Tom. tyk, a gjøres 10 Tom. bred og $1\frac{1}{8}$ Tom. høi, a_1 gjøres 3 Tom bred og 1 Tom. høi. Mellemvæggens Tykkelse fordeles saaledes, at den foroven bliver $\frac{7}{8}$ Tom., forneden $1\frac{1}{8}$ Tom.



Istedetfor disse Former bruges undertiden saadanne som de vedtegnede 1 og 2, den sidste f. Ex. som lige Drager ved en Portaabning, naar der ovenover skal hvile Muur. — Ved Hjælp af (40) og (41) kan man omtrentlig beregne dem.

For Smedejern beregner man ofte Bjælker paa lignende Maade, idet Modstanden mod Sønderrivning sættes $= 12000 \mathfrak{W}$ pr. $\square$ Tom. og Modstanden mod Knusning $= \frac{4}{3}$ deraf,



$$\therefore a = \frac{P.l}{8.12000h_1}, \quad h_1 = \frac{15}{16}h, \text{ hvoraf}$$

$$a = \frac{P.l}{90000h}, \text{ hvor } P \text{ er } \mathfrak{W}, \text{ Maalene Tom.,}$$

$$\text{og, naar } l \text{ er Fod: } a = \frac{P.l}{7500h} \quad (42)$$

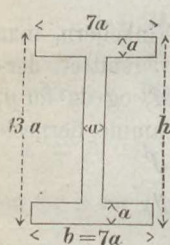
$$\text{endvidere} \quad a_1 = \frac{5}{4}a. \quad (43)$$

Disse ere Formler, der give omtrent 4 Gange Sikkerhed. Mellemvæggens Tykkelse gjøres $\frac{1}{20} - \frac{1}{24}h$.

Foruden Formlerne (40) til (43) har man nu for andre massive Bjælker, der ere eensformigt belastede samt understøttede ved begge Ender:

$$\text{For Bjælker af Træ med rektangulært Tværsnit ifølge (25)} \quad \frac{8400}{10} \cdot \frac{b.h^3}{6} = \frac{P.l}{8} \therefore 140b.h^3 = \frac{1}{8}P.l \quad (44)$$

For **I** symmetriske Bjælker af Støbejern:



$$95a^3 \cdot \frac{30000}{5} = \frac{P.l}{8} \therefore 570000a^3 = \frac{P.l}{8}, \quad (45)$$

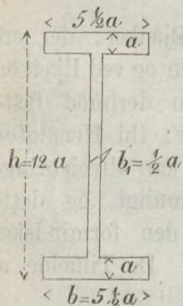
$h = 13a$, $b = 7a$, Tykkelserne $= a$, eller, hvis man indfører andre Forhold i Formerne, da efter (38)

$$6000 \cdot \frac{b.h^3 - (b-b_1).h_1^3}{6h} = \frac{P.l}{8}$$

$$\therefore 1000 \cdot \frac{b.h^3 - (b-b_1).h_1^3}{h} = \frac{P.l}{8}. \quad (46)$$

For rektangulære Bjælker af Støbejern, der undertiden bruges,

$$6000 \cdot \frac{b.h^3}{6} = \frac{P.l}{8} \therefore 1000b.h^3 = \frac{1}{8}P.l \quad (47)$$



For symmetriske **I** Bjælker af Smedejern som hosstaaende Form

$$10000 \cdot 62,5a^3 = \frac{1}{8}P.l$$

$$\therefore 625000a^3 = \frac{1}{8}P.l \quad (48)$$

$$h = 12a, \quad b = 5\frac{1}{2}a, \quad b_1 = \frac{1}{2}a;$$

eller med en anden symmetrisk **I** Form, ifølge (38)

$$\frac{10000}{6} \cdot \frac{b \cdot h^3 - (b - b_1) \cdot h_1^3}{h} = \frac{P \cdot l}{8}. \quad (49)$$

For Smedejerns Bjælker af rektanglært Tværsnit:

$$\frac{10000}{6} b \cdot h^2 = \frac{P \cdot l}{8}. \quad (50)$$

For cylindriske massive Smedejerns Bjælker:

$$7854r^3 = 982d^3 = \frac{P \cdot l}{8}, \quad (51)$$

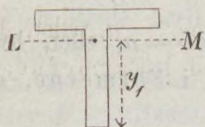
og for hule cylindriske Smedejerns Bjælker:

$$7854 \frac{r_1^4 - r^4}{r_1} = 982 \cdot \frac{d_1^4 - d^4}{d_1} = \frac{P \cdot l}{8}. \quad (52)$$

I Formlerne (51) og (52) ere r og r_1 Radier, d og d_1 Diametre.

Naar Bjælker beregnes efter Formlerne (40)–(52), saa faa de ikke mere end tilladelige Bøininger.

Saafernt man faaer at gjøre med **T**-Jern eller Vinkeljern, maa



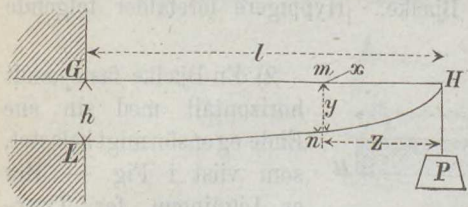
man beregne Tyngdepunktet i Tværsnittet, derigjennem lægges Neutralaxen LM , og da for y_1 indføre Afstanden til det fra samme fjerneste

Punkt for derefter at beregne $\frac{J}{y_1}$.

Aftrækning af Bjælker. Naar en Bjælke er prismatisk, saa er Momentet af de indre Kræfter, med hvilket den modsætter sig Brud, paa alle Steder af den ligestort, medens Momentet af de ydre Kræfter, der virker til at bryde den, er meget forskjelligt for de forskjellige Punkter af Bjælkens Længde. Naar man formindsker Bjælkens Tværsnit paa de Steder, hvor Momentet af de ydre Kræfter er mindre, saa kaldes dette at aftrække Bjælken.

Saadan Aftrækning foretages undertiden ved Bjælker, der ere fastspændte i den ene Ende og belastede i den anden og ved Bjælker, der ere understøttede ved begge Ender. Naar man derimod fastspænder Bjælker ved begge Ender, aftrækkes de ikke; thi Hensigten med en Fastspænding, saa fuldstændigt som man kan tilveiebringe den, er at gjøre Bjælken saa lidt boielig som muligt, og dette Oiemed kan ikke opnaaes ved Aftrækning, da den formindsker Bjælkens Tværsnit og altsaa gjør den mere boielig. De Tilfælde af Aftrækning, man har at omtale, ere altsaa:

- 1) En Bjælke, der er fastspændt f. Ex. i horizontal Stilling i den ene Ende og belastet i den anden. Momentet af ydre Kræfter, der virker paa Tværsnittet GL o: i Fastspændingspunktet, er $= P.l$.



For dette Tværsnit gjælder altsaa Ligningen:

$$P.l = R_2 \cdot \frac{b.h^2}{6}, \text{ hvoraf } b.h^2 = \frac{6P.l}{R_2}, \quad (53)$$

naar Tværsnittet er rektangulært. — Betragtes et andet vertikalt Tværsnit mn i Afstanden z fra Enden, af Høide $= y$ og Brede $= x$, saa er Momentet for dette Tværsnit: $P.z$, og altsaa

$$P.z = R_2 \cdot \frac{x.y^2}{6}, \text{ hvoraf } x.y^2 = \frac{6P.z}{R_2}. \quad (54)$$

Divideres (53) ind i (54) faaes:

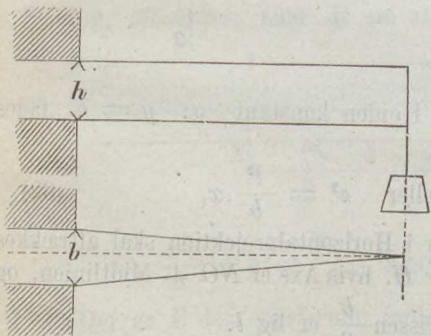
$$\frac{x.y^2}{b.h^2} = \frac{z}{l} \quad \text{o:} \quad x.y^2 = \frac{b.h^2}{l} \cdot z = \frac{6P}{R_2} \cdot z. \quad (55)$$

Er nu Bjælkens rektangulære Tværsnit overalt lige bredt

$$\text{o: } x = b, \text{ saa bliver (55) til } b.y^2 = \frac{6P}{R_2} \cdot z. \quad (56)$$

der for $z = l$ giver $b.y^2 = b.h^2$ o: $y = h$.

Ligningen (56) viser iøvrigt, da den kan skrives: $y^2 = \frac{h^2}{l} z$, at Aftrækningen ved konstant Brede af Bjælken bliver efter en Parabel, hvis Axe er HG , hvis Toppunkt er H , og hvori Ordinaten $GL = h$ svarer til Abscissen $HG = l$.



Har Bjælken overalt lige Høide, o: $y = h$, saa bliver Ligning (55) til

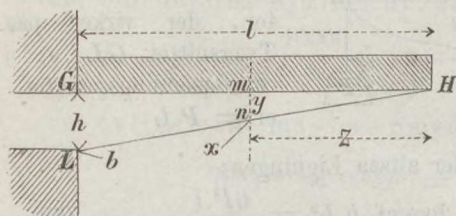
$$x.h^2 = \frac{b.h^2}{l} \cdot z$$

$$\text{o: } x = \frac{b}{l} \cdot z \quad (57)$$

der for $z = l$ giver $x = b$.

Denne Ligning viser, at Bjælken, naar Høiden er konstant, skal aftrækkes efter en ret Linie saaledes, som ved tegnede to Projektioner vise.

Det er dog kun sjældent, at man har at gøre med en Last virkende paa Enden af en Bjælke. Hyppigere forefalder følgende Tilfælde.



2) En Bjælke fastspændt horisontalt med sin ene Ende og ensformigt belastet, som viist i Fig. — Her er Ligningen for Tvær-snittet GL:

$$\frac{P \cdot l}{2} = R_2 \cdot \frac{b \cdot h^3}{6},$$

hvoraf
$$b \cdot h^3 = 3 \cdot \frac{P \cdot l}{R_2} \quad (58)$$

og for Snittet mn i Afstand z fra Enden H : Momentet $= \frac{P \cdot z}{l} \cdot \frac{z}{2}$

altsaa Ligning:
$$\frac{P \cdot z^2}{2l} = \frac{R_2 \cdot x \cdot y^3}{6} \text{ hvoraf } x \cdot y^3 = \frac{3P \cdot z^2}{R_2 \cdot l}. \quad (59)$$

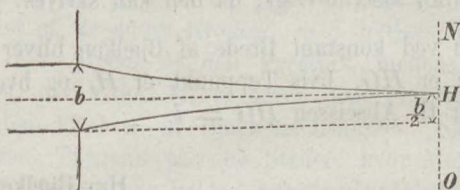
Divideres (58) ind i (59) faaes:

$$\frac{x \cdot y^3}{b \cdot h^3} = \frac{z^2}{l^2} \text{ o: } x \cdot y^3 = b \cdot h^3 \cdot \frac{z^2}{l^2}. \quad (60)$$

Er Bredden konstant o: $x = b$, bliver denne Ligning:

$$y^3 = \frac{h^3 \cdot z^2}{l^2} \text{ eller } y = \frac{h}{l} \cdot z, \quad (61)$$

o: Bjælkens Underside aftrækkes fra L til H efter en ret Linie, som



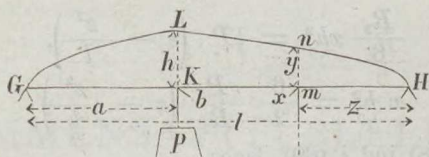
viist i Fig. — Gjøres derimod Høiden konstant o: $y = h$, faaes af (60)

$$x = \frac{b}{l^2} \cdot z^2 \text{ eller } z^2 = \frac{l^2}{b} \cdot x, \quad (62)$$

der viser, at Siderne af Bjælken i Horizontalprojektion skal aftrækkes efter Parabler, hvis Toppunkt er H , hvis Axe er $NO \perp$ Midtlinien, og hvis Ordinat svarende til Abscissen $\frac{b}{2}$ er lig l .

De anførte Former kunne dog kun være ledende i Henseende til Konstruktioner.

3) En Bjælke understøttet i horizontal Stilling ved begge Ender. — For Snittet KL er Momentet, der virker til Brud:



$$= \frac{a \cdot (l - a)}{l} \cdot P = \frac{R_2}{6} \cdot b \cdot h^2, \quad (63)$$

idet Tværsnittet er rektangulært.

For Snittet mn , der ligger i Afstanden z fra H , er Ligningen:

$$\frac{a}{l} \cdot P \cdot z = \frac{R_2}{6} \cdot x \cdot y^2. \quad (64)$$

Divideres (63) ind i (64) faaes:

$$\frac{z}{l - a} = \frac{x \cdot y^2}{b \cdot h^2} \text{ o: } x \cdot y^2 = b \cdot h^2 \cdot \frac{z}{l - a}. \quad (65)$$

Er Breden konstant o: $x = b$, giver (65):

$$y^2 = \frac{h^2}{l - a} \cdot z, \quad (66)$$

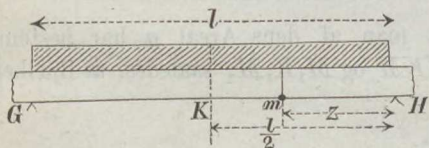
d. e. Ligningen for en Parabel, hvis Toppunkt er H , Axe HK og Ordinaten svarende til Abscissen $z = l - a$ af Værdi $y = h$. — Det er kun sjældent, at denne Aftrækning bruges.

Er i Ligning (65) Høiden konstant o: $y = h$, faaes

$$x = \frac{b}{l - a} \cdot z, \quad (67)$$

o: en Bjælke, hvis Horizontalprojektion aftrækkes efter en ret Linie mod Enden til Nul. — Denne Aftrækning bruges ogsaa kun sjældent.

4) Bjælker, der ere understøttede ved begge Ender i horizontal Stilling, aftrækkes, naar de ere eensformigt belastede, sædvanligt i



Horizontalprojektion, have altsaa konstant Høide. Har en saadan Bjælke rektangulært Tværsnit, saa bestemmes Dimensionerne for Midten af den, K , ved Ligningen:

$$\frac{R_2}{6} \cdot b \cdot h^2 = \frac{P \cdot l}{8}, \text{ hvoraf } b \cdot h^2 = \frac{6}{8} \cdot \frac{P \cdot l}{R_2}. \quad (68)$$

Her er P den eensformigt fordeelte Last, l Længden i Tommer, b og h Tværsnitsdimensionerne i Tommer og R_2 Sikkerhedskoefficienten for Beining. —

Betegnes Bredden af Tværsnittet for Punktet m , der ligger i Afstand z fra Enden, ved x , saa bliver Ligningen for dette Tværsnit:

$$\frac{R_2}{6} x h^3 = \frac{1}{2} P \cdot \left(z - \frac{z^2}{l} \right),$$

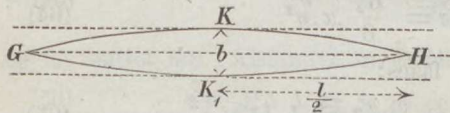
hvoraf

$$x \cdot h^3 = \frac{6}{2} \cdot \frac{P}{R_2} \cdot \left(z - \frac{z^2}{l} \right). \quad (69)$$

Divideres (68) ind i (69), faaes

$$\frac{4 \left(z - \frac{z^2}{l} \right)}{l} = \frac{x}{b}, \quad (70)$$

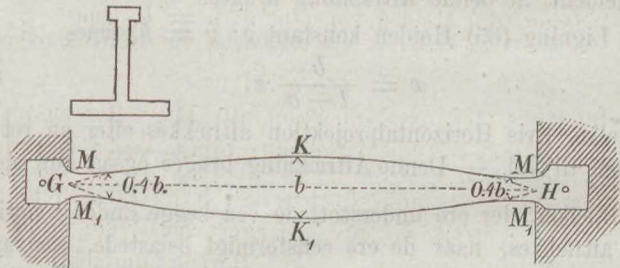
o: $x = \frac{4b}{l} \cdot \left(z - \frac{z^2}{l} \right)$, der for $z = \frac{l}{2}$ giver $x = b$, og en



Horizontalprojektion som den vedtegnede, idet Siderne GKH og GK_1H aftrækkes efter Parabler,

hvis Axe er KK_1 eller K_1K , og som til Abscisse $\frac{b}{2}$ have en Ordinat $= \frac{l}{2}$.

Er Tværsnittet for en Støbejerns Bjælke af Form som det vedtegnede o: efter Ligningerne (40) og (41), saa bruger man kun at



aftrække Underparten; efterat man af dens Areal a har bestemt Bredden b , afsættes Linierne MKM og $M_1K_1M_1$ saaledes, at Bjælken ved Enden har

- 1) en Brede ikke under $0,4b$,
- 2) en Endeplade af saadant Areal, at Trykket paa Muren ikke bliver heiere end 75 ϖ pr. $\square$ Tomme.

I det Hele gjælder det aftrukne Bjælker i Almindelighed, at deres Ender maa have saa stort Tværsnitsareal, at Afknækning ei kan finde Sted. Sædvanligt gjøres det større, og der gives tilstrækkelig Hvileflade.

SAMMENSATTE BJÆLKER.

1. Forstærkede Træbjælker. — Naar man ikke kan faae Materiale til Bjælker i eet Stykke eller dette vilde blive for kostbart, sammensættes de for at opnaae den fornødne Styrke.

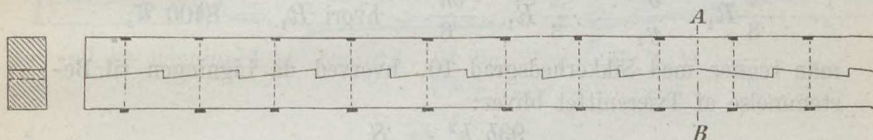


Fig. 1.

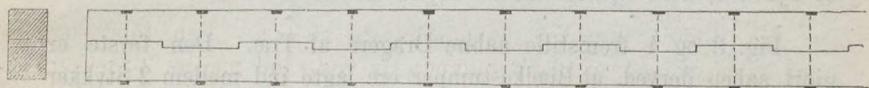


Fig. 2.

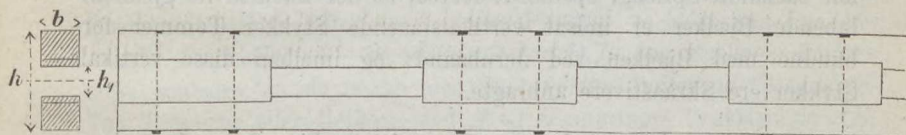


Fig. 3.

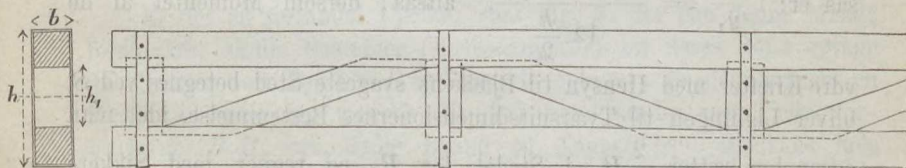


Fig. 4.

Ovenstaaende Figurer angive i Hovedtrækkene de vigtigste Sammensætninger af Træbjælker til det anførte Oiemed.

Fig. 1 og 2 vise fortandede Dragere sammensatte af Bjælker med kvadratisk Tværsnit. Tømmerets Sidelinie bliver $\frac{1}{2}$ af den fortandede Bjælkes Høide; herved bliver Tandens Længde = 1 til 2 Gange Heiden, Tandens Høide lig $\frac{1}{10}$ af den fortandede Bjælkes Høide.

Gjennem hver Tand sættes gjerne en Bolt med Hoved foroven, Møttrik forneden. I Reglen ere Bolte af $\frac{3}{4}$ til 1 Tommes Tykkelse svære nok, da der ikke gaaer synderlig anden Kraft paa dem end den, der behøves for at holde Over- og Understykker sammen. — Undertiden fortandes 3 Stkr. Bjælker sammen til een; dersom da de enkelte Bjælker ikke have den fortandede Bjælkes hele Længde, maa Stykker stødes sammen. Man maa da blot iagttage, at den Bjælke stødes paa Midten, der har Modstand mod Sammentrykning, f. Ex. ved en Drager, der er understøttet ved begge Ender, det øverste Bjælkestykke.

Er Heiden af en fortandet Bjælke h , Bredden b , saa er dens Modstand mod Brud omtrent

$$\frac{2}{3} R_1 \cdot \frac{J}{y_1} = \frac{2}{3} R_1 \cdot \frac{bh^3}{6}, \text{ hvori } R_1 = 8400 \text{ } \mathfrak{A},$$

man regner med Sikkerhedsgrad 10, hvorved da Ligningen til Bestemmelse af Tværsnittet bliver:

$$93b \cdot h^3 = S,$$

hvor S er Momentet af de ydre Kræfter i $\mathfrak{A}$ svarende til det Sted af Bjælken, hvor den lettest vil bryde.

Fig. 3 og 4 fremstille aabne Dragere af Træ. Den første er gjort aaben derved, at Bjælkestumper ere lagte ind mellem 2 Stykker gennemgaaende Bjælker og det Hele sammenboltet. — Den anden har saakaldte Spræng, opstaaede derved, at der imellem de gennemløbende Bjælker er indsat vertikalstaaende Stykker Tømmer forbundne med Bjælken ved Jernbaand, og imellem disse vertikale Stykker ere Skraastivere anbragte.

Ere Dimensionerne de paa Tværsnittene Fig. 3 og 4 angivne, saa er:

$$\frac{J}{y_1} = \frac{b \cdot (h^3 - h_1^3)}{12 \cdot \frac{h}{2}}, \text{ altsaa, dersom Momentet af de}$$

ydre Kræfter med Hensyn til Bjælkens svageste Sted betegnes ved S , bliver Ligningen til Tværsnitsdimensionernes Bestemmelse, idet man ogsaa her sætter $\frac{2}{3} R_1$ i Stedet for R_1 og regner med Sikkerhedsgrad = 10:

$$560 \cdot \frac{b \cdot (h^3 - h_1^3)}{6h} = 93 \cdot \frac{b \cdot (h^3 - h_1^3)}{h} = S.$$

Ere saadanne Bjælker eensformigt belastede med en Totalvægt = $P \mathfrak{A}$, og er Længden af Bjælken = l Tommer, saa er Ligningen

$$\frac{P \cdot l}{8} = 93 \cdot \frac{b \cdot (h^3 - h_1^3)}{h}.$$

Man anvender de beskrevne Sammensætninger ofte ved Gulve af stor fritliggende Brede og ved Broer. For Dandsesale regnes P til 80 $\mathfrak{w}$ pr. $\square$ Fod; ellers sædvanligt i Bygninger 40 $\mathfrak{w}$; ved Broer 50 $\mathfrak{w}$; Alt foruden Dækkets og Bjælkernes egen Vægt.

Bjælker kunne sammensættes af Træ og Jern; man kalder dem armerede Bjælker. Det kan skee ved at belægge dem paa deres vertikale Sider med Jernplader, der da boltes sammen med Træbjælken, eller ved Stivere og Trækbaand, saaledes som viist i vedtegnede Figurer 5 og 6.

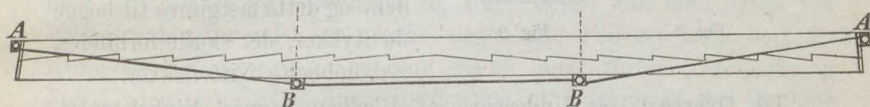


Fig. 5.

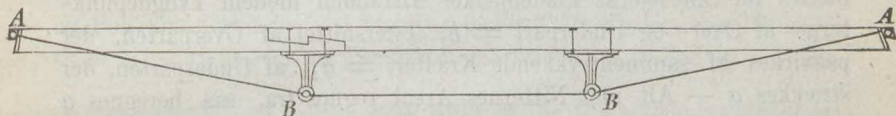


Fig. 6.

Ved Enderne belægges Bjælken med Beslag af Støbejern, hvori indlægges Tværstykker A , der ende i Tapper, som gaae ud over Bjælkens vertikale Sider. — I andre Punkter — helst paa lige Afstande fra Enderne — anbringes Leier B_1B paa Bjælkens Underside, saaledes at de række med Tapper eller Bøiler ud til Siderne. Paa Tapperne eller Bøilerne ved A og B anbringes Trækstænger AB , BB og BA paa begge Sider af Bjælken.

Er det en forandret Bjælke, som Fig. 5, der paa denne Maade forstærkes, skulle Baandene (Trækstængerne) og deres Bolte optage de Kræfter, som Bjælken ikke kan selv optage. Er det derimod en Bjælke af en saadan Længde, at den maa samles over Understøtningerne B_1B , saa skulle Baand og Tapper bære Bjælkens hele Last, hvorimod man kun lader Bjælken selv optage de sammentrykkende Kræfter, der virke efter dens Længde. Det sees let, at jo større man kan gjøre den vertikale Høide af Tapperne A over Tapperne B , jo mindre blive de Kræfter, der komme til at virke paa Baandene.

2) Pladejerns Bjælker. Exempler paa Tværsnit af saadanne Bjælker ere viste i Fig. 7—9.

Fig. 7.

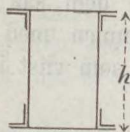
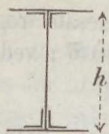


Fig. 8.

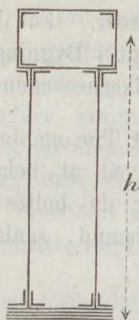


Fig. 9.

I Fig 7 er Overpart og Underpart een eller flere Plader Smedejern, der samles med Mellemvæggen ved Vinkeljern.

Fig. 8 er en huul Bjælke.

Fig. 9 er en lignende med Celle foroven. Hvor Plader støde sammen, dækkes Stødene ved et Stykke, der lægges over den, og dette fastgøres til begge de Stykker, der skulle forbindes, ved dobbelte Nitterækker.

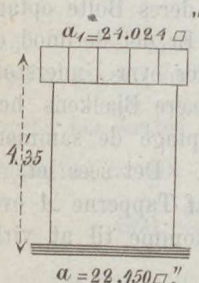
Til Overpart og Underpart af Bjælken regnes Vinkeljernene med; i Fig. 9 regnes Cellen med alle dens Vinkeljern som Overpart. *) Sættes for Smedejerns Pladebjælker Afstanden mellem Tyngdepunkterne af Over- og Underpart $= h$, Tværsnittet af Overparten, der paavirkes af sammentrykkende Kræfter, $= a_1$, af Underparten, der strækkes a — Alt idet Nitternes Areal regnes fra, saa beregnes a og a_1 ved Ligningen:

$$10000 a \cdot h = S,$$

$$a_1 = \frac{5}{4} a,$$

hvor a er Tværsnittet i $\square$ Tommer, a_1 ligeledes, S Momentet af de ydre Kræfter med Hensyn til det betragtede Tværsnit.

De vertikale Vægge gjøres gjerne tynde, men de afstives ved vertikaltstaaende $\perp$ Jern og om fornødent ved Vinkelstykker, der binde Siderne til Over- og Underpart.



Dette Slags Bjælker kan aftrækkes efter Høiden, eller man kan variere Tværsnittet af Over- og Underpart efter de Kræfter, der virke paa dem.

Fairbairn har anstillet Forsøg med en Bjælke af vedtegnede Tværsnit og fri Længde mellem Understøtningerne $= 75$ Fod.

*) Men Boltene (Nitternes) Areal regnes fra.

Den brød ved Last paa Midten = 192892 $\overline{w}$ engl. o:

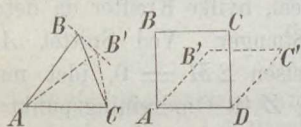
Modst. i Overpart mod Knusning = $\begin{cases} 34600 \overline{w} \text{ engl. pr. } \square'' \text{ engl.} \\ \text{eller } 36000 \overline{w} \text{ pr. } \square'' \text{ dansk,} \end{cases}$

Modst. i Underpart mod Strækning = $\begin{cases} 37000 \overline{w} \text{ engl. pr. } \square'' \text{ engl.} \\ \text{eller } 38500 \overline{w} \text{ pr. } \square'' \text{ dansk,} \end{cases}$

idet Boltene vare regnede med i Tværsnitsarealet af Over- og Underpart.

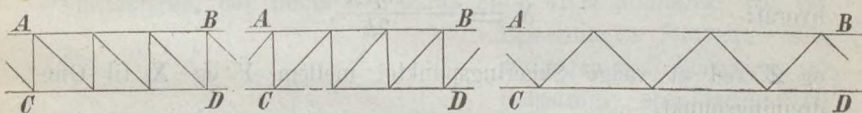
3) Gitterbjælker. — I det Foregaaende er det viist, at den øverste og nederste Deel af en Bjælke, der bøies, paavirktes mest, og at Paavirkningen i de forskjellige Dele af Tværnittet aftager indad mod Neutralaxen og i denne er lig Nul; derfor kan man ogsaa ved Pladejernsbjælker uden at begaae nogen stor Feil see heelt bort fra Kroppen (Mellemvæggen) og kun regne med Hoved (Overpart) og Fod (Underpart). — Det ligger derfor nær at indskrænke den Mængde Materiale, der indgaaer i Kroppen, saameget som muligt og dette er det netop, man har søgt opnaaet ved Gitterbjælkerne, hvor Hoved og Fod kun forbindes ved Stænger paa enkelte Steder; disse Stænger tjene altsaa til at overføre Paavirkningen fra Hoved til Fod og omvendt.

Stængerne i et Gitter maa altid danne trekantede Forbindelser; thi en Trekant kan ikke forandre sin Form, uden at Siderne for-



længes eller forkortes, medens dette vel kan finde Sted ved en Fiirkant eller en anden Polygon. Saaledes kan $\triangle ABC$ ikke forskydes til Stillingen $AB'C$; thi er $AB' = AB$, maa $B'C < B'C$.

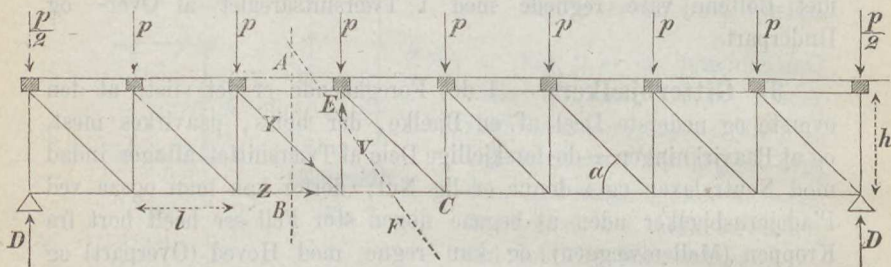
Derimod kan $\square ARCD$ godt forskydes til Stillingen $AB'C'D$, uden at Sidernes Længder forandres.



Forestiller nu i ovenstaaende Figurer AB Hovedet og CD Foden af en Gitterbjælke, da kan Forbindelsen tilveiebringes paa en af de 3 angivne Maader: ved Diagonaler i een Retning i Forbindelse med Vertikaler eller ved Diagonaler i 2 Retninger uden Vertikaler; i alle 3 Tilfælde dannes nemlig trekantede Forbindelser.

Beregningen af Paavirkningerne i de forskjellige Dele af en Gitterbjælke foretages lettest ved Hjælp af Sætningerne om de statiske Momenter efter de samme Principer, som i det Foregaaende ere anvendte ved Beregningen af Jerntage. — Gitteret konstrueres

fornuftigst saaledes, at Belastningen kun anbringes i Knudepunkterne, hvilket i Almindelighed lader sig gjøre, da Lasten som oftest overføres paa Gitteret gennem Tværbjælker, som da kun anbringes i Knudepunkterne.



Er Belastningen i ethvert af Knudepunkterne i et Gitter som ovenstaaende $= p$, bliver Reaktionen fra hver af Understøtningerne: $D = 4p$, der virker opad. Er Høiden af Gitteret $= h$, Længden af et Fag $= l$, kan Paavirkningen i de forskellige Dele findes ved at dele Konstruktionen ved et Snit i 2 Dele, saaledes at kun 3 Stænger overskjæres, og da i de overskaarne Stængers Retninger tilføie Kræfter, som erstatte den bortskaarne Deel, hvilke Kræfter da netop blive Spændingerne i de overskaarne Stænger. Ved Snittet AB findes saaledes H ved Ligevægtsbetingelsen $\Sigma M = 0$, idet man vælger Skjæringspunktet C mellem Y og Z til Omdreiningspunkt:

$$\text{og:} \quad X \cdot h - p \cdot l - p \cdot 2l - \frac{p}{2} \cdot 3l + 4p \cdot 3l = 0,$$

$$\text{hvoraf:} \quad X = - \frac{15p \cdot l}{2h},$$

og Z ved at vælge Skjæringspunktet mellem Y og X til Omdreiningspunkt,

$$\text{og:} \quad - Z \cdot h - p \cdot l - \frac{p}{2} \cdot 2l + 4p \cdot 2l = 0,$$

$$\text{hvoraf:} \quad Z = \frac{6p \cdot l}{h}.$$

For at finde Y skulde man efter Reglen vælge Skjæringspunktet mellem X og Z til Omdreiningspunkt; men, da dette falder uendeligt langt borte, fordi Hoved og Fod ere parallelle, benyttes her den anden Ligevægtsbetingelse: $\Sigma V = 0$. Man maa da opløse Y efter

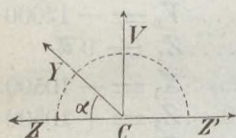
Vertikalen, og, er dens Vinkel med Horizontalen $= \alpha$, bliver dens vertikale Komposant $= Y \sin \alpha$. Man faaer da af $\Sigma V = 0$:

$$-Y \sin \alpha - p - p - \frac{p}{2} + 4p = 0 \quad \text{og} \quad Y = \frac{3p}{2 \sin \alpha}.$$

Lægges det skraa Snit AF , kan Paavirkningen V i Vertikalstangen findes af den samme Ligevægtsbetingelse:

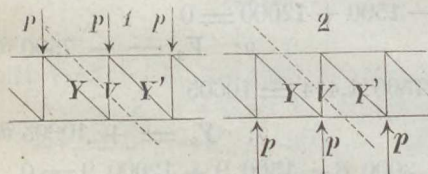
$$V - p - p - \frac{p}{2} + 4p = 0 \quad \text{og} \quad V = \frac{-3p}{2}.$$

Man seer heraf, at $Y = -\frac{V}{\sin \alpha}$, hvilket i Ord kan udtrykkes saaledes: hvor en Vertikal og en Diagonal støde sammen ved et ubelastet Knudepunkt, maa Vertikalens Spænding V være lig den vertikale Komposant af Diagonalens Spænding med modsat Tegn.



Dette sees ogsaa tydeligt, naar man lægger et krumt Snit omkring Knudepunktet C, der er ubelastet, og anvender Ligevægtsbetingelsen $\Sigma V = 0$; thi da faaes $V + Y \sin \alpha = 0$ og $V = -Y \sin \alpha$. Naar man da først har fundet V , behøver man ikke at lægge noget Snit for at finde Y .

Hvis Belastningen var anbragt ved de nederste Knudepunkter i Gitteret istedetfor ved de øverste, vilde Spændingerne i Hoved og Fod samt Diagonaler ikke forandres derved, da Ligningerne, hvoraf de findes, ikke blive forandrede. Kun Spændingerne i Vertikalerne, der findes ved skraa Snit, vilde forandres; thi var



Belastningen foroven, vilde det skraa Snit bortskjære en Belastning, som derimod vil beholdes, naar Belastningen er forneden. Da de ubelastede Knudepunkter i Fig. 1

er forneden, i Fig. 2 foroven, vil man have:

i Fig. 1: $V = -Y \sin \alpha$, og i Fig. 2: $V = -Y' \sin \alpha$.

Exempel. Et Gitter ligger frit paa 24 Fod og bærer foroven et Gulv, der tilligemed Gitterets egen Vægt og den tilfældige Belastning giver en Vægt af 1000 $\mathfrak{w}$ pr. løbende Fod. Gulvbjælkerne

lægges med en Afstand af 3', og Gitteret gives da 8 Felter paa 3' Længde. Heiden gjøres = 3'.



Paa hvert af de yderste Knudepunkter kommer en Belastning af 1500 w nedad og paa hvert af de andre 3000 w nedad. Reaktionen fra Understøtningerne bliver 12000 w opad. — Diagonalernes Vinkel med Horizontalen er her 45°;

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1,414}$$

Snit 0—0 giver ved $\Sigma V = 0$ $V_0 = -12000$ w

— — — $\Sigma H = 0$ $Z_1 = 0$ w

Snit 1—1: $X_1 \cdot 3 - 1500 \cdot 3 + 12000 \cdot 3 = 0$ $X_1 = -10500$ w

— — $Z_2 \cdot 3 - 1500 \cdot 3 + 12000 \cdot 3 = 0$... $Z_2 = +10500$ w

ved $\Sigma V = 0$: $+V_1 + 12000 - 1500 = 0$ $V_1 = -10500$ w

— $Y_1 = -\frac{V_1}{\sin 45^\circ} = 10500 \cdot 1,414 = 14850$

o: $Y_1 = +14850$ w

Snit 2—2: $X_2 \cdot 3 - 3000 \cdot 3 - 1500 \cdot 6 + 12000 \cdot 6 = 0$

o: $X_2 = -18000$ w

— — $Z_3 \cdot 3 - 3000 \cdot 3 - 1500 \cdot 6 + 12000 \cdot 6 = 0$

o: $Z_3 = +18000$ w

$\Sigma V = 0$: $+V_2 - 3000 - 1500 + 12000 = 0$

o: $V_2 = -7500$ w

— $Y_2 = -\frac{V_2}{\sin 45^\circ} = 7500 \cdot 1,414 = 10605$

o: $Y_2 = +10605$ w

Snit 3—3: $X_3 \cdot 3 - 3000 \cdot 3 - 3000 \cdot 6 - 1500 \cdot 9 + 12000 \cdot 9 = 0$

o: $X_3 = -22500$ w

— — $Z_4 \cdot 3 - 3000 \cdot 3 - 3000 \cdot 6 - 1500 \cdot 9 + 12000 \cdot 9 = 0$

o: $Z_4 = +22500$ w

$\Sigma V = 0$: $+V_3 - 3000 - 3000 - 1500 + 12000 = 0$

o: $V_3 = -4500$ w

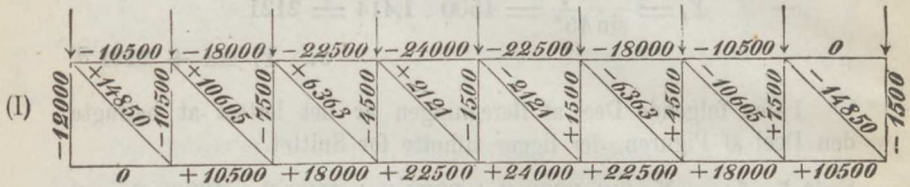
— $Y_3 = -\frac{V_3}{\sin 45^\circ} = 4500 \cdot 1,414 = 6363$

o: $Y_3 = +6363$ w

lastning. Den almindelige Regel for Bestemmelsen af Y kan derfor ikke anvendes her. Man kan derimod lægge Snittet 9—9 og faaer da:

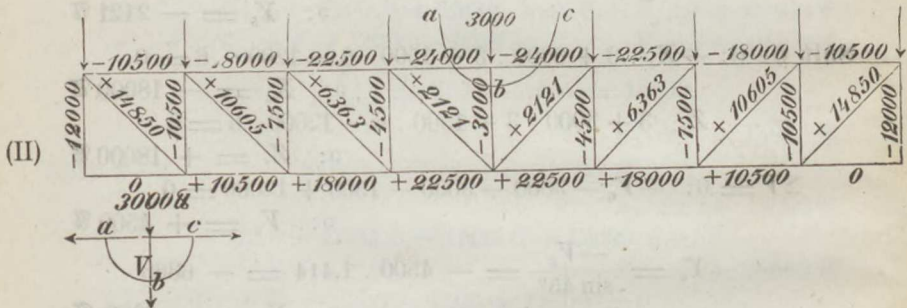
$$\text{af } \Sigma V = 0: +V_s + 12000 + Y_s \sin 45^\circ = 0,$$

$$\text{hvoraf } Y_s = \frac{-12000 + 1500}{\sin 45^\circ} = -10500.1,414 = -14850 \text{ } \mathcal{P}.$$



I ovenstaaende Figur (I) ere de fundne Paavirkninger skrevne paa de tilsvarende Konstruktionsdele for lettere Oversigts Skyld.

Er Gitteret symmetrisk om en vertikal Midtlinie, ville de to Halvdele blive eens paavirkede saaledes, som Fig. (II) viser det.



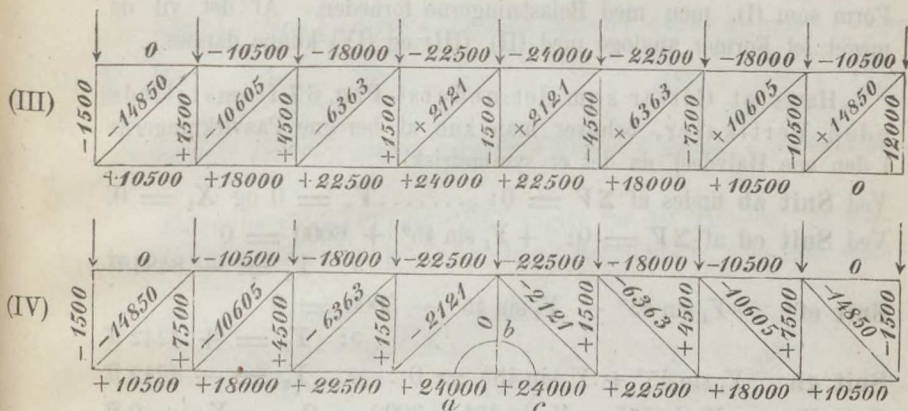
Kun Paavirkningen i den midterste Vertikal bliver forskjellig; den kan findes ved at lægge Snittet abc af Ligningen

$$\Sigma V = 0: -V - 3000 = 0 \quad \text{og: } V = -3000 \text{ } \mathcal{P}.$$

De andre Paavirkninger kunne ligefrem skrives af efter (I), da Ligningerne til deres Bestemmelse ikke blive forskjellige fra de ved (I) brugte.

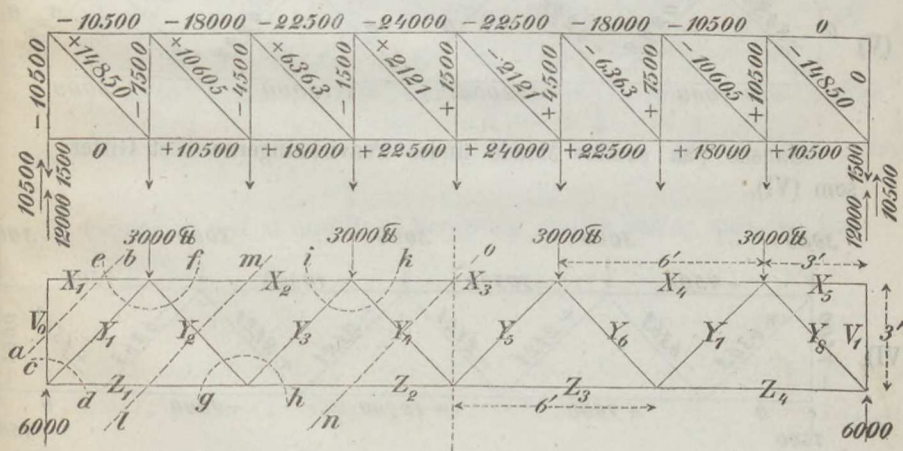
Sees Gitteret (I) fra Bagsiden, viser det sig som et Gitter med Diagonalerne stigende fra Venstre opad mod Høire. Paavirkningerne forandres derved naturligtvis ikke og kunne ligefrem skrives af efter (I).

Derved er Fig. (III) fremstaaet. — Af dette kan (IV) afledes paa samme Maade som (II) af (I). Paavirkningen i den midterste Vertikal i (IV) findes ved Snittet abc at være $= 0$.



I (II) sees alle Diagonalerne at blive strakte, hvorfor dette Gitter egner sig bedst ved Jernkonstruktioner, da Smedejernet bedre modstaaer Strækning end Sammentrykning. (Støbejern anvendes ikke til Gittere). I (IV) blive alle Diagonalerne sammentrykkede, hvorfor det egner sig bedst til Tømmerkonstruktioner. — (II) og (IV) ere at foretrække for (I) og (III), hvor nogle af Diagonalerne sammentrykkes, andre strækkes; disse egne sig kun for Gittere med ueensformig Belastning, hvilket Tilfælde vi ikke betragte her.

Er Belastningen anbragt forneden, ville kun Vertikalernes Spændinger blive forskellige fra de angivne — som foran



bemærket. V_1 vil nu komme til at afhænge af Y_2 , medens det ved (I) er V_2 , der afhænger af Y_2 ; V_1 vil da nu blive lig V_2 i (I) osv. Exempelviis angives i (I') Spændingerne i et Gitter af Form som (I), men med Belastningerne fornedet. Af det vil da meget let Former analoge med (II), (III) og (IV) kunne dannes.

Haves et Gitter som det nederst Pag. 67 fremstillede uden Vertikaler, behøver man kun at beregne Paavirkningerne i den ene Halvdeel, da det er symmetrisk.

Ved **Snit ab** findes af $\Sigma V = 0$: $V_0 = 0$ og $X_1 = 0$.

Ved **Snit cd** af $\Sigma V = 0$: $+Y_1 \sin 45^\circ + 6000 = 0$

$$\therefore Y_1 = -8484 \pi$$

Snit ef: $-Y_1 \sin 45^\circ - Y_2 \sin 45^\circ - 3000 = 0$

$$\therefore Y_2 = +4242 \pi$$

Snit gh: $Y_2 \sin 45^\circ + Y_3 \sin 45^\circ = 0$ $Y_3 = -4242 \pi$

Snit ik: $-Y_3 \sin 45^\circ - Y_4 \sin 45^\circ - 3000 = 0$ $Y_4 = 0 \pi$

Snit lm: $\Sigma M = 0$: $X_2 \cdot 3 - 3000 \cdot 3 + 6000 \cdot 6 = 0$

$$\therefore X_2 = -9000 \pi$$

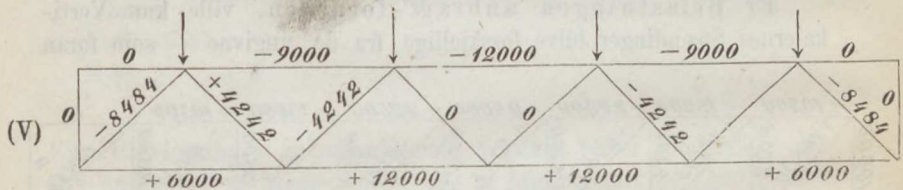
— $-Z_1 \cdot 3 + 6000 \cdot 3 = 0$ $Z_1 = +6000 \pi$

Snit no: $X_3 \cdot 3 - 3000 \cdot 3 - 3000 \cdot 9 + 6000 \cdot 12 = 0$

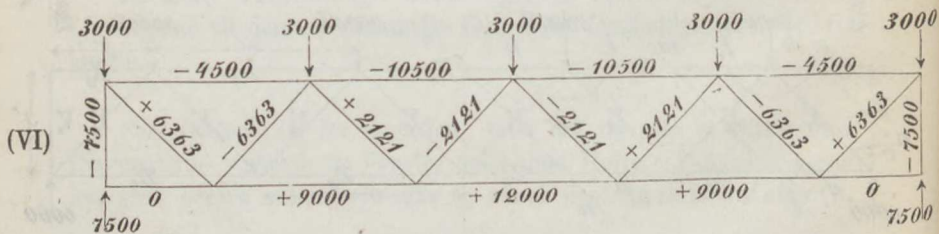
$$\therefore X_3 = -12000 \pi$$

— $-Z_2 \cdot 3 - 3000 \cdot 6 + 6000 \cdot 9 = 0$... $Z_2 = +12000 \pi$

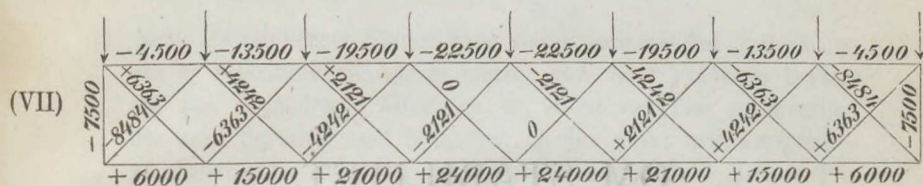
I Fig. (V) ere Resultaterne samlede.



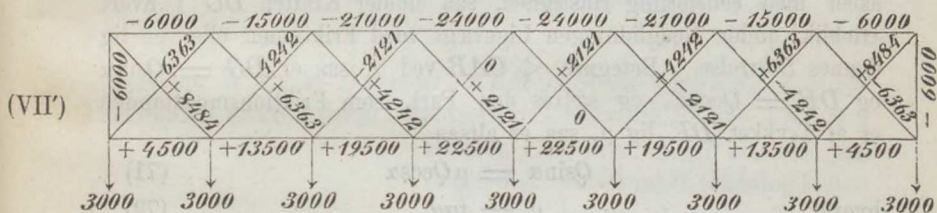
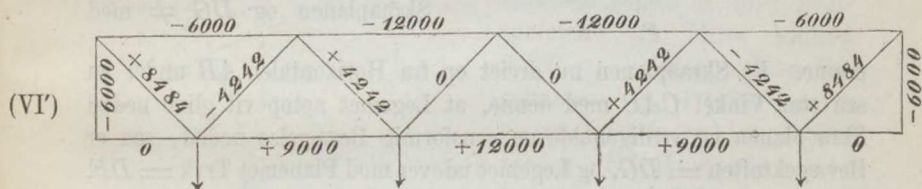
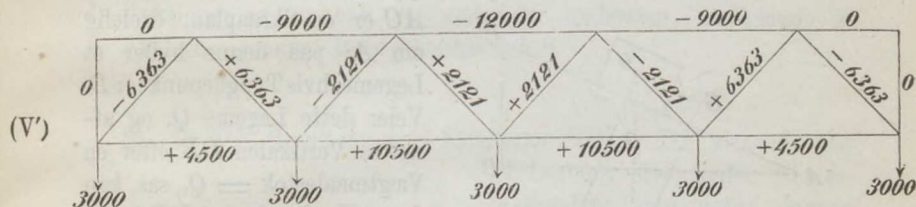
Ganske paa samme Maade findes Paavirkningerne i et Gitter som (VI).



Stilles (VI) bagved (V), og lader man dem derpaa smelte sammen til eet Gitter, fremkommer (VII), hvori Paavirkningerne ligefrem ere Summen af dem i (V) og (VI).



Figurerne (V'), (VI') og (VII') angive for det Tilfælde, at Belastningen er anbragt fornedet, Resultaterne, som man vilde

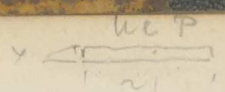


komme til ved at anstille en Beregning ganske analog med den foregaaende.



$$d_1 = 0,0182 \sqrt{P}$$

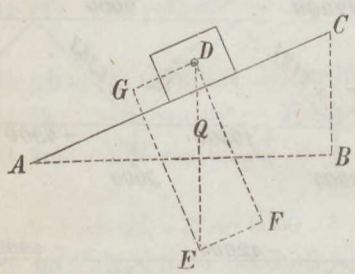
$$d = \frac{d_1 + 0,05}{0,9}$$



$$\frac{4500 \cdot 21 \cdot 8}{2 \cdot 12} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 21 \cdot 80 \cdot 6$$

OM STABILITET.

1) **Friktionsmodstand.** — Man kan finde Friktionsmodstandens Størrelse ved et simpelt Apparat som det vedtegnede.



AC er en Skraaplan, dreielig om A ; paa denne hviler et Legeme, hvis Tyngdepunkt er D . Veier dette Legeme Q , og afsættes Vertikalen DE efter en Vægtmaalestok $= Q$, saa kan denne Kraft opløses i $DF \perp$ paa Skraaplanen og $DG \neq$ med

denne. Er Skraaplanen nu dreiet op fra Horizontalen AB under en saa stor Vinkel CAB med denne, at Legemet netop vil glide nedad Skraaplanen og vedligeholde en eensformig Bevægelse nedad, saa er Bevægekraften $= DG$, og Legemet udøver mod Planen et Tryk $= DF$, der bevirker Friktion. Da Legemets Bevægelse nedad Skraaplanen skeer med eensformig Hastighed, saa holder Kraften DG i hvert Øieblik under Nedglidningen Ligevægt med Friktionen eller er lig dennes Størrelse. Betegnes $\angle CAB$ ved α , saa er $DG = Q \sin \alpha$ og $DF = Q \cos \alpha$, og sættes den Part, som Friktionsmodstanden er af Trykket DF , lig μ , saa er altsaa

$$Q \sin \alpha = \mu Q \cos \alpha \quad (71)$$

hvoraf
$$\mu = \tan \alpha. \quad (72)$$

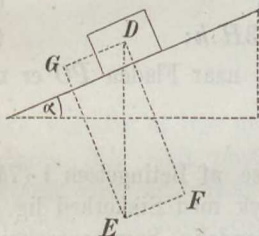
Vinkelen α kaldes Friktionsvinkelen, og Størrelsen μ kaldes Friktionskoefficienten.

Ved at undersøge forskellige Legemers Glidning mod hinanden paa den anførte og paa andre Maader har man fundet:

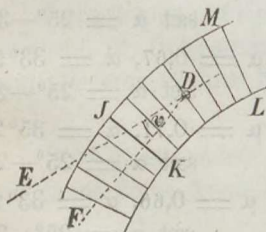
- a) Friktionen er uafhængig af de mod hinanden glidende Overfladers Størrelse, og ved alle Materialier proportional med Trykket.

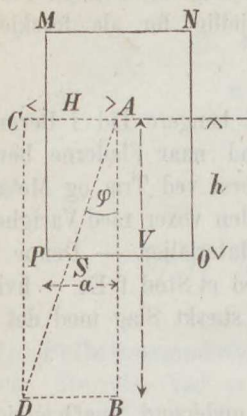
- b) Friktionskoefficienten φ : den Brøk, der angiver, hvilken Part af Trykket Friktionen udgjør, er forskjellig for de forskjellige Materialier.
- c) Naar Materialiernes Flader have været længere Tid i Berøring, saa er Friktionskoefficienten større, end naar Fladerne bevæge sig paa hinanden. Tilvæksten er størst ved Træ og Metaller, der ere i Berøring med hinanden, og den voxer med Varigheden af Berøringen, især ved de nævnte Materialier. — Denne Tilvæxt i Friktionsmodstand kan hæves ved et Stød f. Ex. — hvilket vi ofte bruge — ved at anbringe et stærkt Slag mod det ene af de paa hinanden glidende Legemer.
- d) Friktionen er, saavidt det endnu er undersøgt, uafhængig af Fladernes relative Bevægelseshastighed.

- 2) Er DE Resultanten af Kræfterne DG og DF virkende paa et Legeme, der hviler paa en Skraaplan, som netop danner Friktionsvinklen α med Horizontalen, saa bliver Vinklen EDF φ : Vinklen mellem Resultanten og Trykket $= \alpha$ $\varphi =$ Friktionsvinklen. — Bli-
ver $\angle EDF$ mindre end Friktionsvinklen, saa kan ingen Glidning finde Sted.



Hviler et Stykke Hvelving $JKLM$ imod en Fuge JK , og gaaer Resultanten af de Kræfter, der virke paa bemeldte Stykke $JKLM$ i Retning DE , samt er DF vinkelret paa Fugen JK , saa vil ingen Glidning kunne finde Sted, dersom $\angle v = \angle EDF$ er mindre end Friktionsvinklen for Hvelvingens Materiale, selv om intet Bindemiddel er tilstede mellem Hvelvingsstenene. Man kan ikke gjøre sikker Regning paa, at Bindemidlet virker, og ved Hvelvinger tages derfor intet Hensyn til det.





3) **Stabilitet af Mure.** — Er $MNOP$ en Muur eller et Stykke af en Muur, der skal hvile sikkert paa Grundfladen PO , og er $AC = H$ Resultanten af Kræfter, der virke paa Muren $\neq PO$, $AB = V$ Resultanten af Kræfter, der virke $\perp$ paa PO , og de give en Hovedresultant AD , der danner en $\angle \varphi$ med AB , saa maa:

- a) Glidning ikke finde Sted $\therefore$ idet Friktionskoefficienten mellem Overfladerne i PO er $\mu = \operatorname{tg} \alpha$:

$$\mu \cdot V > H, \therefore \mu > \frac{H}{V}, \therefore \operatorname{tg} \alpha > \operatorname{tg} \varphi, \therefore \varphi < \alpha. \quad (73)$$

- b) Kantring om P ikke finde Sted, altsaa ifølge Statiken:

$$V \cdot a > H \cdot h; \quad (74)$$

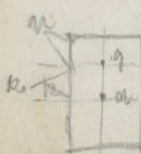
$$\text{sædvanligt sættes } V \cdot a = 1,35 \text{ til } 3H \cdot h; \quad (75)$$

Koefficienten til $H \cdot h$ sættes størst, naar Fladen PO er underkastet stærke Rystelser.

Desuden udfordres til Fyldestgjørelse af Betingelsen i (74), at Fladen PS skal kunne udholde et Tryk med Sikkerhed lig $\frac{2}{3} AD$, forat ingen Knusning eller ingen kjendelig Sammentrykning af Fladestykket PS skal finde Sted.

I den følgende Tabel ere Værdier af μ og α angivne for forskellige Materialier efter længere Tids Berøring.

Kalksteen paa Kalksteen.....	$\mu = 0,74, \alpha = 36\frac{1}{2}^{\circ}$, sæt $\alpha = 25^{\circ}-30^{\circ}$,
Teglsteen paa Kalksteen.....	$\mu = 0,67, \alpha = 33^{\circ} 50'$, sæt $\alpha = 25^{\circ}-27^{\circ}$,
Sandsteen paa Sandsteen.....	$\mu = 0,71, \alpha = 35^{\circ} 23'$, sæt $\alpha = 25^{\circ}-29^{\circ}$,
do. paa do. med frisk Mørtel ..	$\mu = 0,66, \alpha = 33^{\circ} 26'$, sæt $\alpha = 25^{\circ}-27^{\circ}$,
Haardt poleret Kalksteen paa	do. $\mu = 0,58, \alpha = 30^{\circ} 7'$, sæt $\alpha = 20^{\circ}-24^{\circ}$,



$a = \text{Tyngdepunkt}$

$g = \text{indgrebspunkt for Kræfter}$

$$k < \frac{1}{6}h - \frac{P}{6 \cdot h} \left(1 + 6 \frac{k}{h}\right) < 80$$

$$k > \frac{1}{6}h \quad \frac{2}{3} \frac{P}{h} < 80$$

$P = u \cdot b$

Granit paa Granit.....	$\mu = 0,66, \alpha = 33^{\circ}26'$ sæt $\alpha = 25^{\circ}-27^{\circ}$,
do. med frisk Mørtel	$\mu = 0,49, \alpha = 26^{\circ}7'$, sæt $\alpha = 18^{\circ}-20^{\circ}$,
Fundamentsteen o: grovt bearbejdede Steen	
med Leer	$\mu = 0,40, \alpha = 21^{\circ}8'$, sæt $\alpha = 15^{\circ}-16^{\circ}$.

4) **Kjæder.** — Er en Kjæde AEB , bestaaende af lige lange og lige tunge Led, ophængt i Punkterne A og B af en horizontal

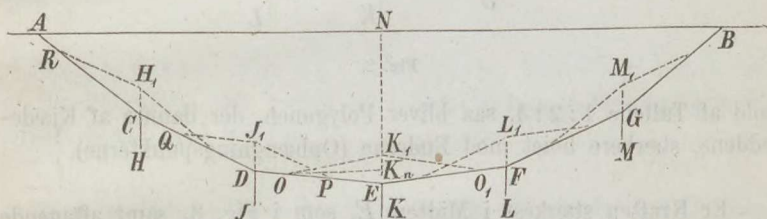


Fig. 1.

Bjælke, saaledes at lige mange Led falde paa hver Side af Perpendikulæren NE midt imellem A og B , saa vil der i Bøiningpunkterne virke en vertikal Kraft $CH = DJ = EK = FL = GM =$ Vægten af et Kjædeled. Afsættes $EK_1 = EK$ og opløses efter Kjædeleddenes Retning, faaes Spændingerne $EO = EO_1$ af disse. Gjøres $DJ_1 = DJ$ til Resultant af $DP = EO$ og Spændingen DQ af det næste Kjædeled o: drages $DC \neq J_1P$ og $J_1Q \neq DP$, saa afskjæres herved Komposanten DQ , som er Spændingen af Kjædeleddet DC o. s. f.

Spændingerne af Kjædeleddene voxe efterhaanden som de komme nærmere til Ophængningspunkterne A og B , medens Horizontalprojektionerne af disse Spændinger ere konstante $= K_1O$.

Blive Kjædeleddene smaa i Forhold til hele Kjædens Længde, saa danne de en krum Linie, den saakaldte Kjædelinie.

$$R_2 = \frac{P}{\pi(R^2 - r^2)} \left(1 + \frac{4R}{R^2 - r^2} \right)$$

$$R_2 = \frac{P}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{6ab^2}{b^2 + a^2} \right)$$

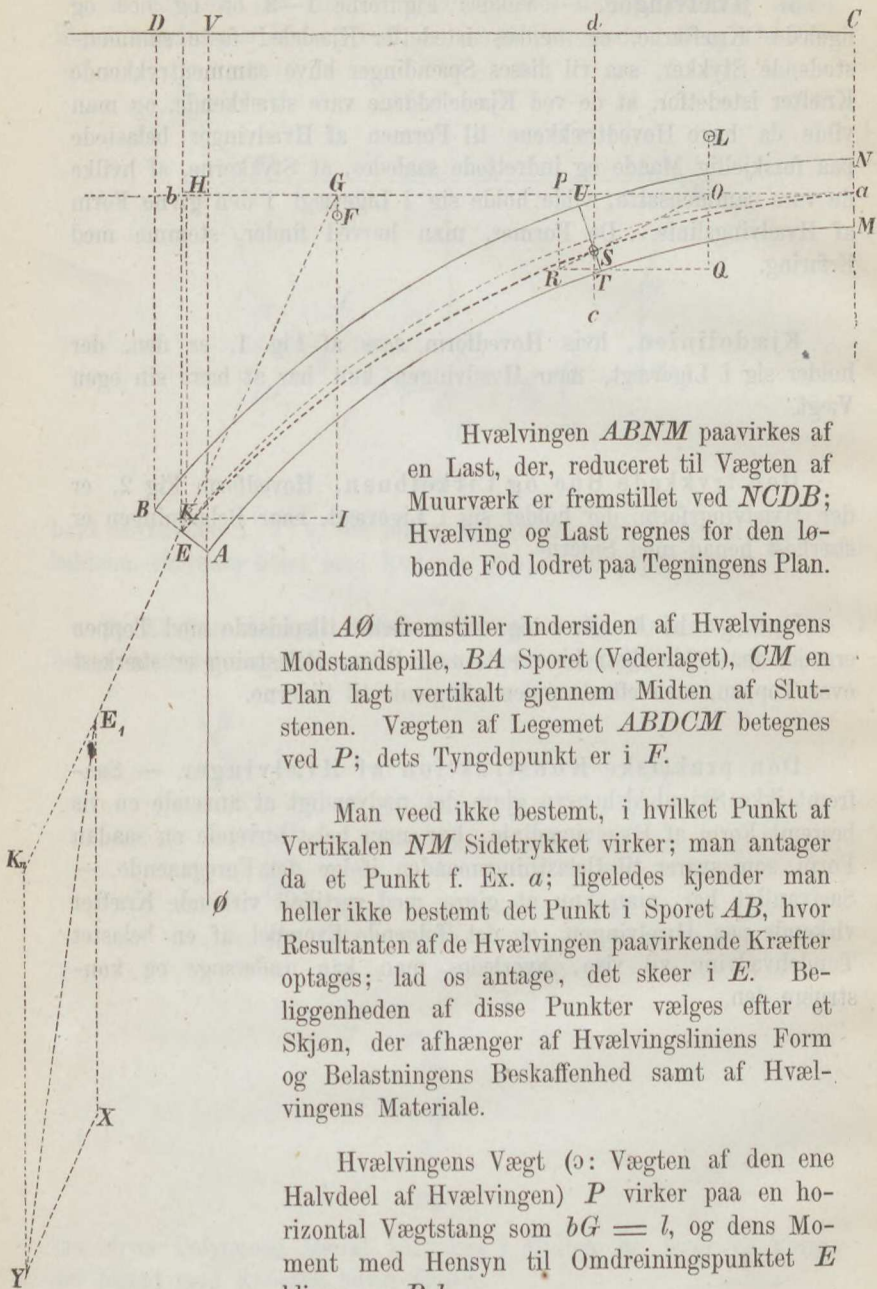
5) **Hvælvinger.** — Vendes Figurene 1—3 op og ned og ligeledes Kræfterne, og tænkes istedetfor Kjædeled faste sammenstødende Stykker, saa vil disses Spændinger blive sammentrykkende Kræfter istedetfor, at de ved Kjædeleddene vare strækkende, og man vilde da have Hovedtrækkene til Formen af Hvælvinger belastede paa forskjellig Maade og indrettede saaledes, at Stykkerne, af hvilke de vare sammensatte, vilde holde sig i Ligevægt i den givne Form af Hvælvingslinie. De Former, man herved finder, stemme med Erfaring.

Kjædelinien, hvis Hovedform sees af Fig. 1, er den, der holder sig i Ligevægt, naar Hvælvingen kun har at bære sin egen Vægt.

Den trykkede Bue og Cirkelbuen, Hovedform Fig 2, er den Hvælvsform, der holder sig i Ligevægt, naar Belastningen er stærkest henad mod Siderne.

Den gothiske Bue og andre stærkt tilspidsede mod Toppen ere de, der holde sig i Ligevægt, naar Buens Belastning er stærkest over Toppen, men efterhaanden aftagende til Siderne.

Den praktiske Konstruktion af Hvælvinger. — Saa fremt ikke Skjønhedshensyn gjøre det nødvendigt at anvende en vis bestemt Form af Hvælvingslinie, bør man helst anvende en saadan Form, som svarer til Belastningsmaaden ifølge det Foregaaende. — Sædvanligt har man kun at gjøre med vertikalt virkende Kræfter virkende paa Hvælvingen, og det følgende Exempel af en belastet Tøndehvælving vil vise, hvorledes man kan undersøge og konstruere den.



Hvælvingen *ABNM* paavirktes af en Last, der, reduceret til Vægten af Muurværk er fremstillet ved *NCDB*; Hvælving og Last regnes for den løbende Fod lodret paa Tegningens Plan.

$A\emptyset$ fremstiller Indersiden af Hvælvingens Modstandspille, BA Sporet (Vederlaget), CM en Plan lagt vertikalt gennem Midten af Slutstenen. Vægten af Legemet $ABDCM$ betegnes ved P ; dets Tyngdepunkt er i F .

Man veed ikke bestemt, i hvilket Punkt af Vertikalen NM Sidetrykket virker; man antager da et Punkt f . Ex. a ; ligeledes kjender man heller ikke bestemt det Punkt i Sporet AB , hvor Resultanten af de Hvælvingen paavirkende Kræfter optages; lad os antage, det skeer i E . Beliggenheden af disse Punkter vælges efter et Skjøn, der afhænger af Hvælvingens Form og Belastningens Beskaffenhed samt af Hvælvingens Materiale.

Hvælvingens Vægt (ρ : Vægten af den ene Halvdeel af Hvælvingen) P virker paa en horizontal Vægtstang som $bG = l$, og dens Moment med Hensyn til Omdreiningspunktet E bliver $= P.l$.

Sidetrykket Q , der er konstant, virker i den horizontale Linie ab paa en Vægtstang som $Eb = h$. Tænkes nu Vertikalplanen CN

at optage Sidetrykket i a , saa at den optegnede Halvpart af Hvælvingen derved holdes oppe i sin Stilling, saa haves til Bestemmelse af Side-trykket Ligningen $Q \cdot h = P \cdot l$,

hvoraf Sidetrykket $Q = \frac{l}{h} \cdot P$.

Da nu E er det Punkt i Sporet, om hvilket Kræfterne P og Q ere i Ligevægt, saa vil Resultanten GK af disse to Kræfter ($GH = Q$ og $GJ = P$ virkende i Skjæringspunktet af disse Kræfters Retningslinier) gaae gennem E .

Undersøges nu en Fuge TU , saa ligger ovenfor den tilnærmende et Stykke Muur $cdCM$, der f. Ex. har en Vægt $= G$ og sit Tyngdepunkt i L . Resultanten af $OP = Q$ og $OQ = G$ er OR , der skjærer Fugen TU i Punktet S , som da bliver et Punkt af Skjæringerne mellem Fugerne og Resultanten af Kræfter, der virke paa dem, ligesom a og E . Paa lignende Maade bestemmes flere Punkter, og gennem disse trækkes Trykkenes Midtlinie aSE .

Man kan nu ved enhver Fuge, som TU , undersøge, om $\angle OST$ ligger indenfor sin rette Grændse, samt om Skjæringspunkterne, som S , falde tilstrækkeligt langt indenfor Fugernes Kanter, samt endelig om Fugen har tilstrækkeligt Areal for at kunne taale Trykket OR .

Hvælvingens Spor AB falder i en Pille. Den kan enten være en Bærepille eller en Modstandspille; i første Tilfælde skal Pillen forneden være saa stærk, at den med behørig Sikkerhed kan bære hele den Vægt, der hviler paa den; i det andet Tilfælde maa det statiske Moment af Pillens Vertikaltryk E_1X med Hensyn til dens Yderkant ved Basis som Omdreiningspunkt være lig 1,3 til 1,9 Gange det statiske Moment af Sidetrykket hidrørende fra Hvælvingen. Tallet 1,3—1,9 (endog undertiden større), afhænger dels af Totaltrykkets Størrelse, dels af Materialets Beskaffenhed, af hvilket Pillen er dannet.

Naar Hvælvingens Form er en Ligevægtskurve som dem, hvis Grundtræk for visse Belastninger ere angivne Pag. 73 og 74, saa vil dens Midtlinie falde sammen med Trykkenes Midtlinie aSE ; er dette ikke Tilfældet, vil den svagest modstaa Kantring paa de Steder, hvor Trykkenes Midtlinie falder nærmest ved Hvælvingens Inder- eller Yderkant.

Da Trykket $GK > OR > Q$, saa er Trykket paa Hvælvingstenene større, jo nærmere man kommer nedad mod Sporet.

Trykket, man kan byde en Hvælving af Muursteen, er 100—170 $\mathfrak{A}$ pr. $\square$ Tomme af Fugen efter Stenenes Beskaffenhed. Granit kan taale 300—400 $\mathfrak{A}$ pr. $\square$ Tomme. Ofte gives Hvælvingen forøget Tykkelse nedad mod Sporet, for at den der skal kunne modstaa de voxende Spændinger, som komme til at virke paa Stenene.

Istedetfor Modstandspiller kan anvendes Jernbaand til at modstaa det Sidetryk, der indfinder sig ved Sporet. Hvælvinger kunne ogsaa paa andre Punkter end netop ved Sporet afstives, naar de der ere svage.

Ved at konstruere Hvælvinger og undersøge dem paa den Maade, der foran er omtalt, vil man altid kunne sikkre sig, at en Hvælving faaer tilstrækkelig Styrke; men paa den Maade prøver man sig dog kun frem. Man kan nogenlunde sikkert bestemme Hvælvingstykkelsen ved blot at regne med Lasten *AVCM* Pag. 76, ved den bestemme et omtrentligt Sidetryk *Q* og en omtrentlig Værdi af Trykket *GK* paa Sporet, samt efter disse Værdier bestemme Fugearealerne i Toppen og ved Sporet.

Iøvrigt har man Tabeller, der tjene til at finde Hvælvingstykkelsen for visse Former af Hvælvingslinier, f. Ex. Cirklen.

Man har dog ogsaa praktiske Formler og Regler til Bestemmelse af Hvælvingstykkelsen, men de passe ikke for enhver Belastning, og ved deres Anvendelse maa man tillige tage Hensyn til, om Hvælvingformen passer med Belastningen.

Hvor man ikke har stor Last, og man ifølge Belastningsmaaden kan anvende flade Cirkelbuer som Hvælvingslinier, vil indtil 8 Fods fri Spændvidde ikke fordre større Tykkelse af Hvælvingen end $\frac{1}{2}$ Steen. Dog maa Pilen til Buen ikke være mindre end $\frac{1}{12}$ af Spændvidden.

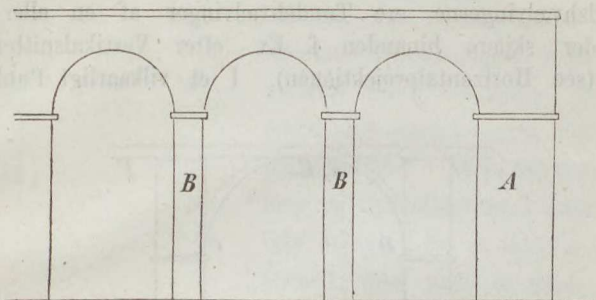
For større Spændvidder har man en praktisk Formel:

$$t = 0,03 \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}{h + 3} + 1 \text{ Fod,}$$

hvor *t* er Hvælvingens Tykkelse i Fod, *a* hele Spændvidden i danske Fod og *h* Hvælvingens Lysningshøide i Fod. — Men man konstruerer sikkrere ved at følge den foran fremsatte Fremgangsmaade.

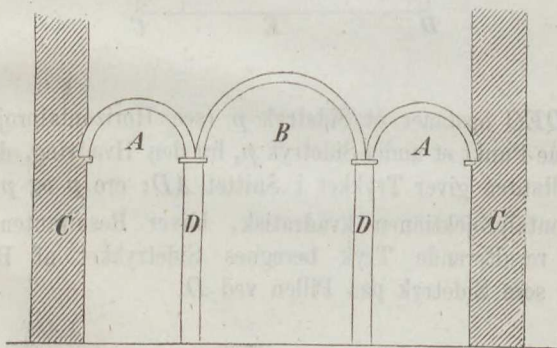
For ethvert Tilfælde, hvor Belastningen er eensformigt fordeelt i Horizontalen, og ingen anden Last er tilstede, findes den Hvælvingform, der da er en Ligevægtskurve, at være en Parabel.

Sidetryk af flere Hvælvinger. — Ere Hvælvingerne som i vedtegnede Figur kongruente, begyndende i samme Horizontal og



alle eensbelastede, saa give to til hinanden stødende Hvælvinger lige Sidetryk i modsatte Retninger, der hæve hinanden. Det bliver altsaa kun Pillen *A* ved Enden, der faaer et Sidetryk lig en enkelt Hvælving, og denne Pille maa altid være en Modstandspille af tilstrækkelig Stabilitet. De andre Piller, *B*, *B*, have kun at udholde et vertikalt Tryk lig Vægten, der hviler paa dem: de ere ofte kun Bærepiller; det er dog ofte, at man giver dem større Styrke, og undertiden gjøres et vist Antal, hver 4de, 6te eller deslige til Modstandspiller for at lette Arbeidet og spare Afstivning ved Hvælvingernes Reparation.

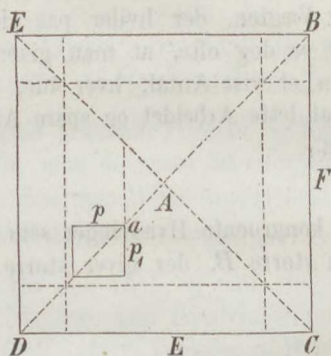
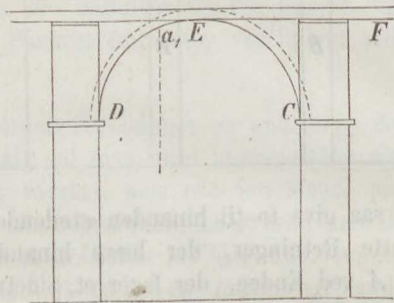
Ere to mindre, kongruente Hvælvinger som *A*, *A* anbragte paa hver sin Side af een større *B*, der giver større Sidetryk end hine,



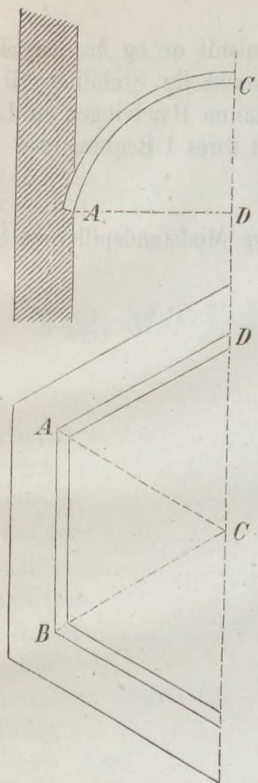
saa faae Pillerne *D*, *D* et Sidetryk lig Differensen mellem den større og den mindre Hvælving, og Ydermurene eller Modstandspillerne Sidetryk lig den største Hvælving.

Sammensatte Hvælvinger. — Disse ere: Krydshvælvinger, Klosterhvælvinger og Kuppelhvælvinger.

Krydshvælvingerne ere Tøndehvælvinger af en eller anden Form, der skjære hinanden f. Ex. efter Vertikalsnittene DB og EC (see Horizontalprojektionen). I et vilkaarligt Punkt a, a'

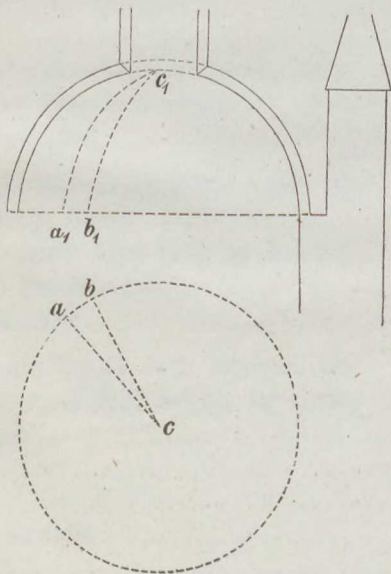


af Buen DEC opstaaer et Sidetryk p (see Horizontalprojektionen), og i samme Punkt et andet Sidetryk p_1 fra den Hvælving, der skjærer den. Resultanten giver Trykket i Snittet AD ; ere p og p_1 ligestore og Horizontalprojektionen kvadratisk, bliver Resultanten $\sqrt{2} \cdot p$; af disse resulterende Tryk beregnes Sidetrykket af Buen AD , der virker som Sidetryk paa Pillen ved D .



Klosterhvælvinger. Disse ere Hvælvinger, der fra en fælles Top bøie sig som Cylinderflader med horizontale Frembringere nedad til en vertikal Muur, der danner deres Modstandspille saaledes som ABC i vedtegnede Figur. Deres Trykkes Midtlinie og Spændingerne i denne kunne ikke beregnes for en løbende Længdeeenhed, men maa beregnes for hele Hvælvingen ABC med Længde lodret paa Vertikalprojektionen fra Nul ved Toppen og voxende til Værdien AB (see Horizontalprojektionen). Sædvanligt gives dem en Bue af stærke Steen i Sammenstødsplanerne AC og BC mellem de til hinanden stødende Hvælvinger.

Kupler (see vedtegnede Figur). Hvælvingen beregnes for et



Element abc indesluttet mellem to Vertikalsnit ac og bc , og Sidemure eller Modstandspiller gives da tilstrækkelig Stabilitet til at modstaae Udskridningen. Ofte have saadanne Hvælvinger en Lanterne i Toppen; dens Vertikaltryk maa da føres i Regning ved Beregning af Hvælvningen.

Ved Beregningen af Sidemurenes eller Modstandspillernes Stabilitet følges Reglen Pag. 77 og 78.

Vægt af 1 Kubikfod af forskjellige Legemer.

Fyrretræ	45 ₧	Mørtel, frisk	120 ₧
Egetræ	50 ₧	do. hærdeet	101 ₧
Støbejern	448 ₧	Muurværk af almindelige	
Smedejern	480 ₧	Muursteen	110 ₧
Staal	490 ₧	Muurv. af kløvet Granit..	142 ₧
Sandsteen	150 ₧	Beton	140 ₧
Kalksteen	150 ₧	Jord	ca. 100 ₧
Granit	170 ₧	Sand	ca. 110 ₧
Muursteen, almindelige..	110 ₧	Leer	ca. 120 ₧
Klinker	130 ₧	Vand, destilleret, ved	
Ildfaste Steen	112 ₧	4 ° C.	61,83167 ₧

Gulvet i en almindelig borgerlig Bygning veier tilligemed Gibsdække, Indskud og Forskalling ca. 26—30 ₧ pr. □'

Den tilfældige Belastning kan regnes til:

for almindelige Gulve	40 ₧ pr. □'
- Gulve i sædv. Værksteder og Fabriker	50 ₧ pr. □'
- " i Dandselokaler	80 ₧ pr. □'
- Pakhuuslofter	200—300 ₧ pr. □'

Tagdækningens Vægt incl. Spærene selv (naar disse ere af Træ) beløber sig til for

Teglsteenstag	20—25 ₧ pr. □'
Skifertag	15 ₧ pr. □'
Straatag	12—15 ₧ pr. □'
Zink eller Jernblik	8 ₧ pr. □'
Tagpap	6 ₧ pr. □'

Den tilfældige Belastning paa Tagværker hidrører fra Sne- og Vindtryk. Er Tagets Høide h , Spændvidden s , kan regnes pr. □' Tagflade:

for	$h = \frac{1}{2}s$	et Sneetryk	$= 10,2 \text{ } \mathcal{W}$,	et Vindtryk	$= 21,44 \text{ } \mathcal{W}$
-	$h = \frac{1}{3}s$	-	$= 12,8$	-	$= 12,95$
-	$h = \frac{1}{4}s$	-	$= 13,8$	-	$= 8,9$
-	$h = \frac{1}{5}s$	-	$= 14,3$	-	$= 6,8$
-	$h = \frac{1}{6}s$	-	$= 14,5$	-	$= 5,4$
-	$h = \frac{1}{7}s$	-	$= 14,8$	-	$= 4,5$
-	$h = \frac{1}{8}s$	-	$= 14,9$	-	$= 3,9$
-	$h = \frac{1}{9}s$	-	$= 15,0$	-	$= 3,4$
-	$h = \frac{1}{10}s$	-	$= 15,1$	-	$= 3,0$

Horizontalt Tag..... 15,4.

Tagfladernes Hældning er forskjellig efter Materialet. Der er en lavere Grændse for Vinklen med Horizonten af Hensyn til Vandets Afløb.

Denne Minimumsvinkel er for:

Metaltage.....	$5^{\circ}-9^{\circ}$	o:	$h = \frac{1}{24} - \frac{1}{13}s$.
Skifertage.....	22°	o:	$h = \frac{1}{5}s$.
Teglsteenstage.....	26°	o:	$h = \frac{1}{4}s$.
Filt- og Paptage.....	18°	o:	$h = \frac{1}{6}s$.
Straatage.....	45°	o:	$h = \frac{1}{2}s$.

INDHOLD.

	Pag.
Indledende Bemærkninger	3.
Statik:	
Kræfter virkende paa et enkelt Punkt	4.
Kræfternes Parallelogram	5.
Statisk Moment	6.
Kræfter virkende paa et System af Punkter	7.
Parallele Kræfter	8.
Et System af flere ikke parallelle Kræfter	9.
Tyngdepunktet	11.
Simpsons Formel	13.
Avendelse af Læren om det statiske Moment	18.
Materialiernes Styrke:	
1. Strækning	26.
Strækningsformlen	27.
Brudformlen	27.
Brudkoefficienter	28.
Elasticitetskoefficienter	27.
Sikkerhedskoefficienter	29.
2. Forskydning	30.
3. Sammentrykning	30.
Sammentrykningsformlen	30.
Brudformlen	30.
Brudkoefficienter	31.
Sikkerhedskoefficienter	3.
Hodgkinsons Formler	32.
4. Bøining	34.
Inertimoment	37.
Bøiningsmoment	39.
Bøiningspil for Bjælker med forskjellig Understøtning og Be-	
lastning	40.
Brud ved Bøining	41.
Brudkoefficienter	42.

	Pag.
Sikkerhedskoefficienter	43.
Styrkeformlen	43.
Bjælker med forskellig Understøtning og Belastning	45.
Tværsnitsformens Indflydelse	47.
Styrkeformler for de almindeligste Tværsnit	48.
Aftrækning af Bjælker	52.

Sammensatte Bjælker:

1. Forstærkede Træbjælker	57.
2. Pladejerns Bjælker	59.
3. Gitterbjælker	61.

Om Stabilitet:

1. 2. Friktion	70.
3. Stabilitet af Mure	72.
Friktionskoefficienter og Friktionsvinkler	72.
4. Kjæder	73.
5. Hvelvinger	75.
Den praktiske Konstruktion af Hvelvinger	75.
Sidetryk af flere Hvelvinger	79.
Sammensatte Hvelvinger	80.
Angivelse af Vægt, Belastninger m. m.	82.

1. The first part of the report is a general statement of the work done during the year. It is a summary of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

2. The second part of the report is a detailed statement of the work done by each of the departments. It is a summary of the work done by each of the departments, and is intended to give a detailed idea of the progress of the work.

3. The third part of the report is a statement of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

4. The fourth part of the report is a statement of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

5. The fifth part of the report is a statement of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

6. The sixth part of the report is a statement of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

7. The seventh part of the report is a statement of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

8. The eighth part of the report is a statement of the work done by the various departments of the institution, and is intended to give a general idea of the progress of the work.

L = Seilens Længde i Fod.

d = Diameter eller Tykkelse i Firkant af en massiv Seile,

d₁ = den indvendige Diameter i Tommer af en huul Side.

Den Last, der med Sikkerhedsgrad = 6 kan bæres af massive
Støbejerns Seiler med central Belastning.

L	d = 2"	d = 3	d = 4"	d = 5"	d = 6"	d = 8"
4'	17533 $\overline{H}$	73957 $\overline{H}$	205359 $\overline{H}$	,	,	,
6'	8800 -	37122 -	103076 -	227609 $\overline{H}$	,	,
8'	5396 -	22763 -	63207 -	139570 -	266600 $\overline{H}$	,
10'	3693 -	15577 -	43253 -	95509 -	182448 -	506608 $\overline{H}$
12'	2709 -	11426 -	31725 -	70050 -	133823 -	371590 -
14'	2084 -	8792 -	24412 -	53905 -	102973 -	285927 -
16'	1661 -	7006 -	19454 -	42958 -	82061 -	227860 -
18'	1360 -	5735 -	15924 -	35163 -	67160 -	186512 -
20'	1137 -	4794 -	13313 -	29396 -	56155 -	155927 -
24'	834 -	3517 -	9765 -	21562 -	41189 -	114370 -

Seiler med ucentral Belastning, eller afrundede Ender, bære lidt over $\frac{1}{3}$ heraf.

Den Last, der med Sikkerhedsgrad = 6 kan bæres af massive
Smedejerns Seiler med central Belastning.

L	d = 2"	d = 3"	d = 4"	d = 5"	d = 6"	d = 8"
4'	34711 $\overline{H}$	146417 $\overline{H}$	406559 $\overline{H}$	,	,	,
6'	15427 -	65074 -	180692 -	399000 $\overline{H}$	,	,
8'	8678 -	36604 -	101640 -	224437 -	428734 $\overline{H}$	,
10'	5554 -	23428 -	65050 -	143640 -	274390 -	761904 $\overline{H}$
12'	3857 -	16269 -	45173 -	99750 -	190549 -	529100 -
14'	2834 -	11952 -	33189 -	73286 -	139995 -	388727 -
16'	2169 -	9151 -	25410 -	56109 -	107184 -	297619 -
18'	1715 -	7232 -	20082 -	44344 -	84708 -	235210 -
20'	1388 -	5857 -	16262 -	35910 -	68597 -	190470 -
24'	964 -	4067 -	11293 -	24937 -	47637 -	132275 -

Seiler med ucentral Belastning, eller afrundede Ender, bære lidt over $\frac{1}{3}$ af den angivne Last.

eller udvendig Diameter af en huul, angivet i Tommer.

Den Last, der med Sikkerhedsgrad = 6 kan bæres af hule Støbejerns Seiler med central Belastning $\frac{d_1}{d} = \frac{4}{5}$.						
L	d = 4"	d = 5"	d = 6"	d = 8"	d = 10"	d = 12"
6'	56598 $\mathcal{H}$	124979 $\mathcal{H}$	,	,	,	,
8'	34707 -	76638 -	146398 $\mathcal{H}$	,	,	,
10'	23750 -	52444 -	100182 -	298177 $\mathcal{H}$	,	,
12'	17420 -	38467 -	73482 -	204039 -	450550 $\mathcal{H}$	,
14'	13404 -	29599 -	56542 -	157001 -	346684 -	,
16'	10682 -	23588 -	45059 -	125117 -	276279 -	527765 $\mathcal{H}$
18'	8743 -	19308 -	36883 -	102414 -	226146 -	431998 -
20'	7310 -	16142 -	30835 -	85619 -	189060 -	361155 -
24'	5362 -	11840 -	22617 -	62800 -	138673 -	264902 -
28'	4126 -	9110 -	17403 -	48323 -	106704 -	203834 -

Seiler med ucentral Belastning, eller med afrundede Ender, bære lidt over $\frac{1}{3}$ af den anførte Last.

Den Last, der med Sikkerhedsgrad = 10 kan bæres af massive Seiler af tør Fyr med central Belastning.						
L	d = 5"	d = 6"	d = 7"	d = 8"	d = 10"	d = 12"
6'	29219 $\mathcal{H}$	,	,	,	,	,
8'	16436 -	34081 $\mathcal{H}$	,	,	,	,
10'	10519 -	21812 -	40409 $\mathcal{H}$	68936 $\mathcal{H}$	,	,
12'	7305 -	15147 -	28062 -	47872 -	116875 $\mathcal{H}$	242352 $\mathcal{H}$
14'	5367 -	11128 -	20617 -	35171 -	85867 -	178055 -
16'	4109 -	8520 -	15785 -	26928 -	65742 -	136323 -
18'	3247 -	6732 -	12472 -	21276 -	51944 -	107712 -
20'	2630 -	5453 -	10102 -	17234 -	42075 -	87247 -
24'	1826 -	3787 -	7015 -	11968 -	29219 -	60588 -
28'	1348 -	2782 -	5154 -	8793 -	21467 -	44514 -

Er Belastningen ucentral, saa bærer Seilen kun omtrent $\frac{1}{3}$ heraf.

Trykfeil:

Side 11, Lin. 5 f. n. Tygdepunktets læs: Tyngdepunktets

$$- 13, - 13 \text{ f. n. } A = \frac{x}{2} a_0 + 2(y_1 + y_2) + a$$

$$\text{læs: } A = \frac{x}{2} (a_0 + 2(y_1 + y_2) + a_2)$$

$$- 16, - 7 \text{ f. o. } 2,48 \text{ læs: } 2,84$$

$$- 23, - 4 \text{ f. o. } \text{ca. } 4800 \text{ } \overline{u} \text{ læs: ca. } 48000 \text{ } \overline{u}$$

$$- 35, - 7 \text{ f. n. } M \text{ dstanden læs: Modstanden}$$

$$- \epsilon, - 1 \text{ f. n. } \text{somanført læs: som anført}$$

$$- 36, - 9 \text{ f. o. } \text{posititive læs: positive}$$

$$- 37, - 14 \text{ f. n. } \text{værsnittet læs: Tværsnittet}$$

$$- 52, - 3 \text{ f. o. } \text{rektanglaert læs: rektangulært}$$

$$- 57, - 3 \text{ f. n. } \text{Tværsnit læs: Tværsnit.}$$

